

JOISP2012 Day3

Fortune Telling (占い)

解説



問題の概要

- ⇒ カードが M 行 \times N 列に並んでいる
- ⇒ 長方形領域をひっくり返すのを K 回繰り返す
- ⇒ 最後に表になっている枚数を求める
($M, N: 10^9$ $K: 10^5$)



愚直な解法

$M \times N$ の配列を用意してシミュレーション
(または上/左から1行ずつ見ていく)

→ 時間: $O(MNK)$, 空間: $O(MN)$
or $O(\min(M,N))$



パソコンが壊れる

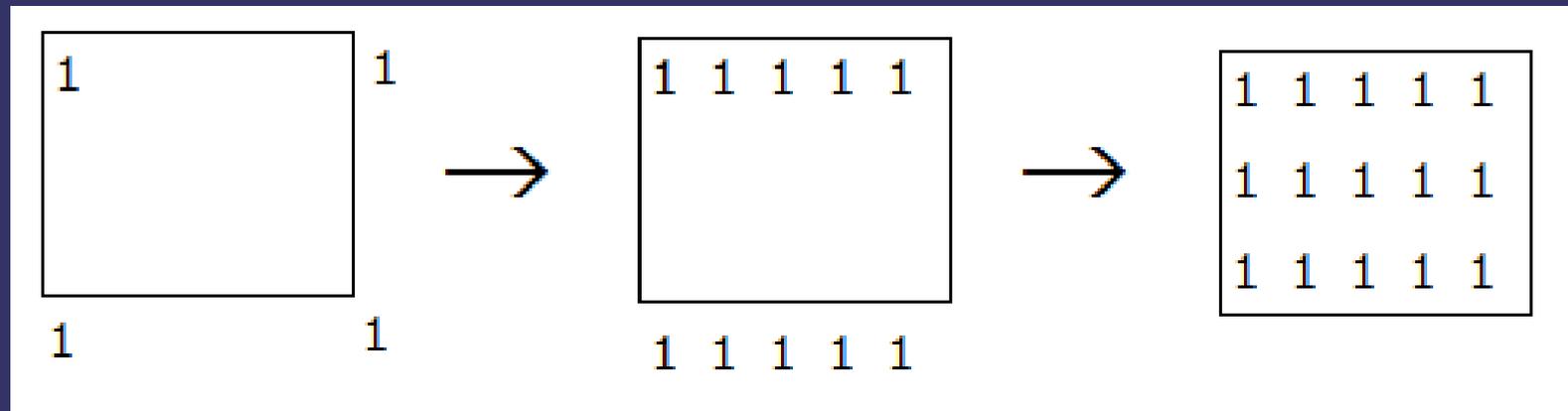


部分点解法

たくさんの長方形に (mod 2で) 1を足すには,
4カ所に1を書いて最後にまとめて

各行で累積和 → 各列で累積和 すればよい.

((2*K)^2の配列をintで取るとMLEなので注意)



部分点解法'

実は上の行から処理すれば

メモリには1行だけ持っておけばいいので

空間計算量は $O(K)$ でもできる

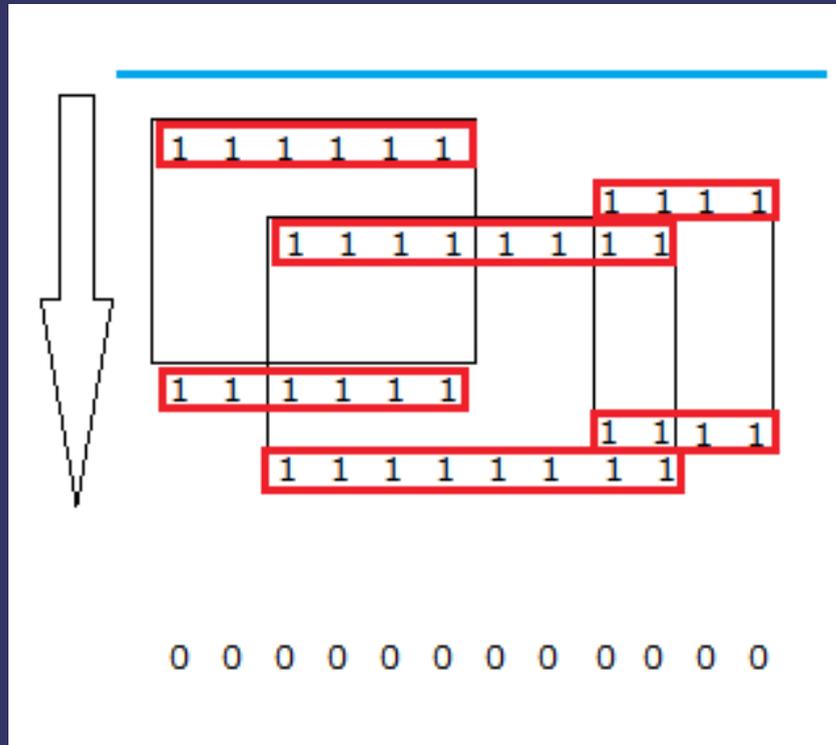
(1を書く場所たちを上から→左から順にソートしておく)

時間 : $O(K^2)$ 空間 : $O(K^2)$ or $O(K)$

→ 30点



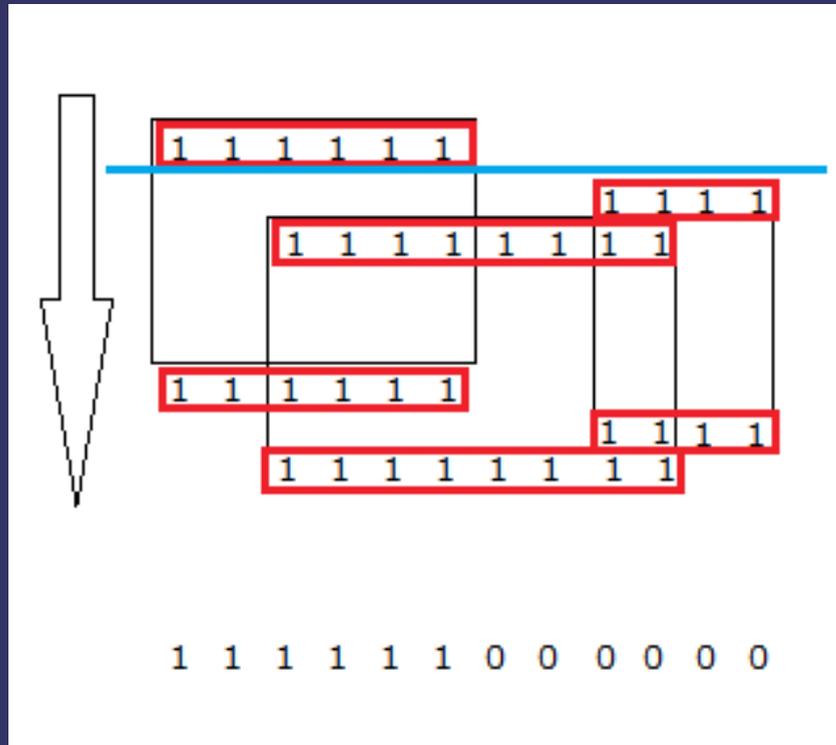
やるべきこと



- 上から1行ずつ見ていって
- ・ 長方形の上/下辺が来たたら区間をflipする
 - ・ 各行で0がいくつあるか見る



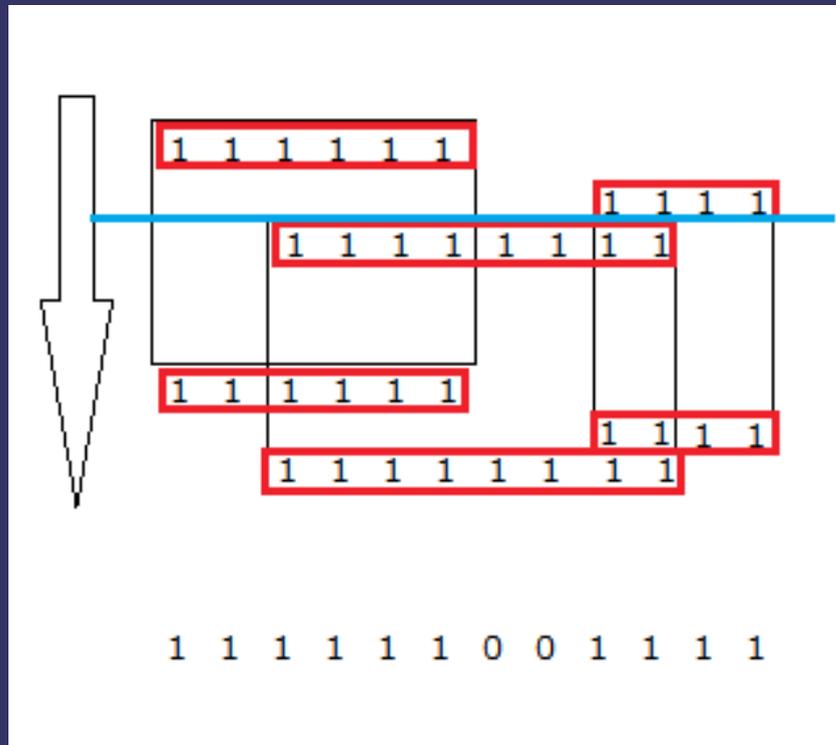
やるべきこと



- 上から1行ずつ見ていって
- 長方形の上/下辺が来たら区間をflipする
 - 各行で0がいくつあるか見る



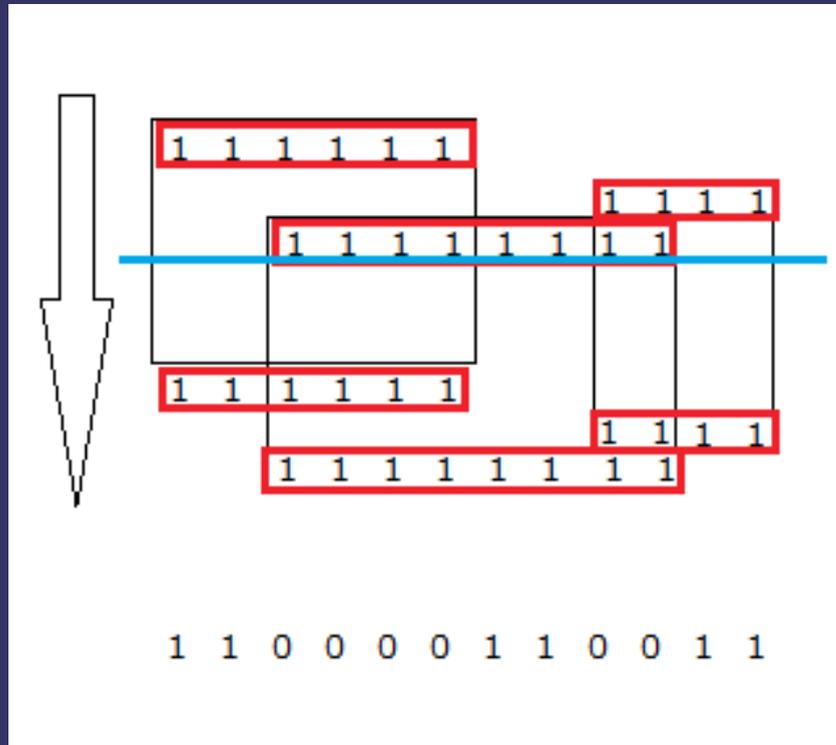
やるべきこと



- 上から1行ずつ見ていって
- ・ 長方形の上/下辺が来たたら区間をflipする
- ・ 各行で0がいくつあるか見る



やるべきこと



- 上から1行ずつ見ていって
- ・ 長方形の上/下辺が来たら区間をflipする
 - ・ 各行で0がいくつあるか見る



100点を取るには

0,1(表/裏)の列があるとき,

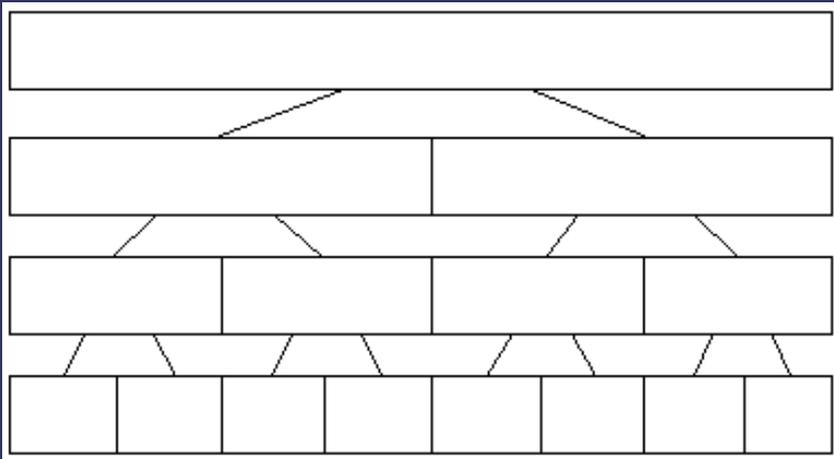
- ・ 指定した区間をflipするクエリ
- ・ 全体で0(表)が何個あるか見る

の操作が高速に出来るデータ構造がほしい。



テクニック2：セグメント木

- ノードに区間が対応している二分木
- ノードに様々なデータを持たせると色々できる
- 某本参照



テクニック2：セグメント木

この問題では各ノードに

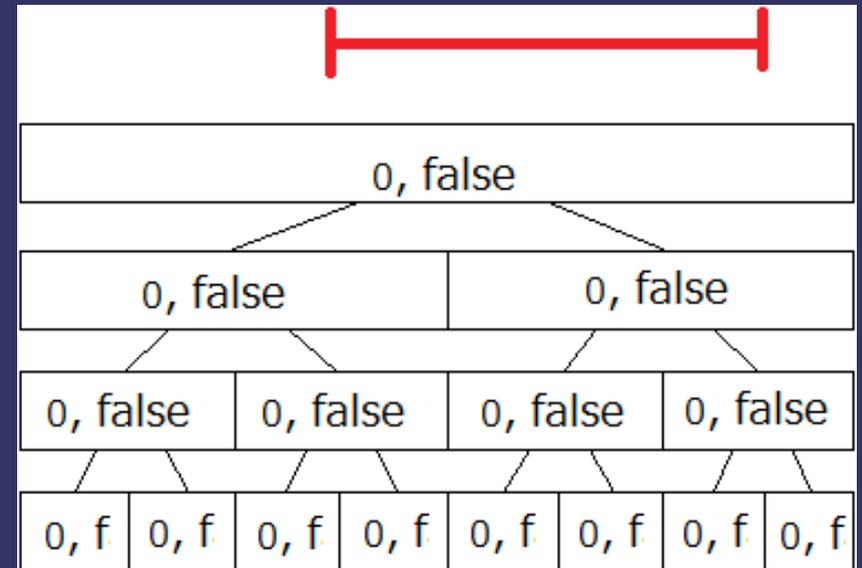
- ・ 対応する区間にある裏の数
- ・ 子孫の反転処理を遅延していることを表すフラグ

を持たせると出来る.



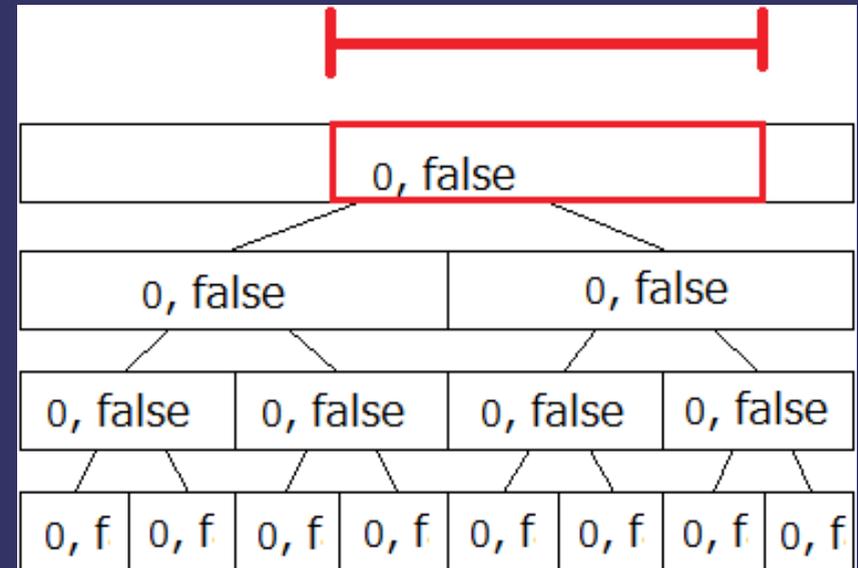
クエリの処理の仕方

区間[4,7]を反転するク
エリ



クエリの処理の仕方

add(根, 4, 7) 的な関数

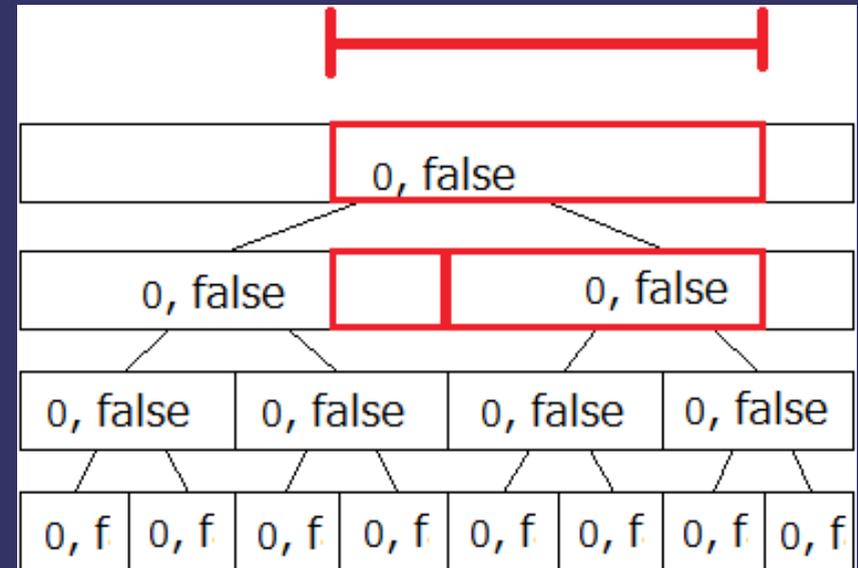


クエリの処理の仕方

add(根, 4, 7)は

- add(左の子, 4, 4)
- add(右の子, 5, 7)

を呼び出す



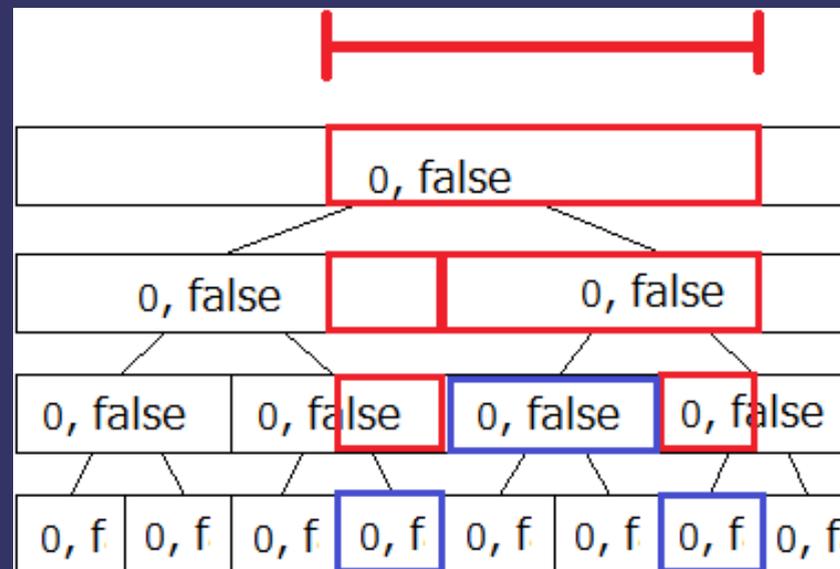
クエリの処理の仕方

同様に繰り返す.

ただし, ノードに対応する
区間全体を反転する
ときはそこで止める

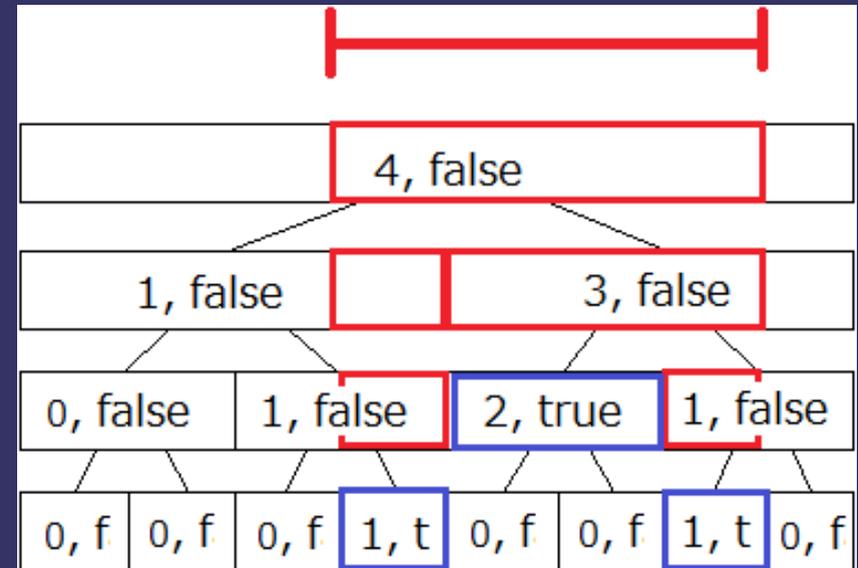


呼び出しは $O(\log K)$ 回



クエリの処理の仕方

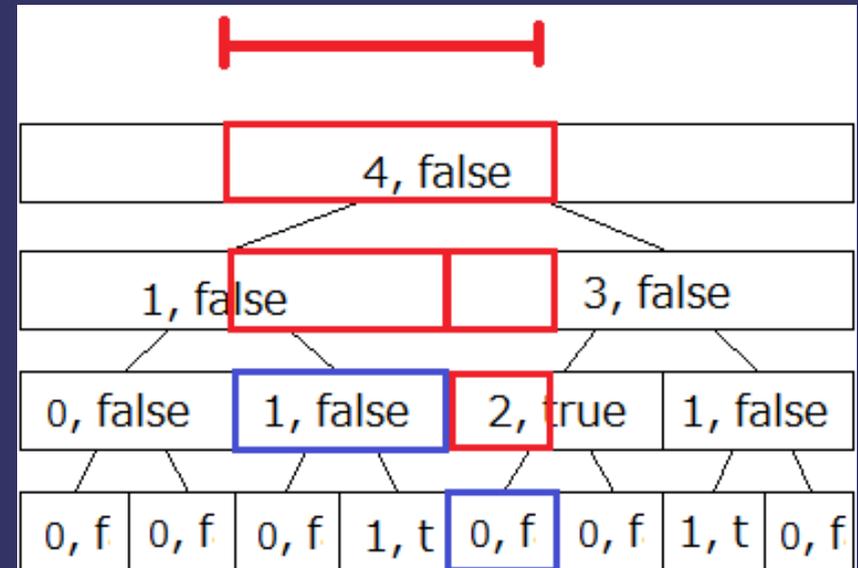
- 区間全体を反転するところではフラグをtrueにしておく.
- あとはボトムアップに



クエリの処理の仕方

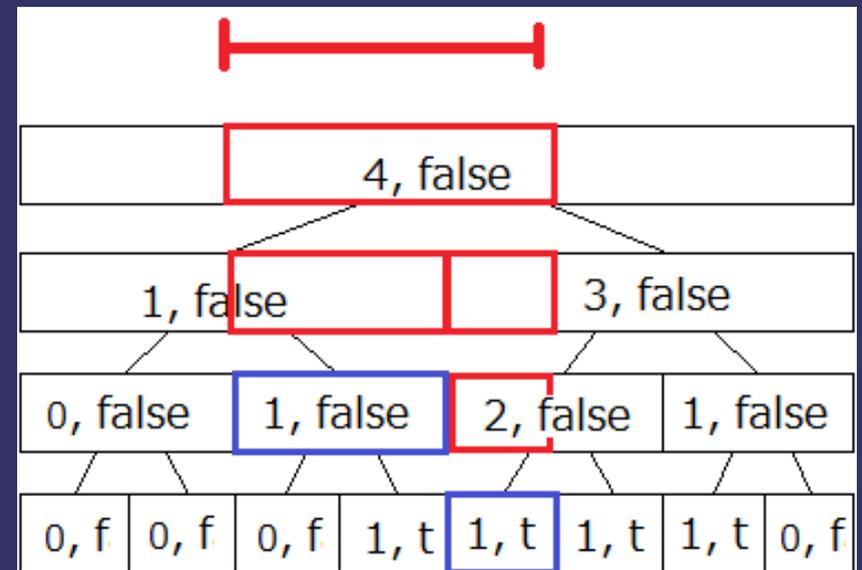
次のクエリ[3, 6]

さっきと同様にやるが、



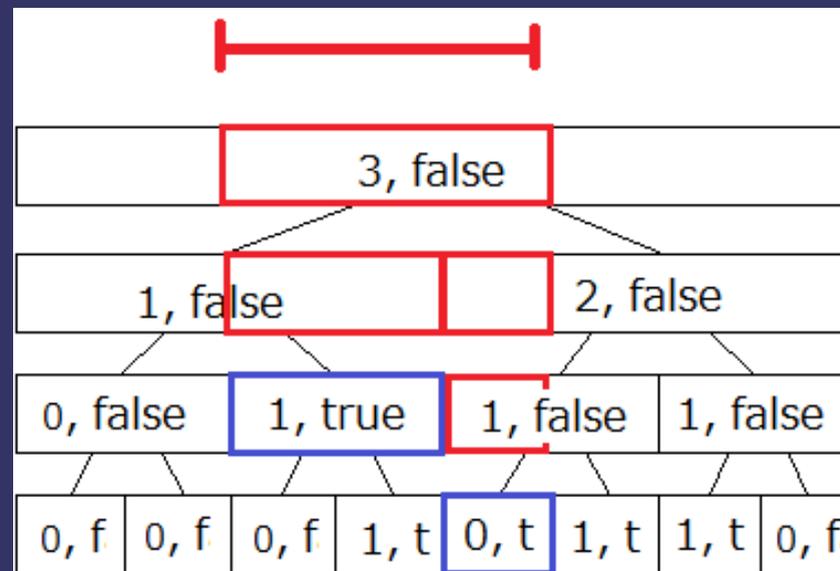
クエリの処理の仕方

- 途中でフラグがtrueになっているノードがあったら先に子にフラグを伝播しておく



クエリの処理の仕方

- あとはさっきと同様に
ボトムアップに各ノード
に対応する区間の裏
の個数を求める
- 各操作 $O(\log K)$
→ 全体 $O(K \log K)$



得点分布

