

# JOISP Day3 解説 ケーキ ( Cake )

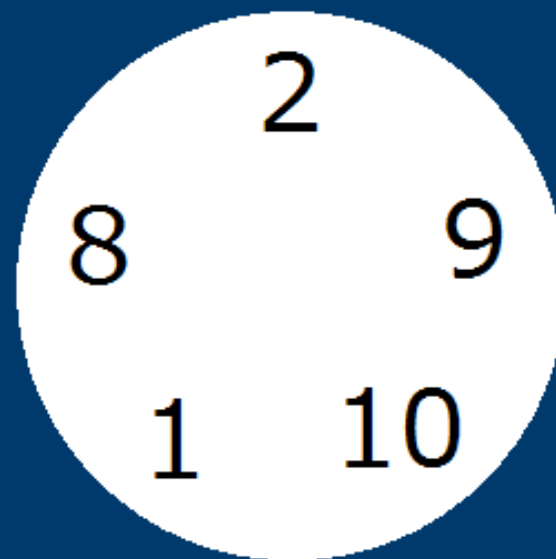
滝間 太基

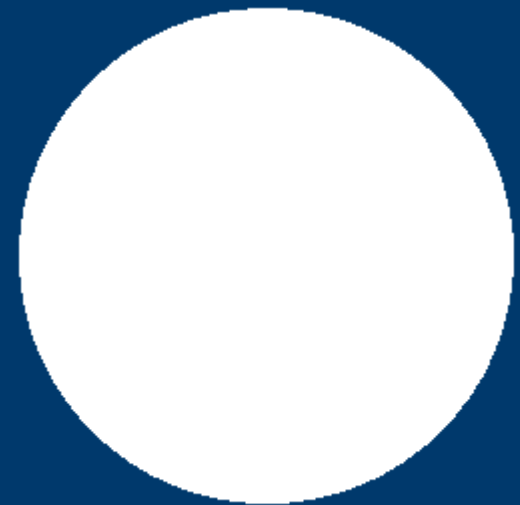
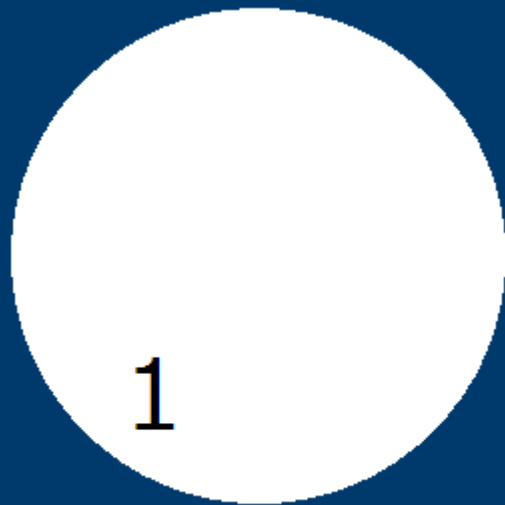
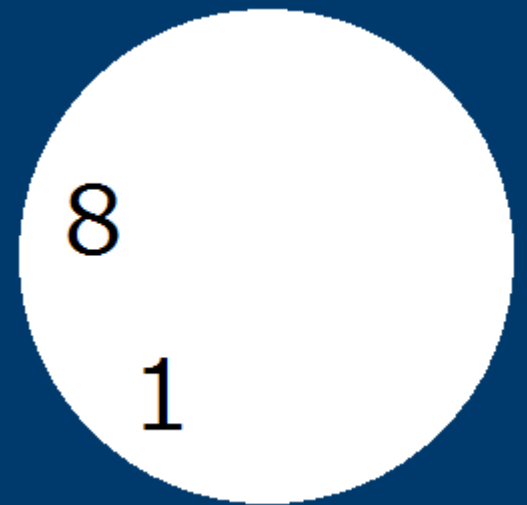
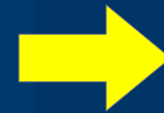
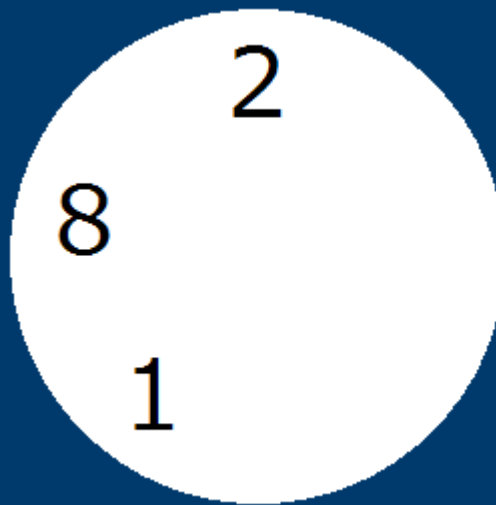
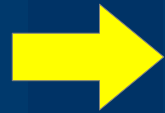
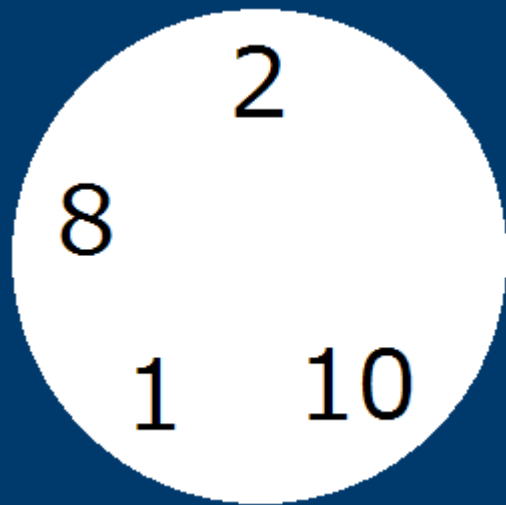


# 問題の概要

円周上に数が並んでいる

- 最初に 1 個取る
- 残りの両端のうち大きいほうを取る、を繰り返す





最小のピース 1 は明らかに最後まで残る

→ 区間上に並んでいる場合を解けばよい  
(初手で 1 を取る場合は別処理)



# 最小の要素に注目

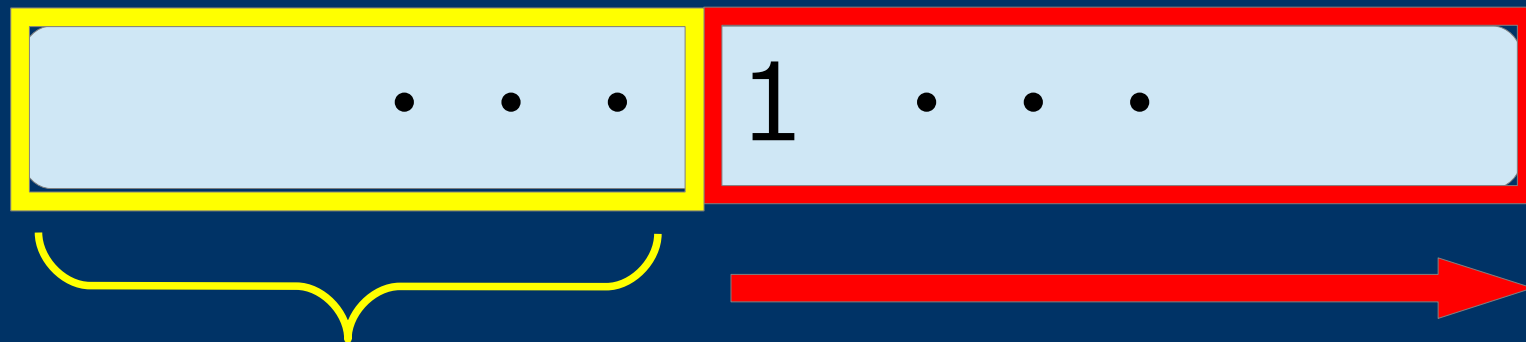


こののどこから取っても、

(最小の要素を見つけるのは RMQ を使う)



# 最小の要素に注目



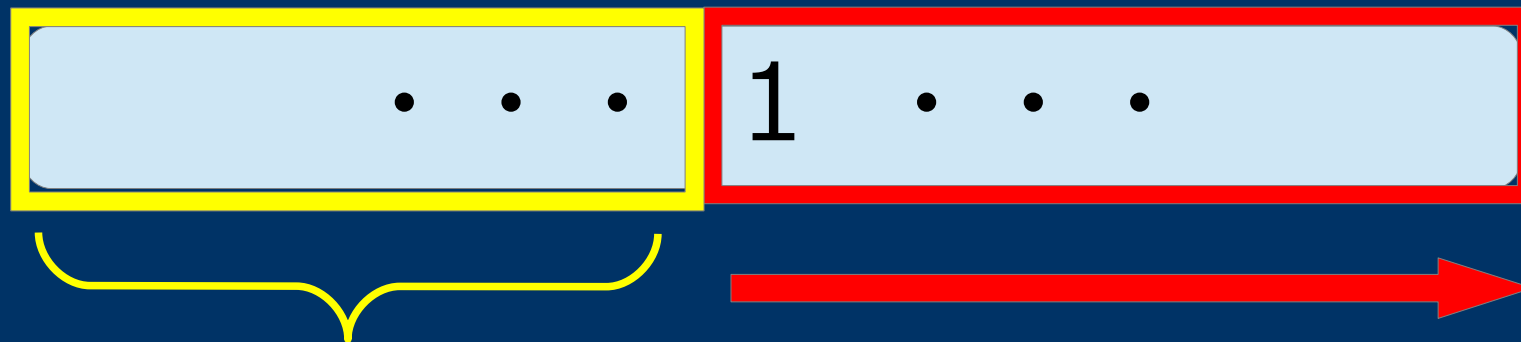
こののどこから取っても、

- **黄部分**を同じルールで取り尽くした後
- **赤部分**を左から順に取っていく

ことは共通

(最小の要素を見つけるのは RMQ を使う)

# 最小の要素に注目



∴ 最初に取るのが**黄部分**のどれかのときは

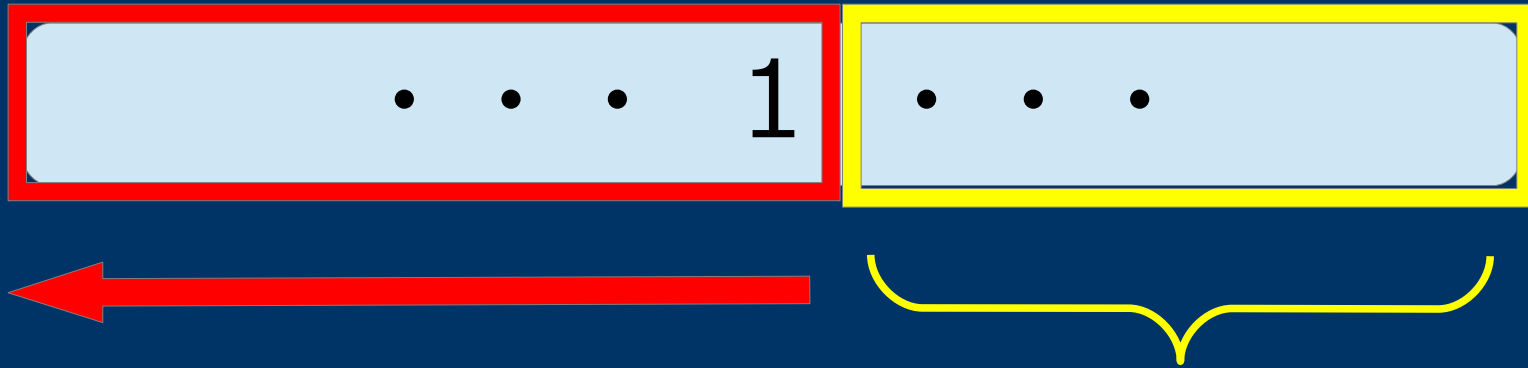
**黄部分**で食える量 ← 再帰すればおk

+

**赤部分**で食える量 ← 定数だし、爆速で求まる

が答え (↑ 区間に定数を足すのでいもす法を使う)

# 最小の要素に注目



最初にここのだれか  
を取るときも同様





# 最小の要素に注目



あとは、最初に 1 を取るときに食える量を  $O(N^2)$  求めればよい



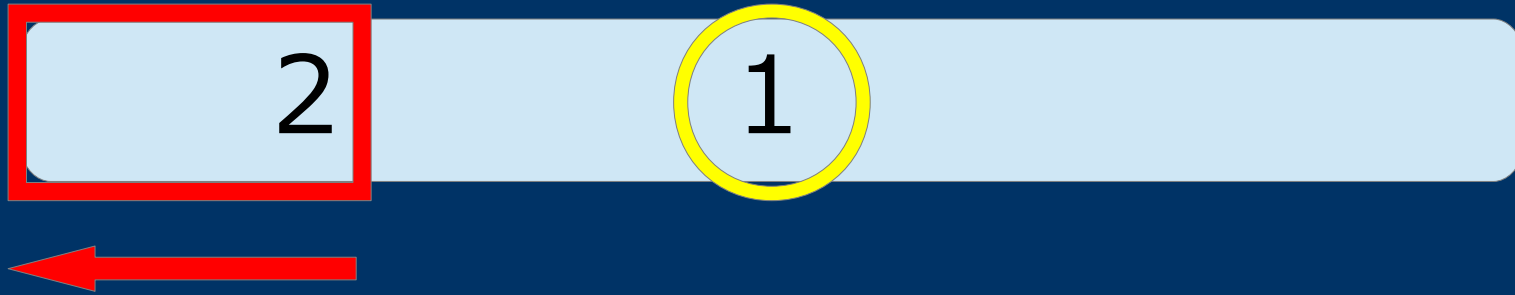
愚直にシミュレーションすると区間の長さ  
だけ時間がかかる



全体で

ランダムなケース :  $O(N \log N)$

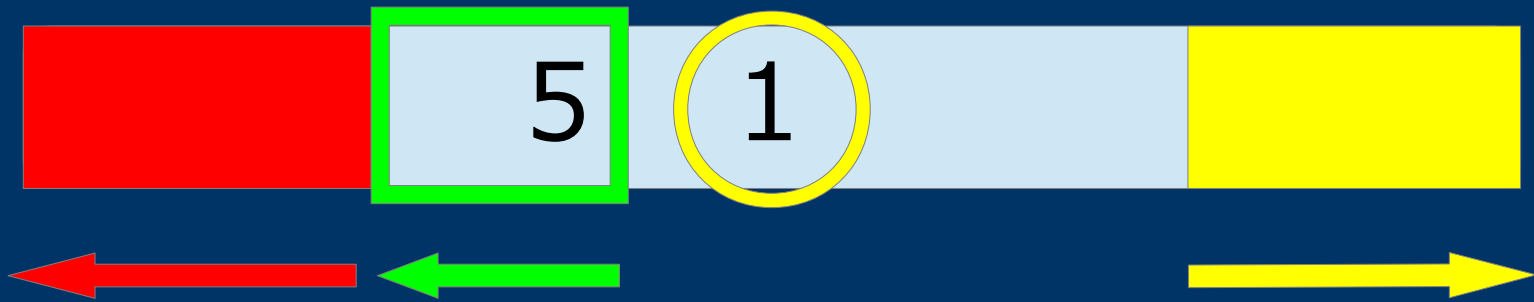
最悪なケース :  $O(N^2)$  ← 死



- 2 番目に小さい要素に注目する (RMQ 使う)  
→ そこから先は最後に取りられる  
(食える量は爆速で求まる)



- 2 番目に小さい要素に注目する (RMQ 使う)  
→ そこから先は最後に取りられる  
(食べる量は爆速で求まる)
- 残りのうち最も小さい要素に注目する (RMQ)  
→ そこから先は (残りのうち) 最後に取りられる  
(食べる量は  $(r y)$ )



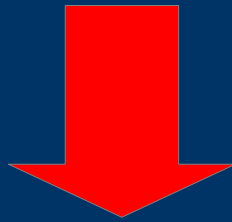
- 2 番目に小さい要素に注目する (RMQ 使う)  
→ そこから先は最後に取りられる  
(食べる量は爆速で求まる)
- 残りのうち最も小さい要素に注目する (RMQ)  
→ そこから先は (残りのうち) 最後に取りられる (食べる量は (ry))
- 繰り返す (R(ry))

2 4 6 8 1 9 7 5 3

こういう区間だと  $O(\text{区間の長さ})$  がかかる  
→ 最悪だと全体で  $O(N^2)$  ?

2 4 6 8 1 9 7 5 3

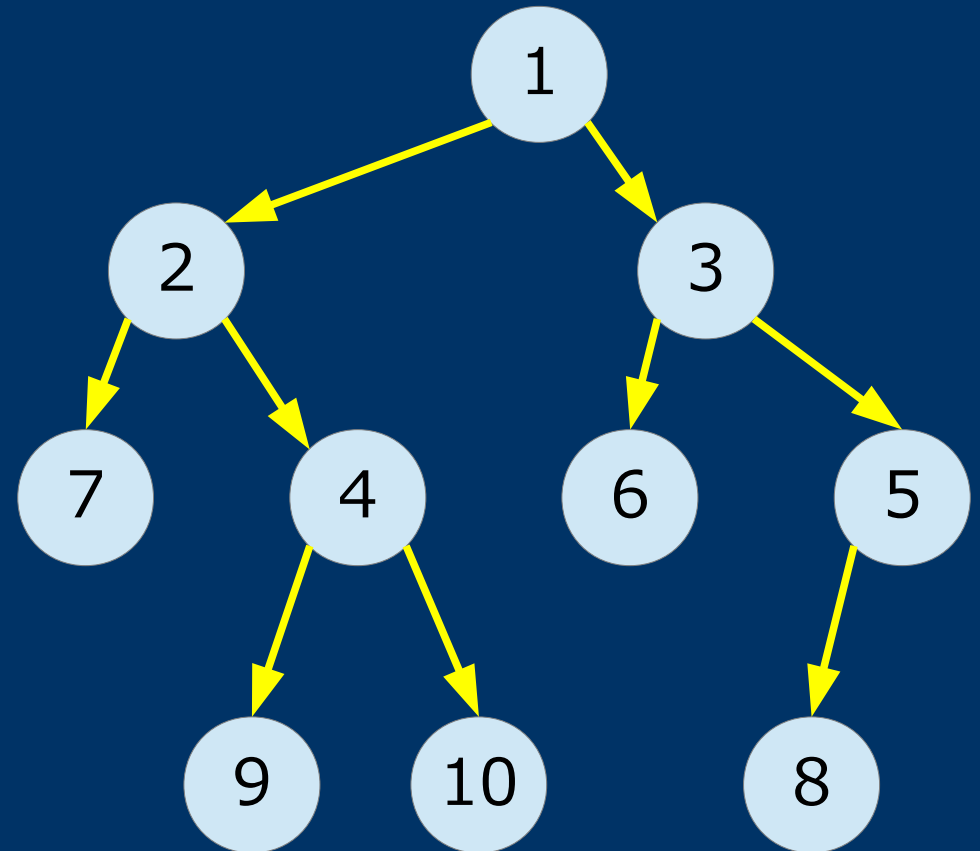
こういう区間だと  $O(\text{区間の長さ})$  がかかる  
→ 最悪だと全体で  $O(N^2)$  ?



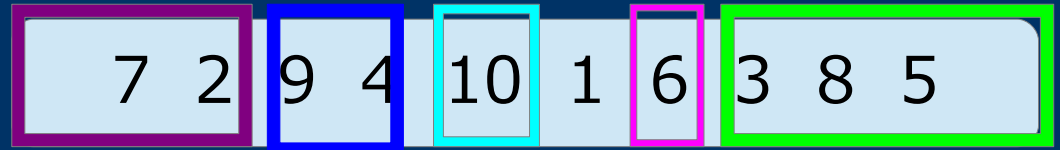
**実は全体で  $O(N)$  ! ! !**

7 2 9 4 10 1 6 3 8 5

こういう木を考える→  
・部分木は区間に対応  
していて、その根は区  
間の最小値







さっきの方法で区間を切る回数は

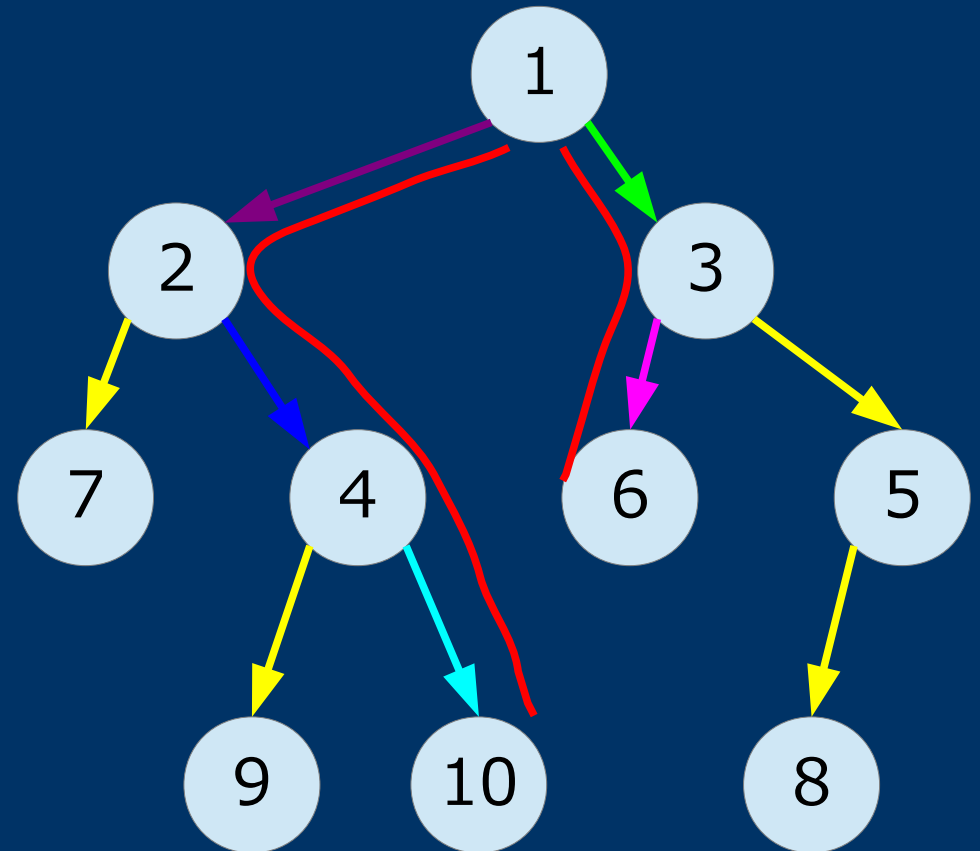
- 左の子から始めて  
右の子を辿れる回数

+

- 右の子から始めて  
左の子を辿れる回数

||

赤い線の長さ




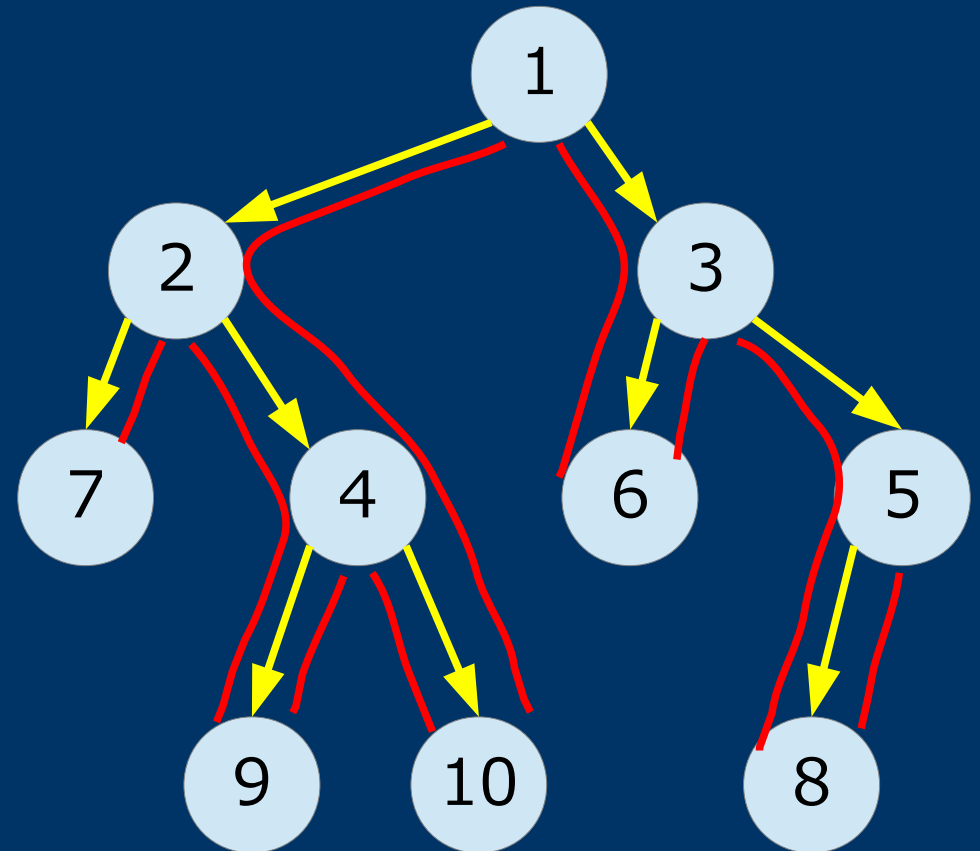
7 2 9 4 10 1 6 3 8 5

赤い線を全部描いた図→

観察

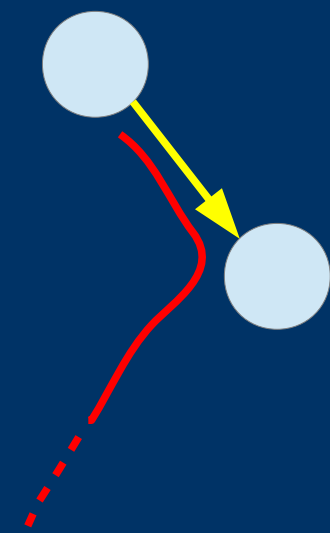
どの  も  に  
2 回以下しか覆われてい  
ない

⇒  の長さの合計  
は高々  $2(N-1)$  !!!

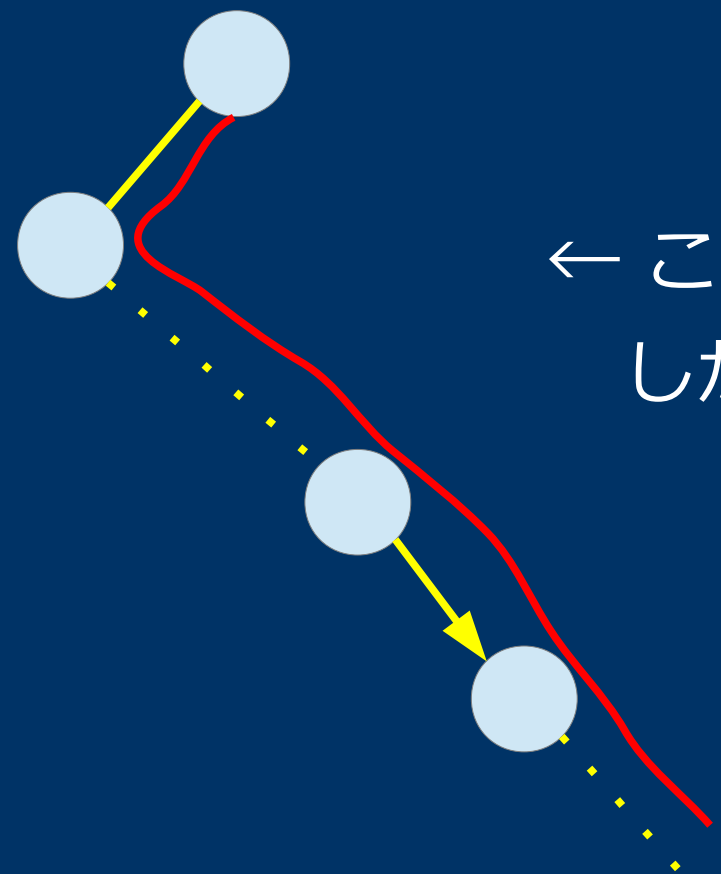


# 観察の証明 (ほぼ明らか)

こういうの (一意に定まる) と→



← こういうの (一意に定まる) しかない



以上 !!!!  
全部で  $O(N \log N)$  !!! 常勝 !!!



# 得点分布

