

JOI 春合宿 2013 Day1

通信妨害

秋葉 拓哉 (@iwiwi)

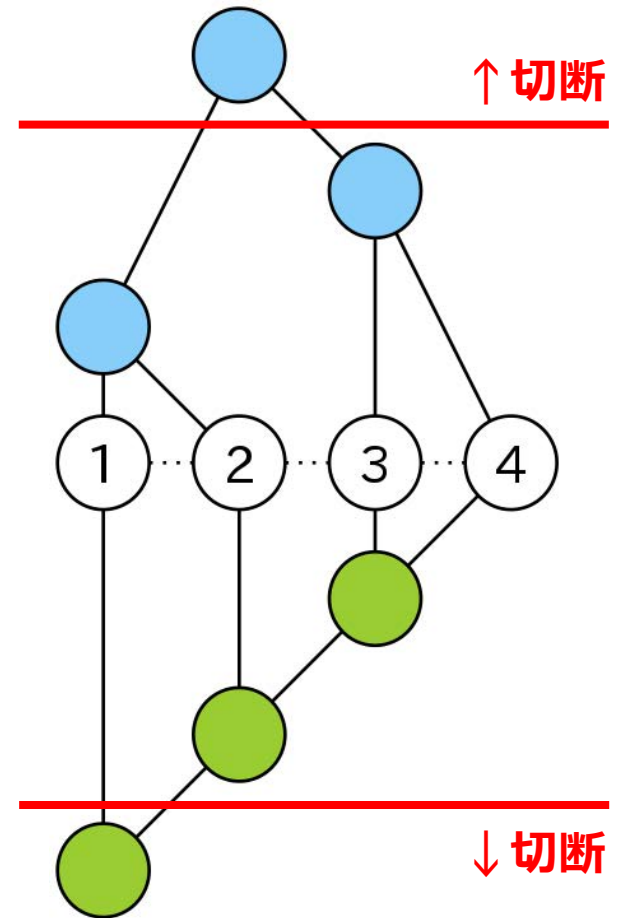
問題

ツリーが 2 つ与えられる

- 上のツリー (青)
- 下のツリー (緑)
- 葉 (=村) が共通

クエリいっぱい

- ある高さで上の木を切断
- 下の木はどこの高さで切断？
(連結なままなるべく上で切りたい)



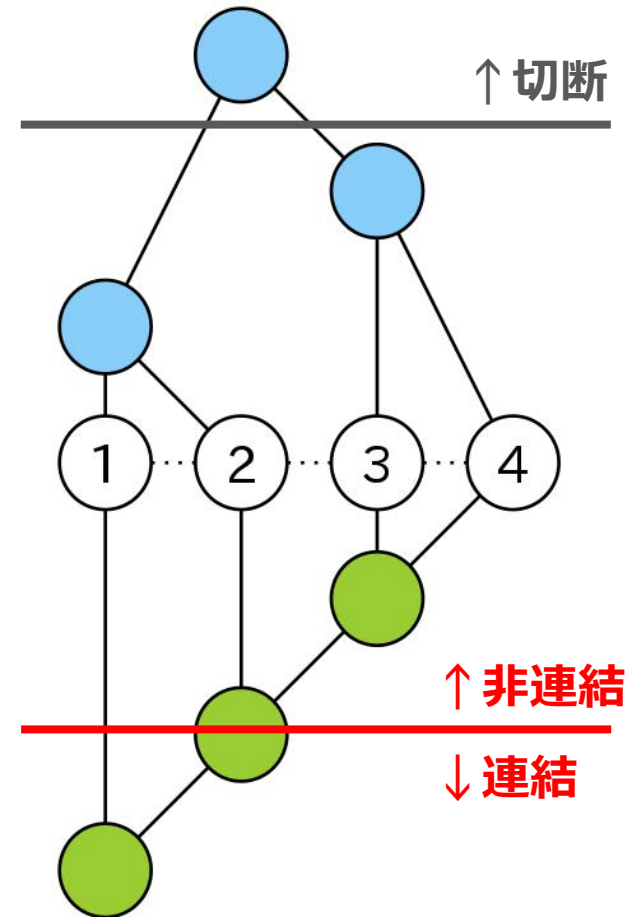
部分点解法 (20 点)

クエリごとに二分探索

- 切る高さを二分探索
- 連結？非連結？

計算量

- 1 回の判定 $O(N)$
- 全体 $O(QN \log N)$



重要な考察

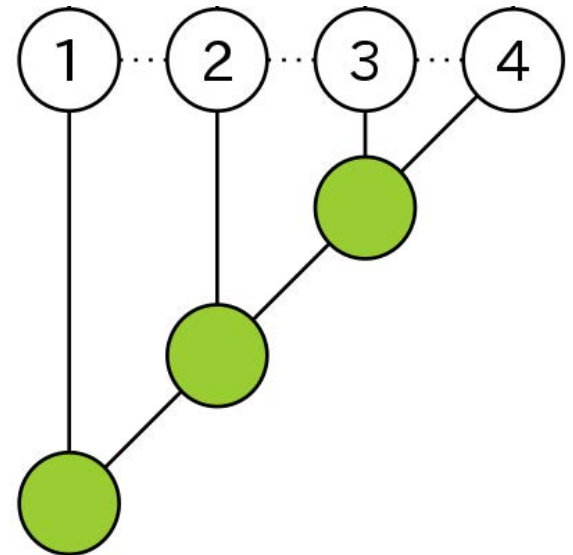
「全ての村が隣と通信可能なら良い」

何故？

- 飛び越えることがない（平面性より）

1-3 を繋ごうとすると、
勝手に 1-2, 2-3 も繋がる

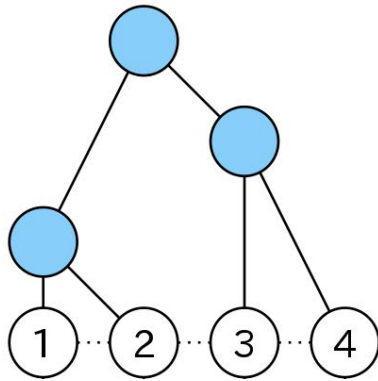
1-2, 2-3, 3-4 を繋げば良い



問題が分裂

問題 1 (前半)

木から，隣同士を繋ぐのに必要な高さを計算



1-2	2-3	3-4
1	3	2

問題 2 (後半)

計算した列から，クエリへの答えを計算

系統 1 :

1	3	2
---	---	---

系統 2 :

3	2	1
---	---	---



$$A_1 = 1 \rightarrow B_1 = -3$$

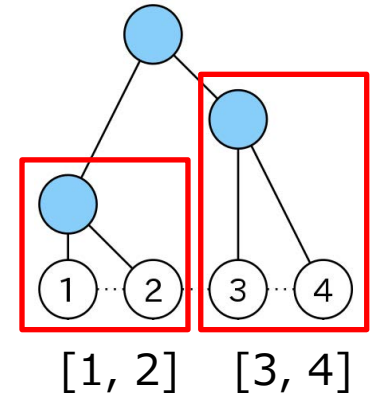
$$A_2 = 2 \rightarrow B_2 = -2$$

$$A_3 = 3 \rightarrow B_3 = 0$$

問題 1 : 高さの計算

いろいろな方法

- LCA
- DFS, 左手法
- Union-Find ← オススメ

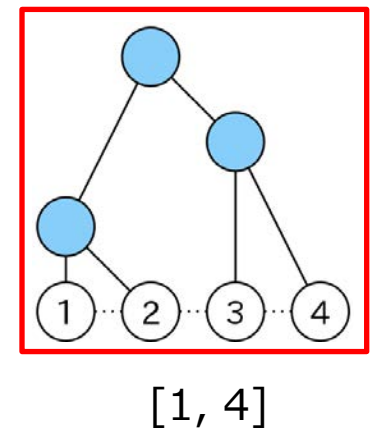


Union-Find による高さの計算

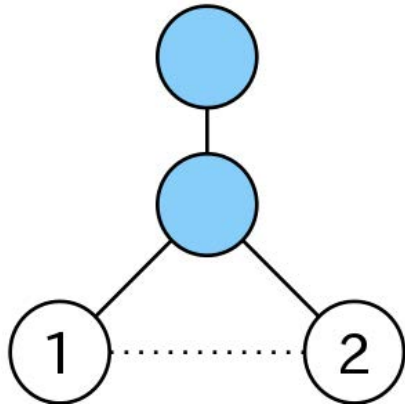
- 低い頂点から順に, マージ
- 区間を管理
- 新たに繋がった場所がその高さ

$O((N + M) \log(N + M))$ 時間

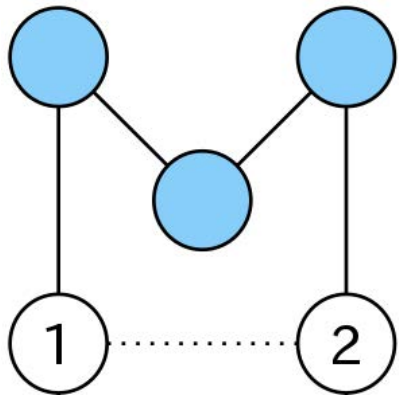
2-3 間の
高さ判明



気をつけるテストケース



間の高さが 2 になってしまう？
(DFS 等)



1 と 2 が繋がらない？
(Union-Find 等)

問題 2 : クエリへの答え

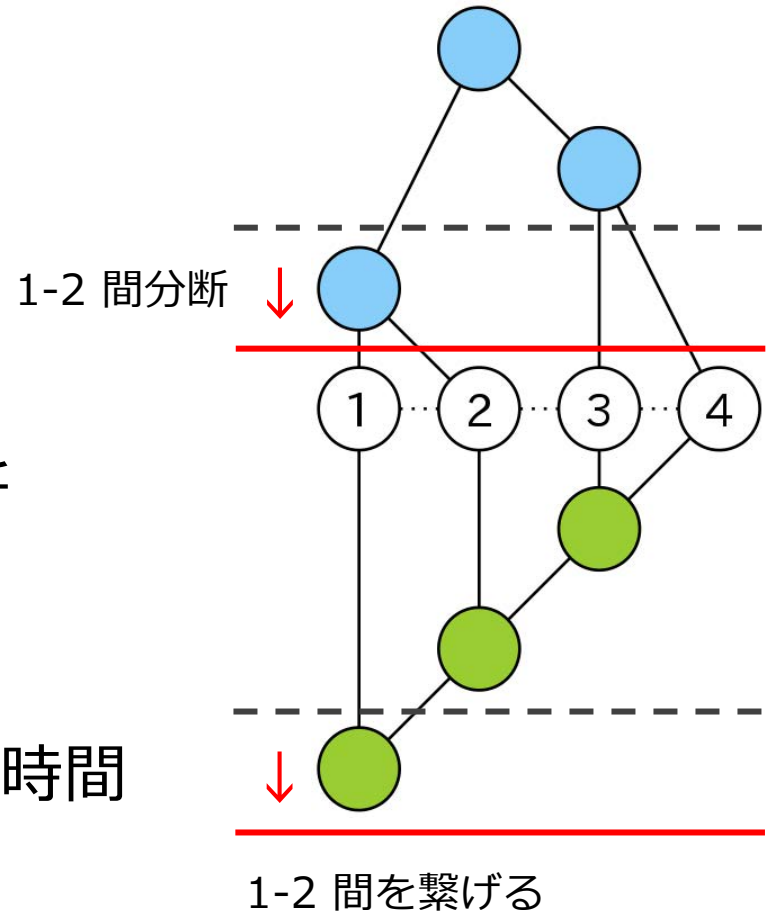
基本アイデア

- 上を切る場所を下げていく
- 下を切る場所も下がる

何処まで下がるか

- 上で新たに分断される箇所
- そこが繋がるまで下げる

$O((N + M) \log(N + M) + Q \log Q)$ 時間



おまけ

- 別にツリーじゃなくても平面グラフなら全く同じアルゴリズムで解ける

得点分布

