

# Mountain Rescue Team

---

今西 健介(@japlj)

# 問題概要

まずはこちらをご覧ください↓

<http://japl.pl/play/mountain/mountain.html>

# 問題概要

Mountain  
Rescue Team

遭難者が高所にあるので  
測定機器を正確な位置を特定したい

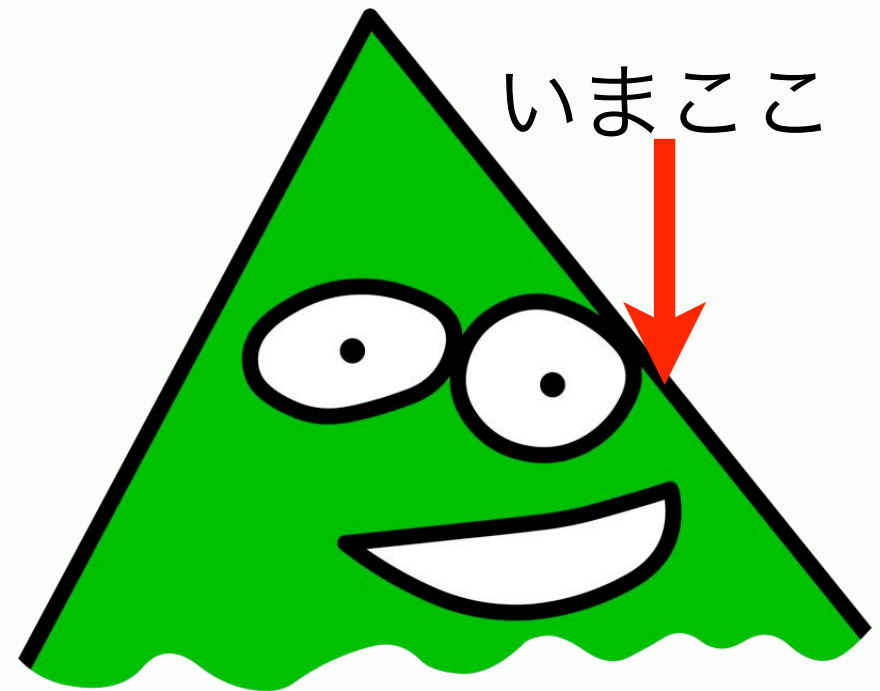
いまここ

# 問題概要

遭難者が高度  $X$  の地点にいるので  
測定機器を **1,000 回** 以内使い位置を特定したい

## おいしい山形のマス目

- $R \leq 200$
- $C \leq 200$



# 0点解法

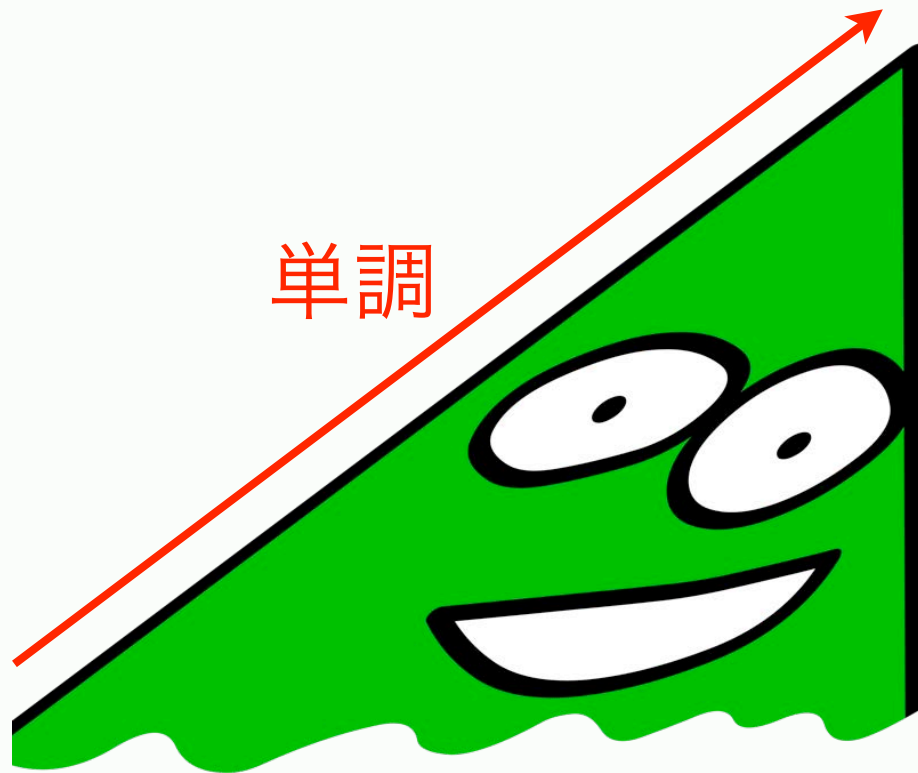
全部のマスを調べて高度  $X$  のマスを見つける

## Measure 呼び出し回数

- 最大で  $RC \leq 40,000$  回
- これを実装すると小課題 1 が解けない
- 小課題 1 の制約でも  $RC \leq 2,500$  回ある
- 0 点 that 得られる

# 基本的な考察

頂点が端っこにあると山の形が良い感じになる

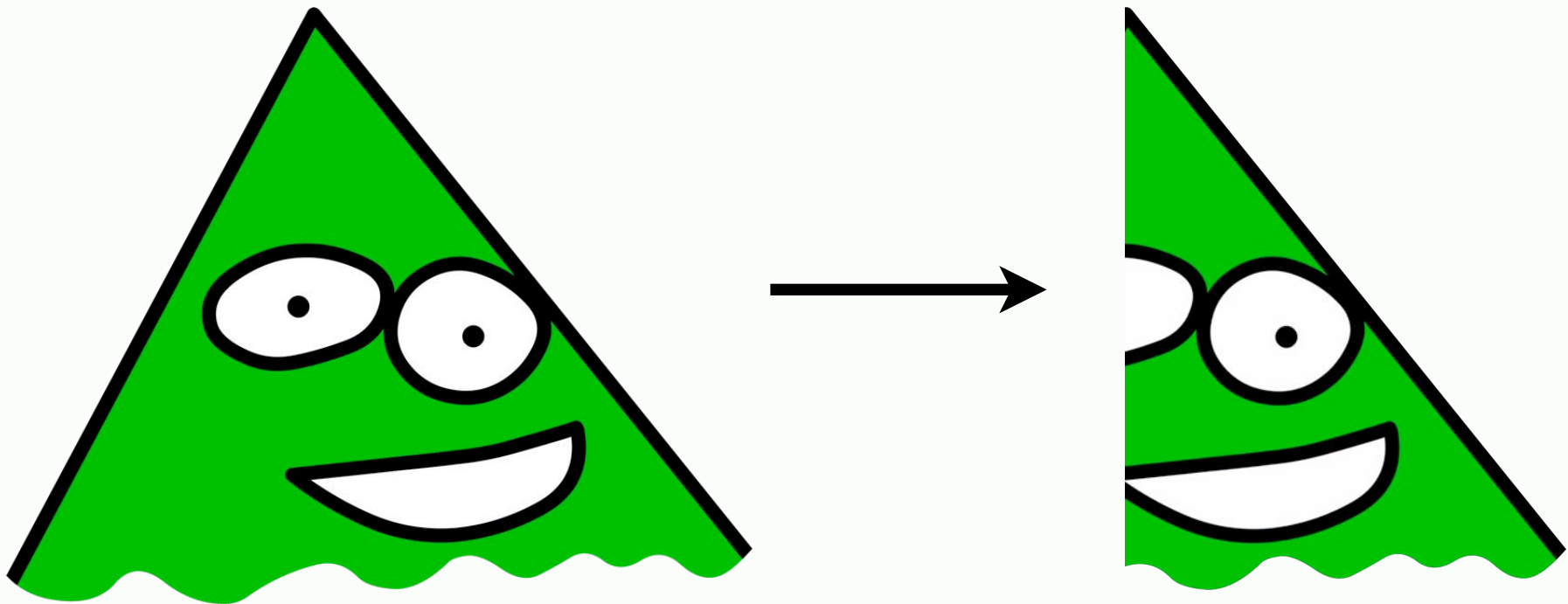


画像はイメージです

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

# 基本的な考察(2)

頂点を基準に 4 つの部分に分けるとよい  
(観葉四分木ゆうり)



# 基本的な考察(3)

この場合が解ければよいことがわかった



# 解法

横に見るとただの  
ソートされた列である  
(縦に見ても同じ)

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

# 解法(2)

5	8	19	29	42
---	---	----	----	----

単調なので二分探索すればOKであった(完)

# 解法(3)

## Measure 呼び出し回数

- 一行の二分探索には  $\log C$  回ぐらい
- 全部で  $R$  行あるので合計  $R \log C$  回ぐらい

## 具体的には？

- 何回ぐらい呼び出すことになるんだろう？
- 何点ぐらいとれるんだろう？

# 20点解法(7)

## 実際の呼び出し回数

- 小課題 1 は  $R, C \leq 50$
- $50 \log 50 \doteq 282 < 1000$
- 小課題 2 は  $R, C \leq 200$
- $200 \log 200 \doteq 1529 > 1000$

→小課題 1 だけが解けて 20 点

# 100点解法

→  
再びこの例で  $\log$  を  
消す方法を説明  
 $X = 50$  としよう

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

# 100点解法(2)

左下からはじめる

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点解法(3)

37 < 50 なので  
37のマスのおすぐ上方向  
には X は存在しない

次は右方向に進む

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点解法(4)

66 > 50 なので  
66のマスのおすぐ右方向  
には X は存在しない

次は上方方向に進む

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$



# 100点解法(5)

51 > 50 なので  
51のマスのおすぐ右方向  
には X は存在しない

次は上方方向に進む

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点解法(6)

36 < 50 なので  
36のマスのおすぐ上方向  
には X は存在しない

次は右方向に進む

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点解法(7)

68 > 50 なので  
68のマスのおすぐ右方向  
には X は存在しない

次は上方方向に進む

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点解法(8)

31 < 50 なので  
31のマスのおすぐ上方向  
には X は存在しない

次は右方向に進む

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点解法(9)

$$50 = 50$$

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点解法(10)

## Measure 呼び出し回数

- 頂点が端にあれば  $R + C - 1$  回
- そうでなくても高々  $2(R + C)$  回ぐらい

## 具体的には？

- $R, C \leq 200$  でも 800 回以下
- 小課題 2 が解ける(100点)

# 100点別解

色々な解法がありうる  
そのうちの一つを紹介

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点別解(2)

中心を選んで  
高さを調べる

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$



# 100点別解(3)

68 > 50 なので  
68より右下には  
Xは存在しない

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点別解(4)

同じ形(右下が頂点)  
の部分3つに分かれる



再帰的に  
同じ調査方法をすればよい

5	8	19	29	42
16	24	31	50	55
25	36	68	69	71
33	51	78	88	94
37	66	82	91	100

$$X = 50$$

# 100点別解(5)

## Measure 呼び出し回数

- 解析が少しむずかしい
- 最悪で約  $N^{\log_2 3}$  回になることがわかる

ただし  $N = \max(R, C)$

## 具体的には？

- $200^{\log_2 3} \doteq 4436$  と超でかい
- しかし小課題 2 が解ける(100点)

実際に最悪になることはほとんどない(乱数を使うと)

# 下界の証明

この問題では実は必要な Measure の呼び出し  
回数の下界が証明できる

## 下界とは

- ・簡単に言うと，少なくとも何回は呼び出す必要があるかというのがわかる
- ・ $R = C$ , 頂点が右下として考えることにする

# 下界の証明(概略)

## 山のデータを意地悪に作っていく

- ・ データを作る人の立場になって考える
- ・ クエリが飛んできてから山の高度を考える
- ・ このときできるだけ意地悪なものをつくる

## すると？

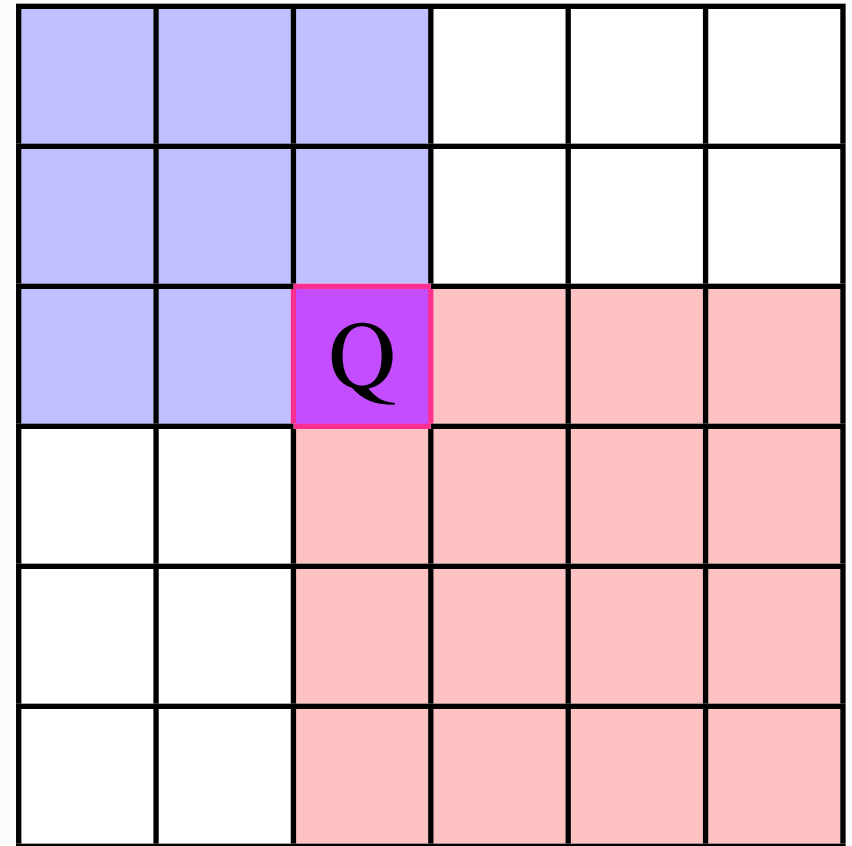
- ・ 下界を考えるには次のような問題を考えればよいことになる

# 下界の証明(概略2)

Q というマスにクエリ  
が飛んできた場合

- ・ 赤のマスが考慮外になる
  - ・ 青のマスが考慮外になる
- のうち好きな方を選ぶ

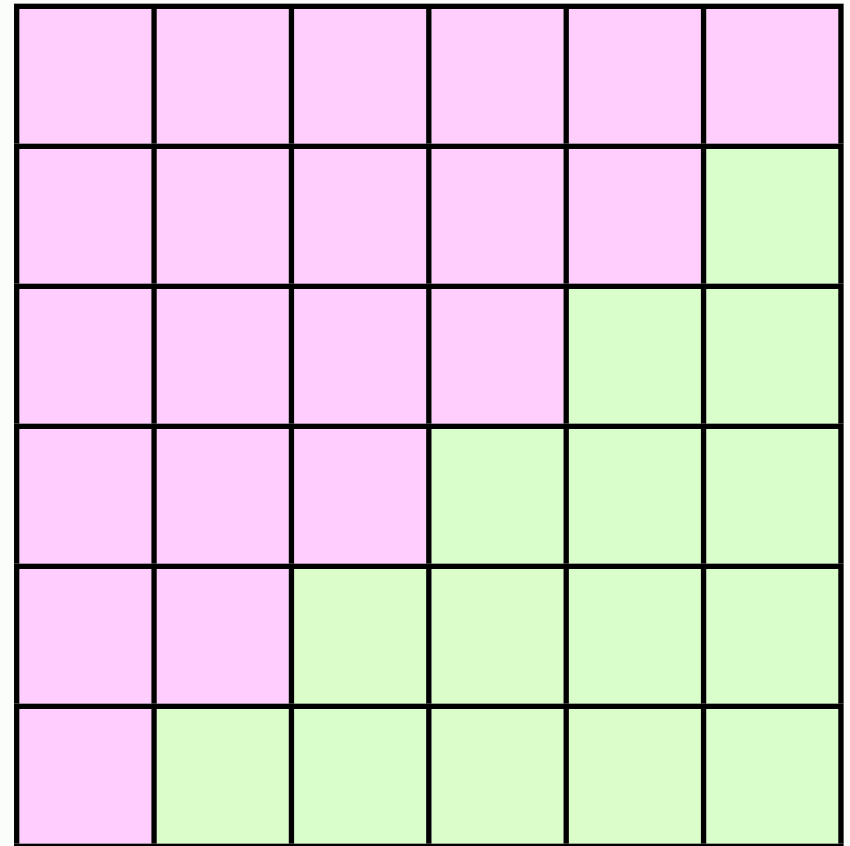
残りが1マスになると終了



# 下界の証明(概略3)

次の戦略を考えよう

- 緑のマスにクエリ  
→右下を消す
- 桃のマスにクエリ  
→左上を消す



# 下界の証明(概略4)

このようなデータでは  
○の書かれたマスには  
必ずクエリを飛ばさないと  
残りが 1 マスにならない

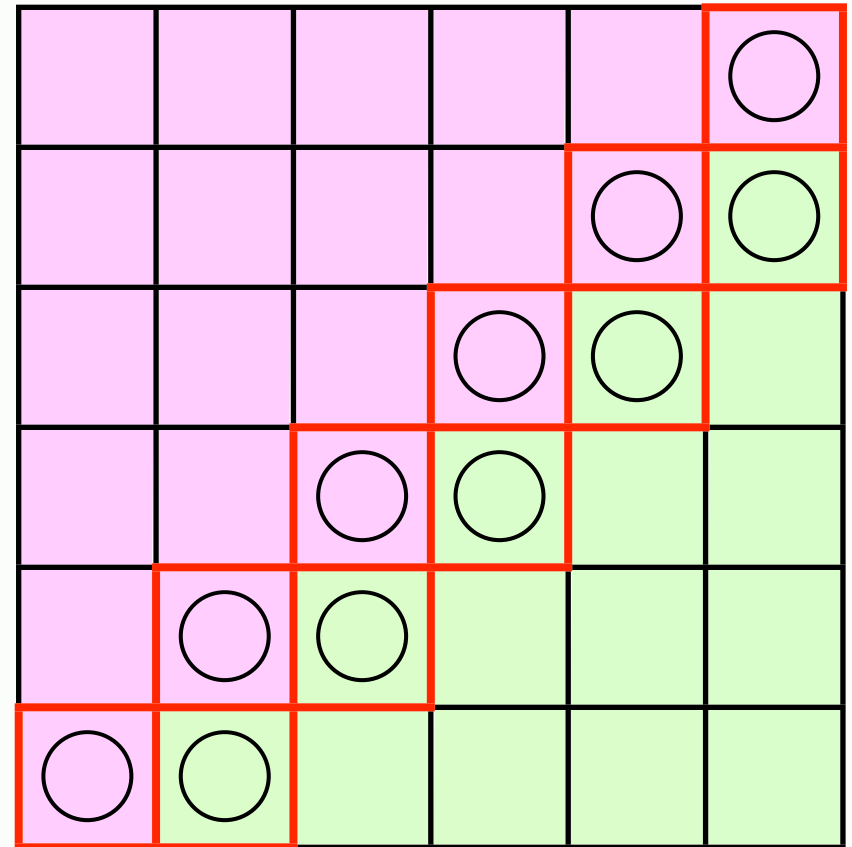
					○
				○	○
			○	○	
		○	○		
	○	○			
○	○				



# 下界の証明(概略5)

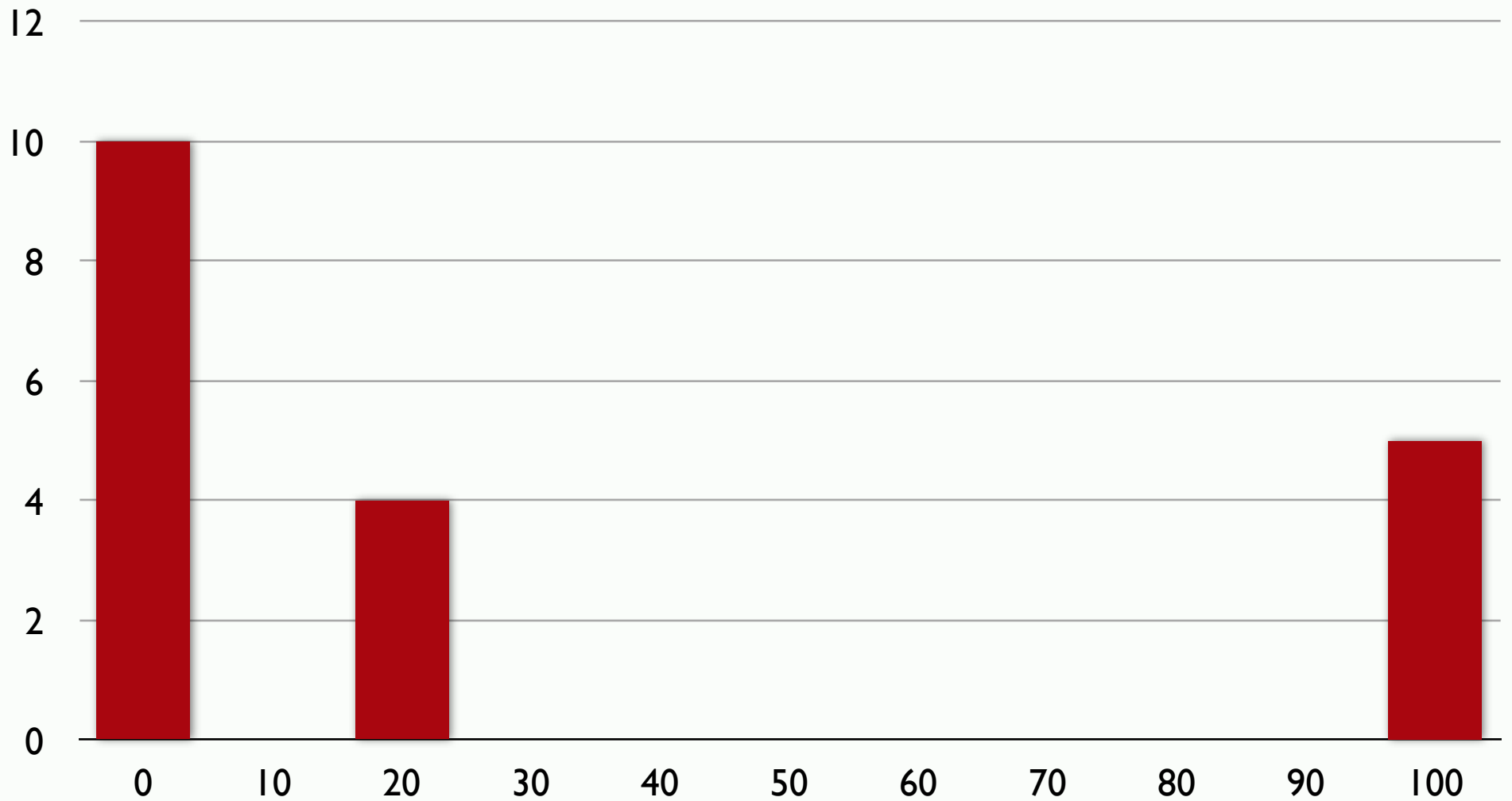
すなわち **少なくとも**  
 **$R + C - 1$**  回はクエリを  
飛ばす必要があるが  
最初に解説した解法は  
ちょうど  **$R + C - 1$**  回の  
クエリで  $X$  を特定した

→ **下界!!!**



# 得点分布

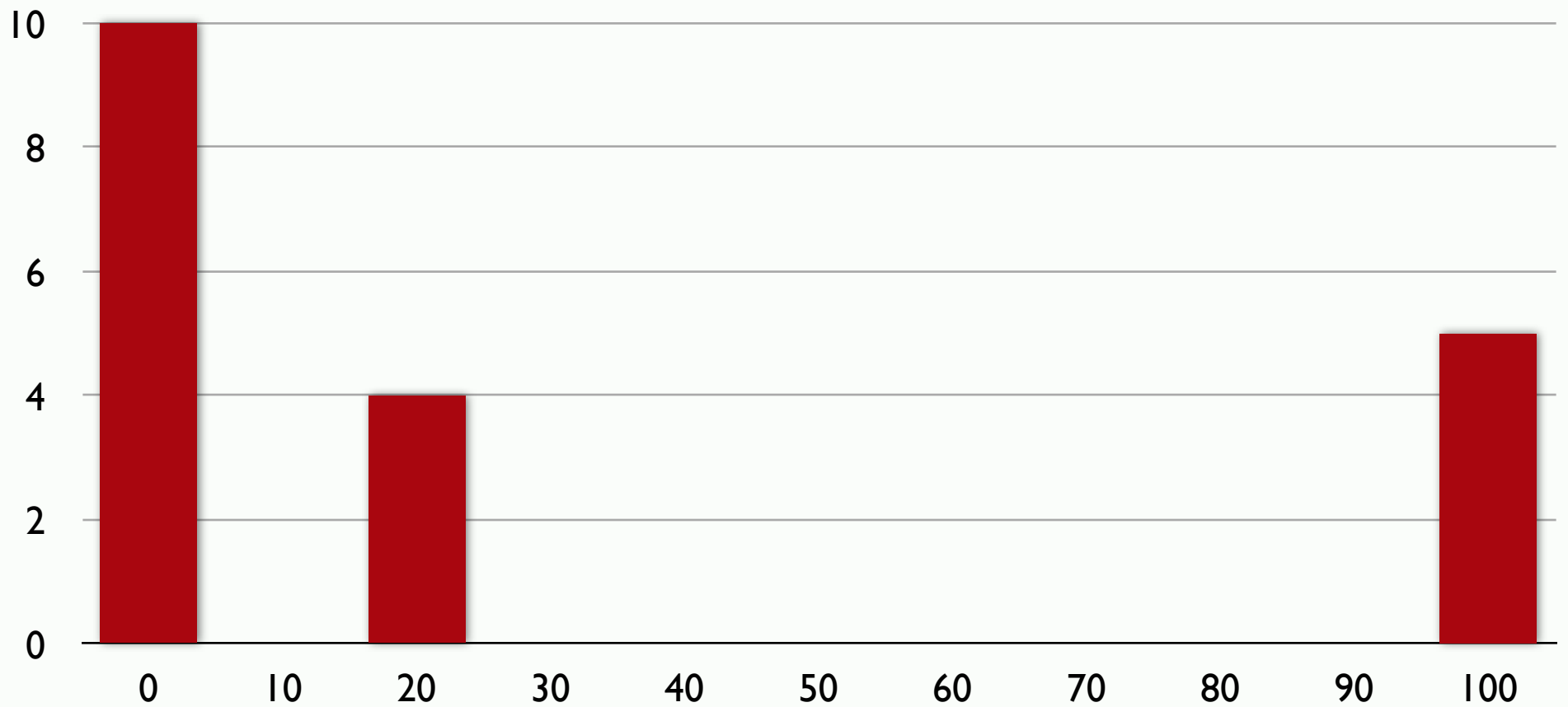
Mountain  
Rescue Team



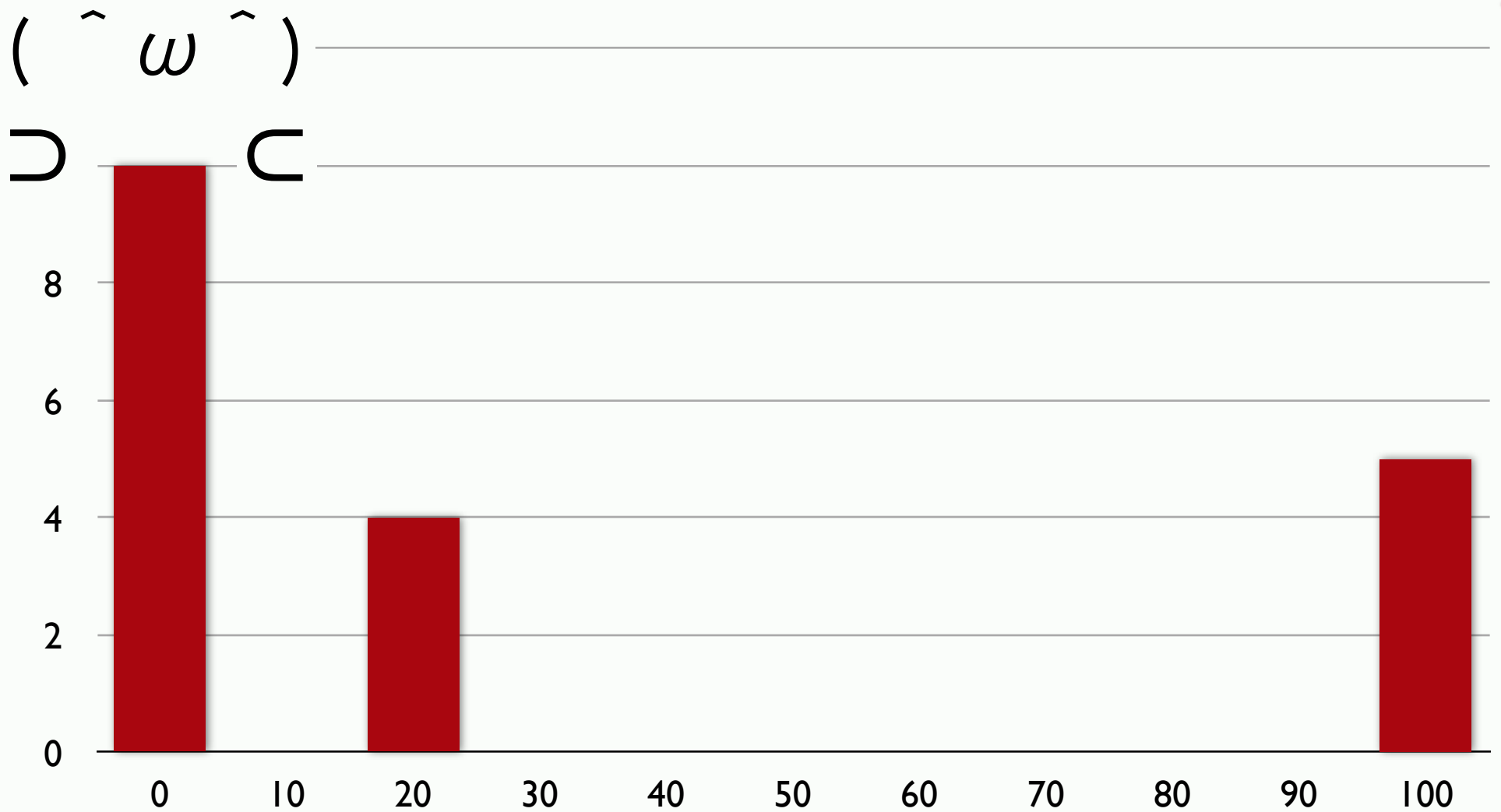
# 得点分布

Mountain  
Rescue Team

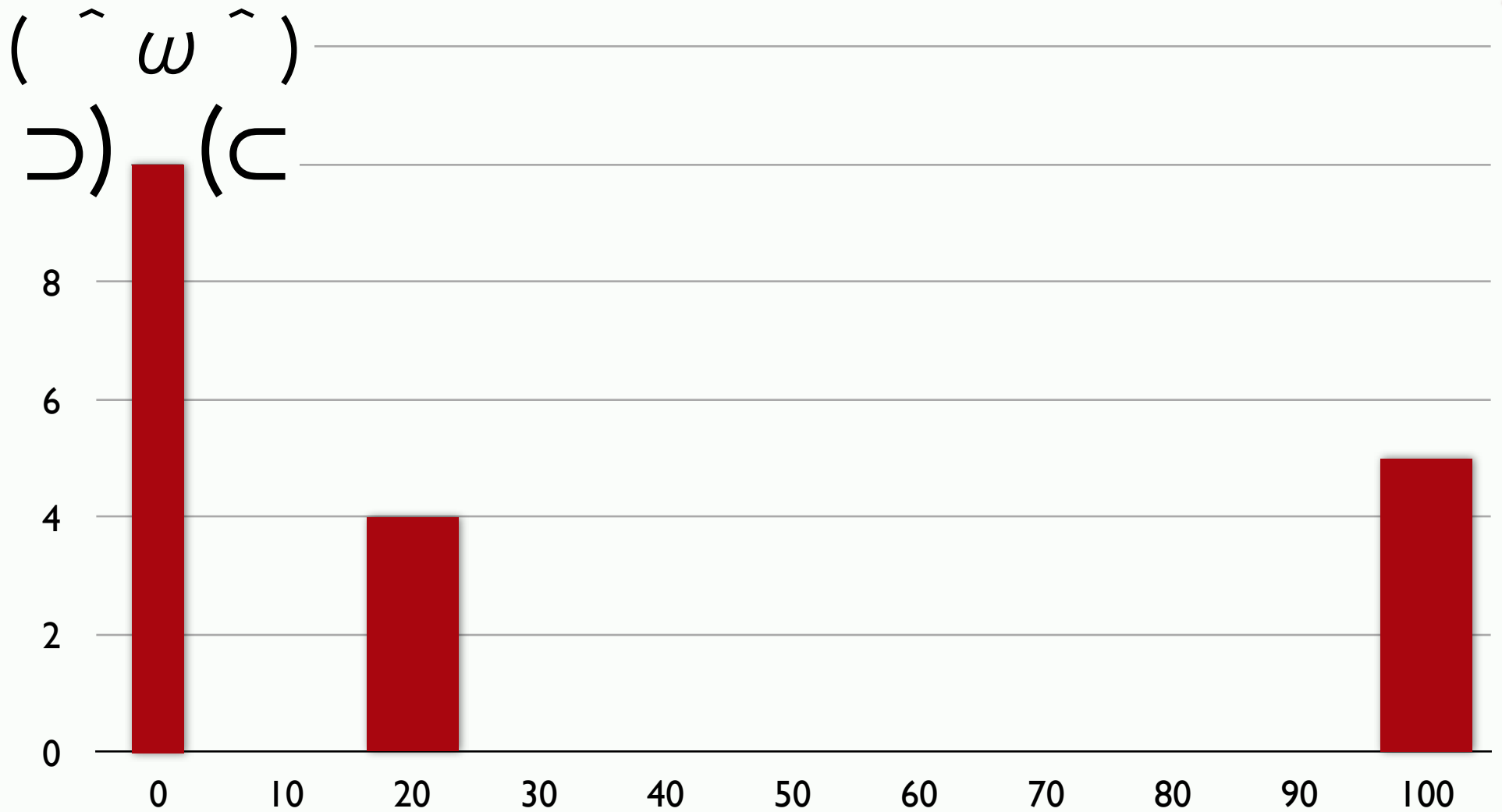
$(\hat{\omega})$



# 得点分布



# 得点分布



# 得点分布

$(\hat{\omega})$

$\equiv \supset C \equiv$

8

6

4

2

0

0

10

20

30

40

50

60

70

80

90

100



# 得点分布

