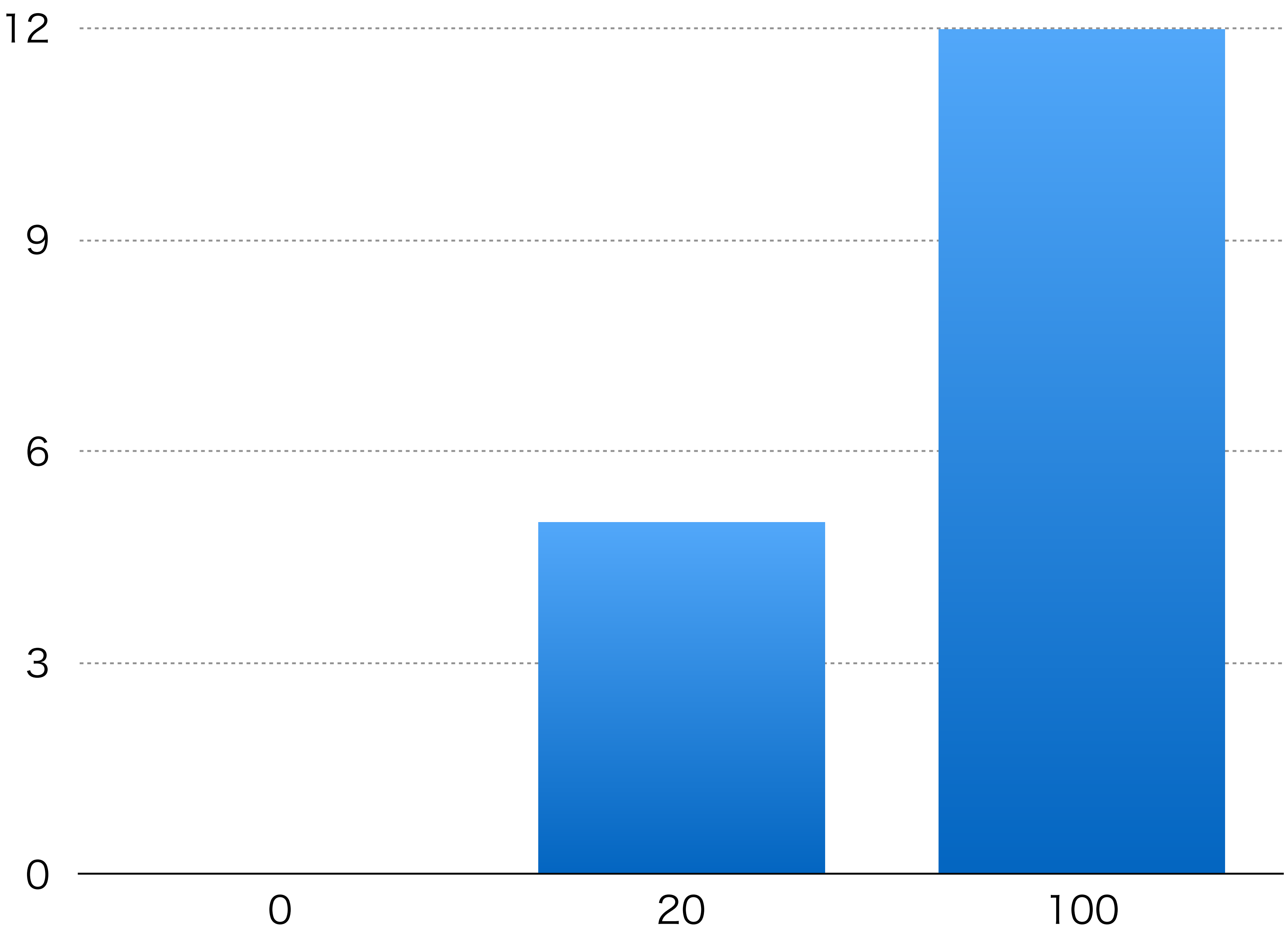
JOIOJI

平野湧一郎 (nai)

得点分布



問題概要

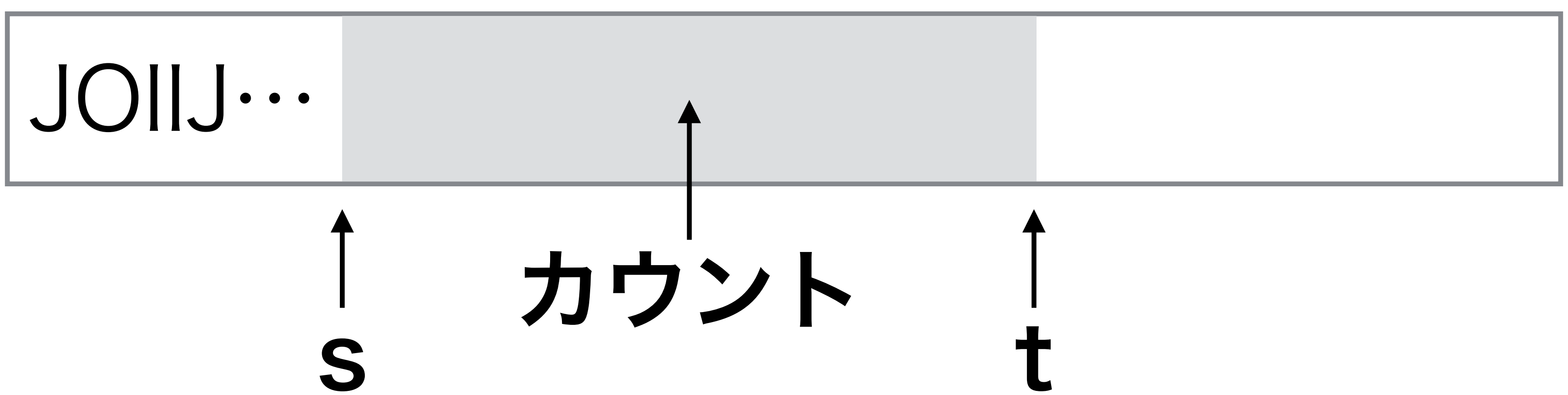
- JOIOJIさんは自分の名前が大好き
- 与えられた文字列の部分文字列で，J, O, I がそれぞれ同じ数だけ現れるものの長さの最大値を求めよ

JOIIJOJOOI

解法1 (5点)

- 総当りで全部調べる.
- $O(N^3)$

- 開始地点：O(N)
- 終了地点：O(N)
- 文字数カウント：O(N)



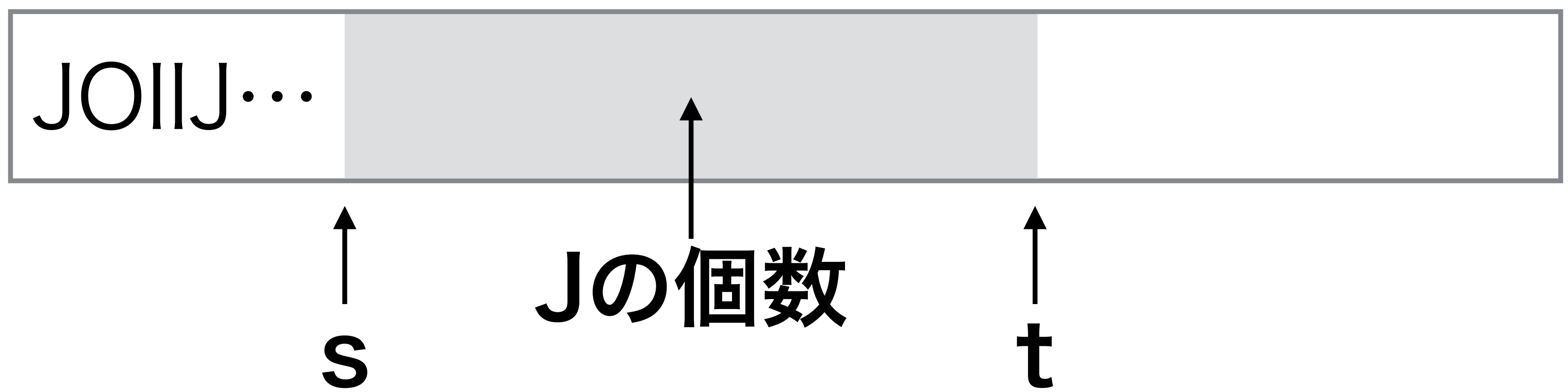
なんとかしてO(N)を
ひとつ減らせないか？

解法2 (20点)

- 「文字数カウント」を爆速で行う
- **累積和**を使う
- $O(N^2)$

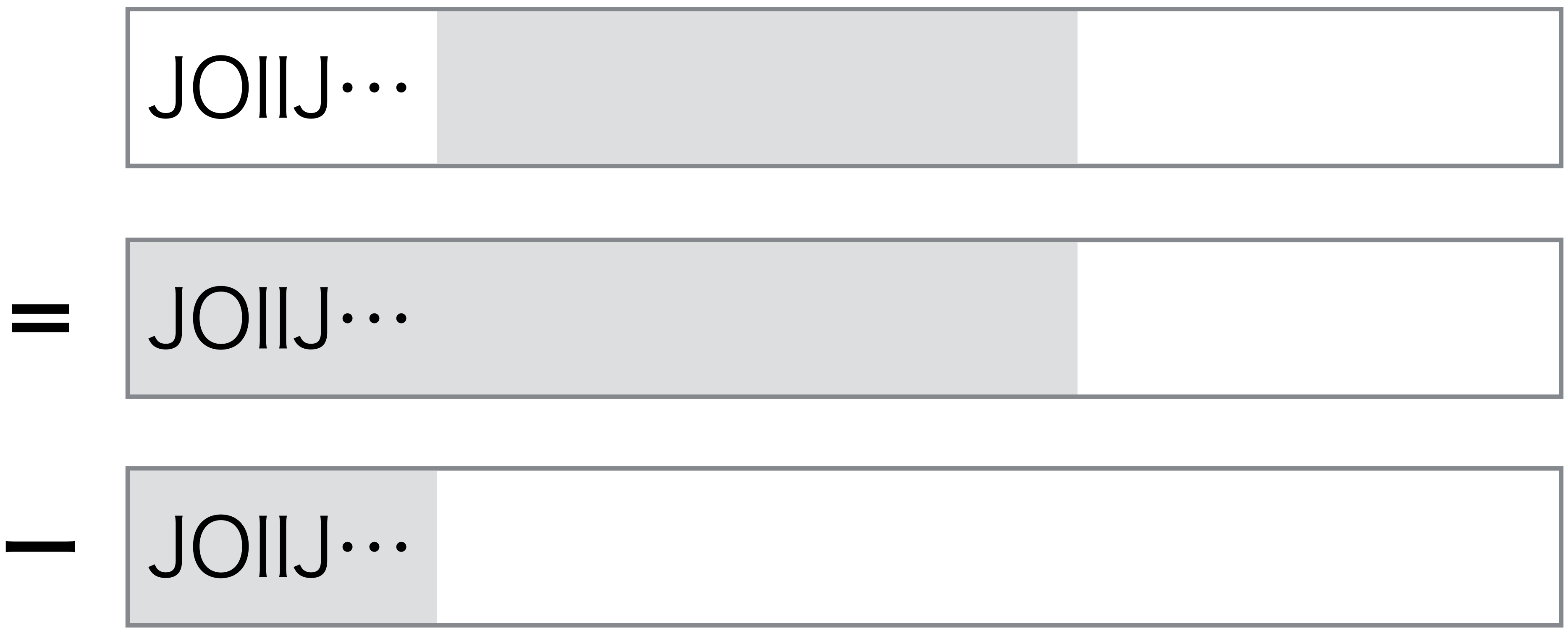
累積和とは

- たとえば「sからtまでの 'J' の個数」を知りたい



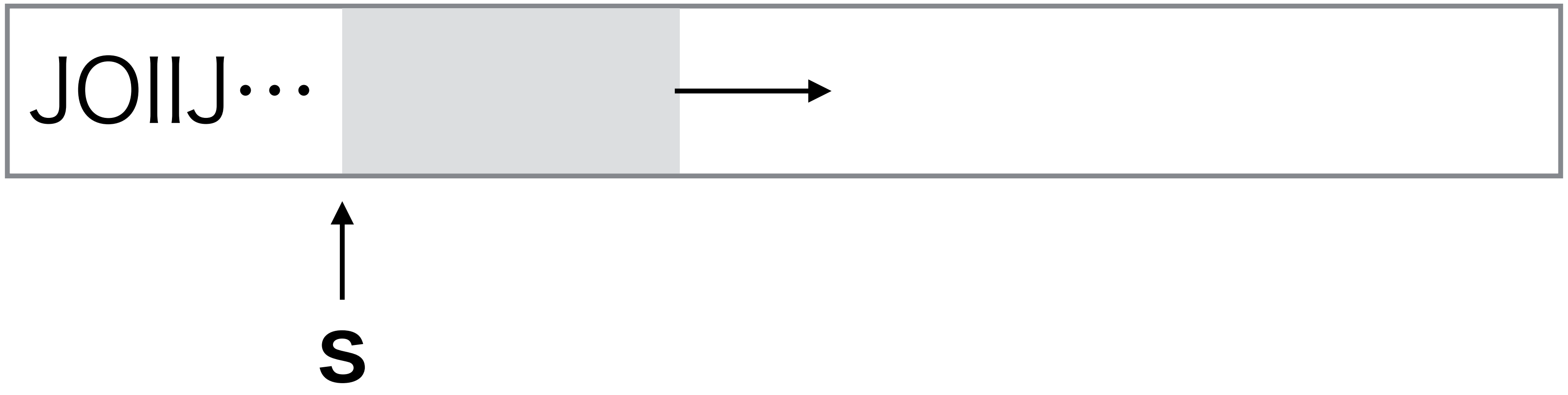
- 「1からtまでの ‘J’ の個数」-「1から(s-1)までの ‘J’ の個数」で求まる

- あらかじめ「1からxまでの ‘J’ の個数」を全てのxについて求めておけば，引き算1回で計算できる



解法2′ (別解)

- 「終了地点」を固定せず考える
- 開始地点を固定し，文字を数えながら終了地点を右にずらしていく
- O(N^2)



解法2の考察

- 解法2(累積和)では,　「開始地点」と「終了地点」をペアで考えていた

- それぞれを独立で考えられないか？

条件の考察

- 「1からxまでの ‘J’ の個数」を J[x] と書くことにする (O, I も同様)
- 「sからtまでの ‘J’ の個数」= J[t] - J[s-1]

- 「sからtまでの ‘J’ の個数」＝「sからtまでの ‘O’ の個数」となるための条件は,
  - J[t] - J[s-1] = O[t] - O[s-1]
- 移項してみる
  - J[**t**] - O[**t**] = J[**s-1**] - O[**s-1**]
- 独立して扱えそうになってきた！

条件の言い換え

- JO[x] := J[x] - O[x]
- JI[x] := J[x] - I[x] とする
- 「sからtまでの ‘J’, ‘O’, ‘I’ の個数がそれぞれ等しい」ための必要十分条件は,
  - JO[t] = JO[s-1] かつ
  - JI[t] = JI[s-1]

解法3 (想定解)

- 各xについて，JO[x], JI[x] を求めておく
- ソートするなどして，JO[x] = JO[y] かつ JI[x] = JI[y] となるような x, y をまとめる
- ↑のような x, y (x < y) で，y - x の最大値が答え
- O(N log N)

まとめ

- 「sからtまでの○○の個数」→累積和！
  - 二次元累積和も頻出
- 条件を変形し，２つ以上の変数を独立して考えるようにする

得点分布 (再掲)