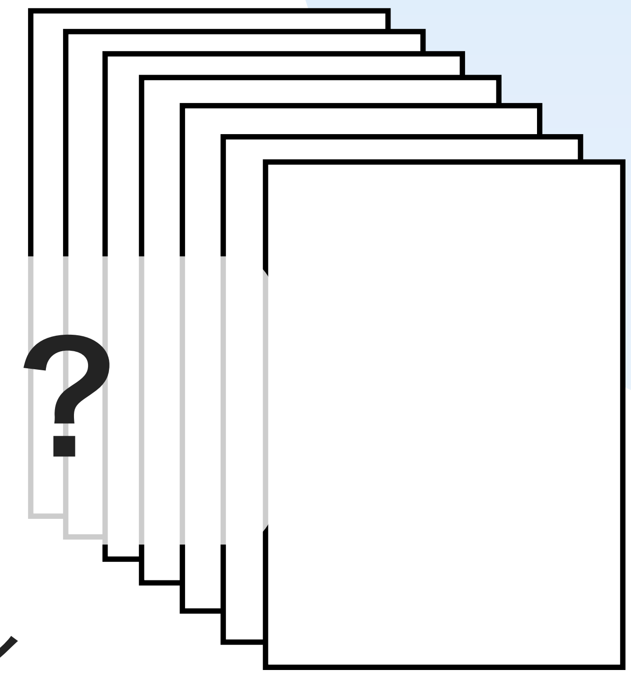
2013 JOI春合宿 Day4
漢字しりとり(Kanji Shiritori) 解説

2014/03/24
山下 洋史
@utatakiyoshi

はじめに

- 問題文が 7 ページもありますが,

ちゃんと読みましたか？



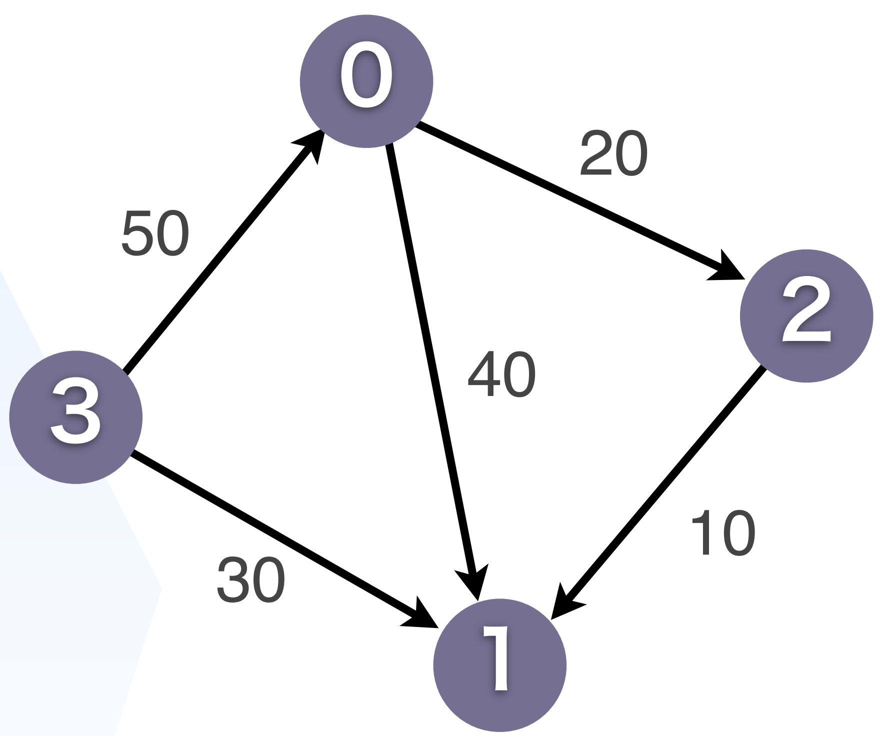
- 最近の IOI は Reactive な出題が多く,

  問題文が長くなる傾向にあります

- 時間はたっぷりあるので，焦らずに読んでください

概要

Anna の視点



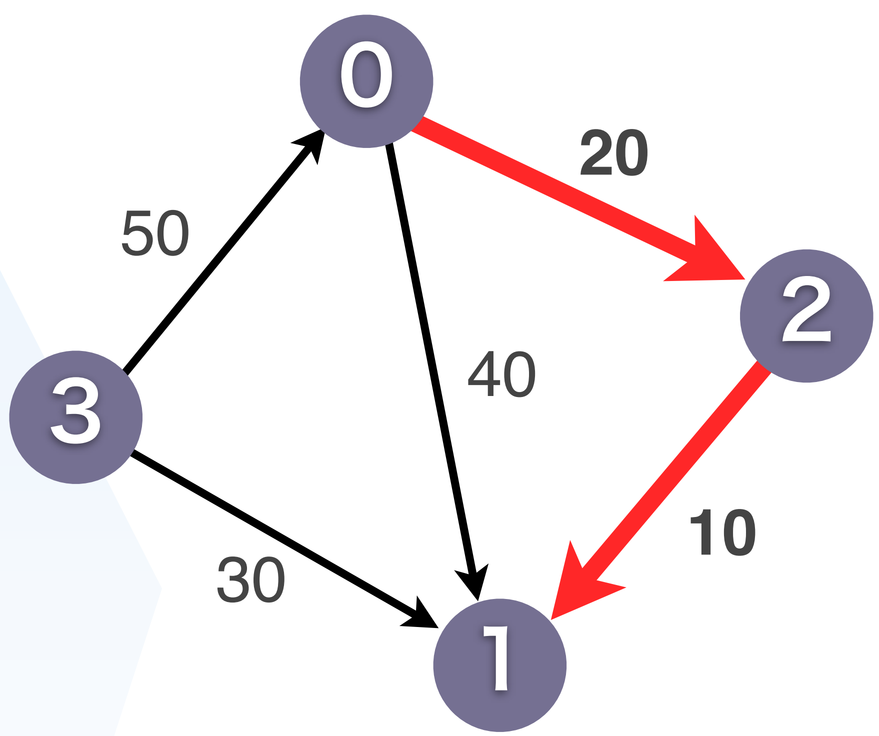
N頂点 M辺 の有向グラフ

0 → 1 の最短経路は？

というクエリが Q 個飛んでくる

概要

Anna の視点



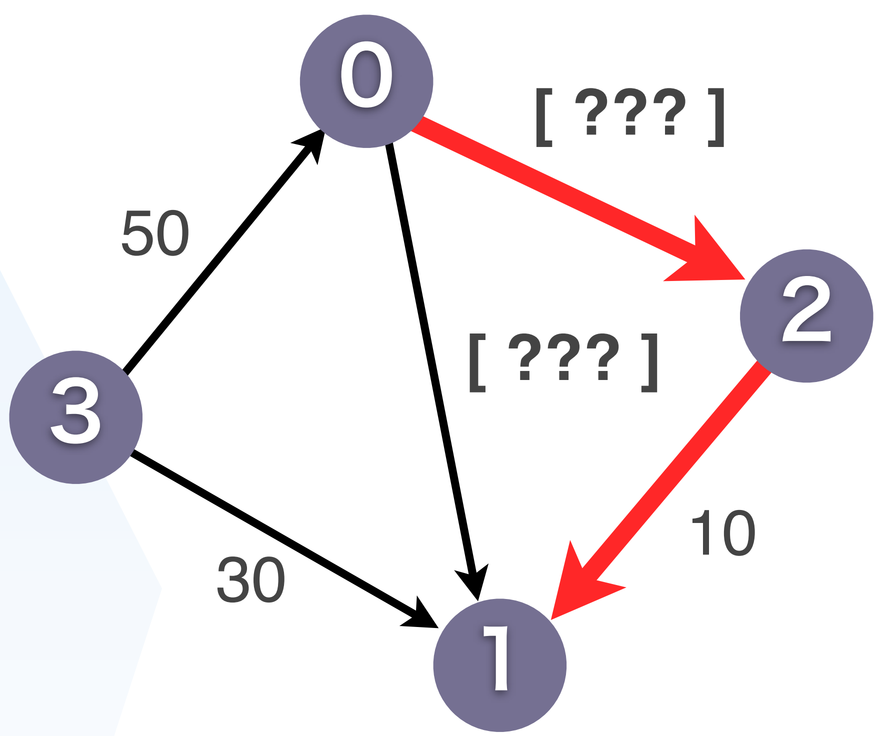
N頂点 M辺 の有向グラフ

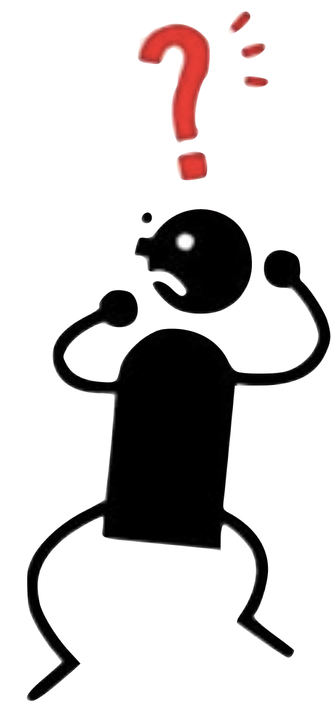
0 → 1 の最短経路は？

というクエリが Q 個飛んでくる

概要

Bruno の視点





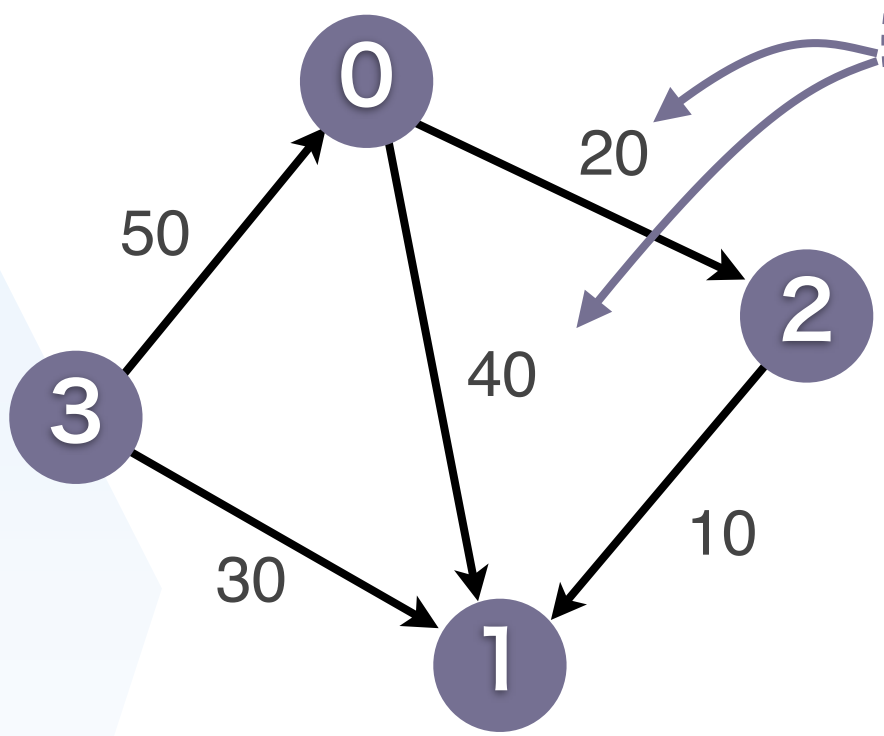
N頂点 M辺 の有向グラフ

0 → 1 の最短経路は？

コストが**[???]**の辺が K 本　というクエリが Q 個飛んでくる

概要

Anna の視点

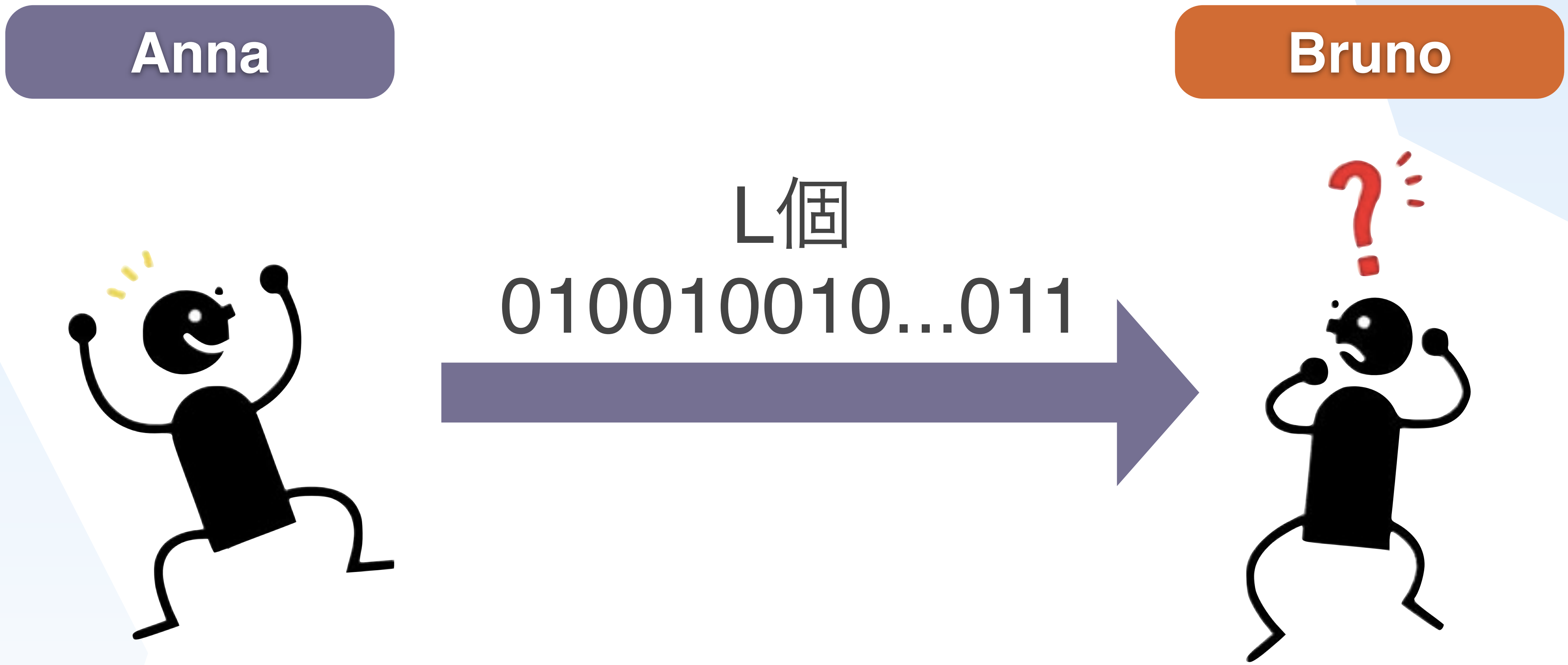


N頂点 M辺 の有向グラフ

0 → 1 の最短経路は？

というクエリが Q 個飛んでくる

概要



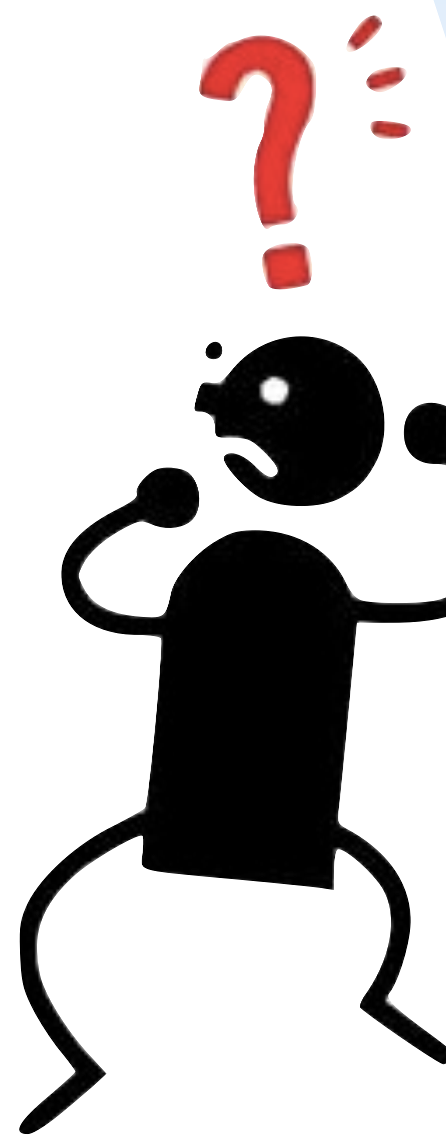
小課題

- 小課題 1 [10点] (L ≦ 1000 いろいろ小さい)
- 小課題 2 [22点] (L ≦ 180)
- 小課題 3 [8点] (L ≦ 160)
- 小課題 4 [40点] (L ≦ 90)
- 小課題 5 [20点] (L ≦ 64)

制約

すべての入力データは以下の条件を満たす.

- $2 \leqq N \leqq 300$.
- $1 \leqq M \leqq N \times (N-1)$.
- $0 \leqq Ai < N$ $(0 \leqq i < M)$.
- $0 \leqq Bi < N$ $(0 \leqq i < M)$.
- $Ai \neq Bi$ $(0 \leqq i < M)$.
- $(Ai,Bi) \neq (Aj,Bj)$ $(0 \leqq i < j < M)$.
- $1 \leqq Ci \leqq 10^{16}$ $(< 2^{54})$ $(0 \leqq i < M)$.
- $1 \leqq Q \leqq 60$.
- $0 \leqq Sj < N$ $(0 \leqq j < Q)$.
- $0 \leqq Tj < N$ $(0 \leqq j < Q)$.
- $S_j \neq T_j$ $(0 \leqq j < Q)$.
- $(Si,Ti) \neq (Sj,Tj)(0 \leqq i < j < Q)$.
- 漢字 Sj から始まり漢字 Tj で終わる漢字しりとりが存在する $(0 \leqq j < Q)$.
- $1 \leqq K \leqq 5$.
- $0 \leqq U_k < M (0 \leqq k < K)$.
- $U_i \neq U_j$ $(0 \leqq i < j < K)$.
- Bruno が忘れてしまった単語の最初の文字は共通である.すなわち $A_{U0} = A_{U1} = \cdots = A_{UK-1}$.



重要な制約

- $N \leqq 300$ ← そこそこ
- $Q \leqq 60$ ← そこそこ
- $C_i \leqq 10^{16}$ ($< 2^{54}$) ← かなりでかい
- $K \leqq 5$ ← かなり小さい
- $A[U_0] = A[U_1] = \ldots A[U_{K-1}]$ ←考察しよう

小課題 1 (10点)

- $Q \leqq 10$
- 答えのサイズ = $W \leqq 10$
- $L \leqq 1000$

→ Anna で最短路して，**答えを全部**送る

（ $QW\log(N) = 10 \times 10 \times \log(300)$ → **900 bit** ）

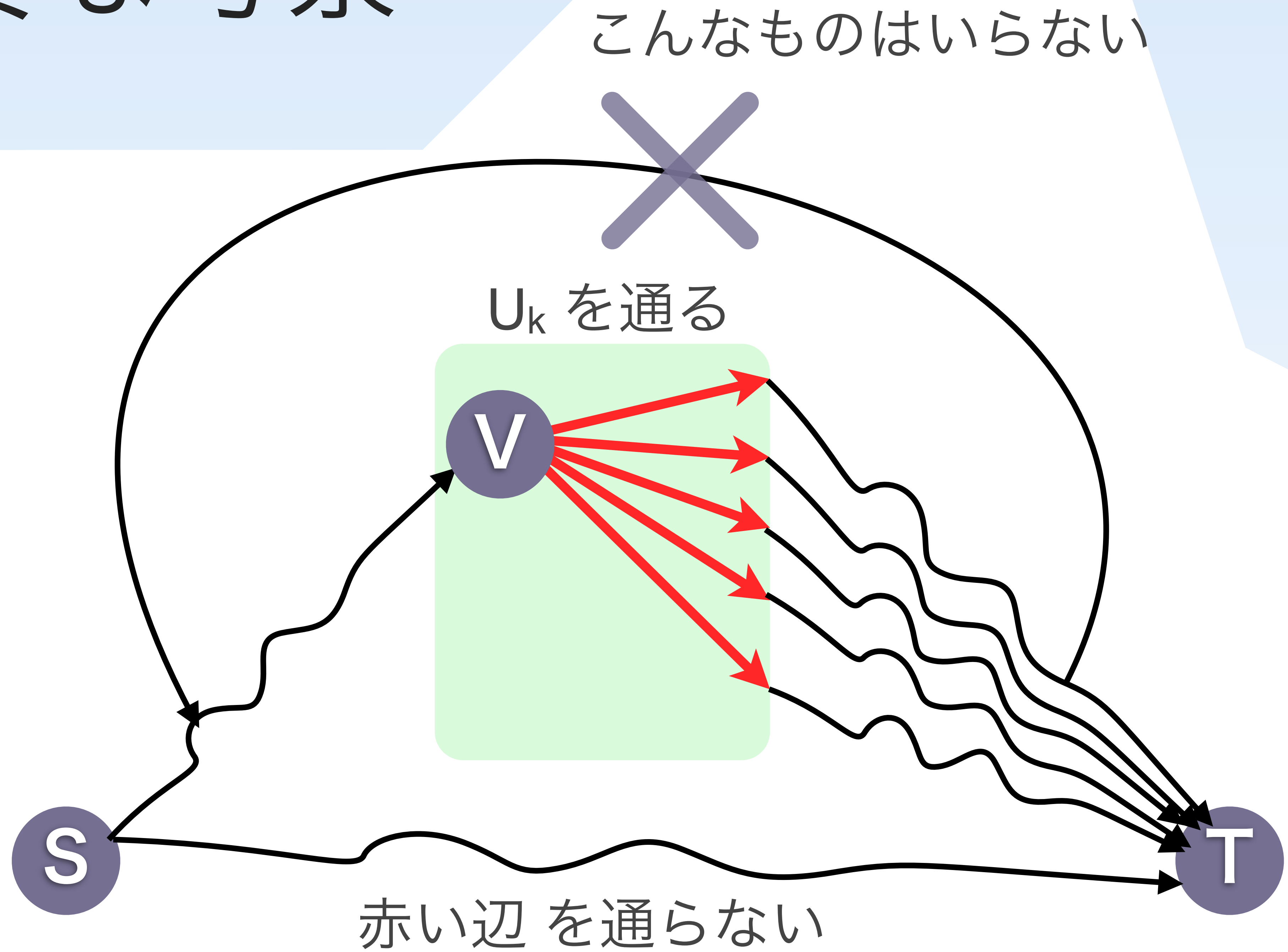
小課題 1’ (10点)

- $Q \leqq 10$
- 答えのサイズ = $W \leqq 10$
- $L \leqq 1000$

→ Anna が **U_k のコストをそのまま**送る

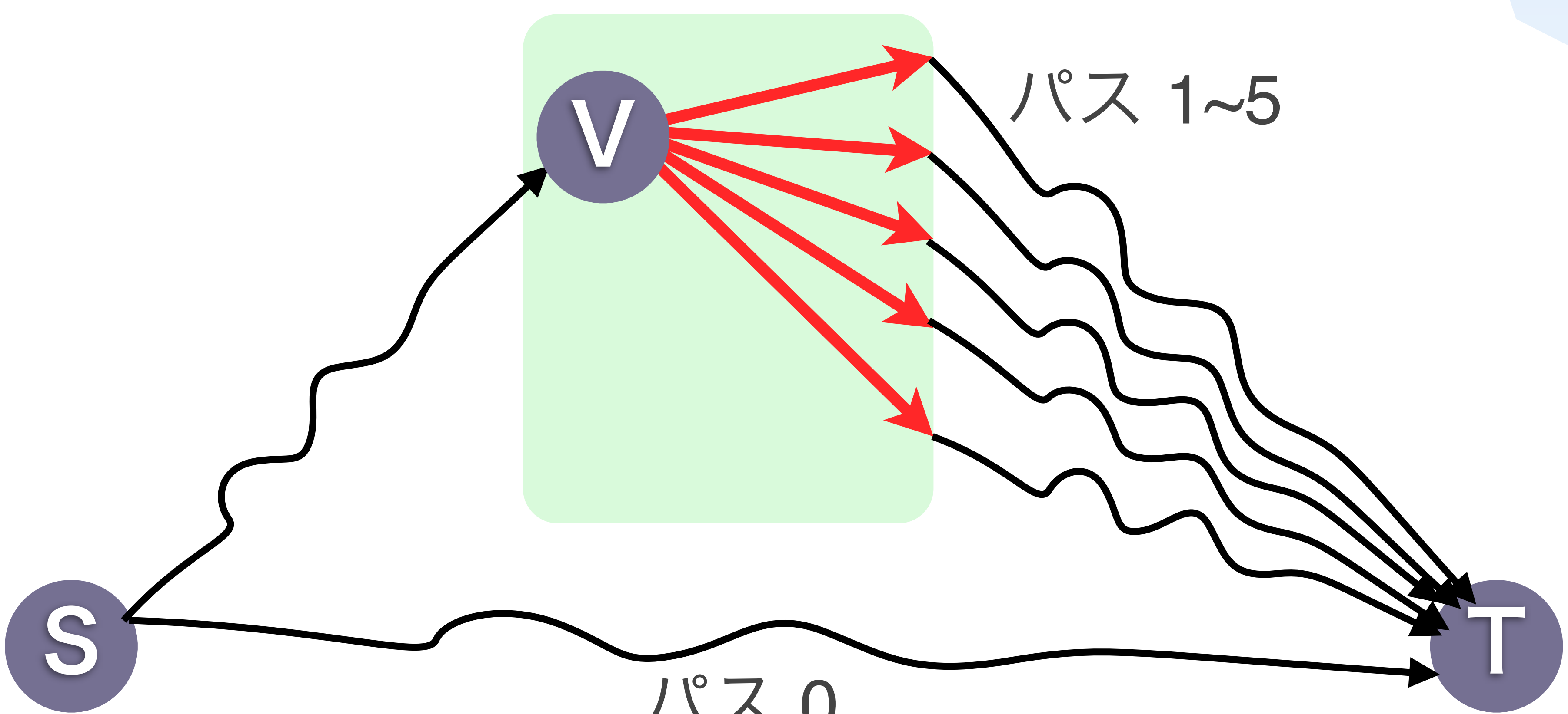
（ $\log(C)K = \log(2^{54}) \times 5 =$ **270 bit** ）

重要な考察



最短経路はこの 6 通りしかない

重要な考察



とりあえず番号付け

小課題 2 (22点)

- この **6** (=K+1) **通りのどれを通るか**を送る
- 1クエリあたり 3 bit
- Q × 3 = 60 × 3 = **180 bit**

数字を0/1列で送る

一般的なテク

- $0 \leqq a < 5,\ 0 \leqq b < 5,\ 0 \leqq c < 10$ を送りたい
- そのまま送ると

  a に 3 bit , b に 3 bit , c に 4 bit→ 合計 10 bit
- (a,b,c) は $5 \times 5 \times 10 = 250$ 通り
- 250 通りのうちどれか？を送ることにする

  → 8 bit (2 bit 短縮)

小課題 3 (8点)

- **3つずつまとめて送る**
- x,y,z を送るとき，36x + 6y + z を送る
- 6 × 6 × 6 = 216 通り → 8 bit
- (Q / 3) × 8 = (60 / 3) × 8 = **160 bit**

小課題 4 (40点)

Compare(j, a, b):

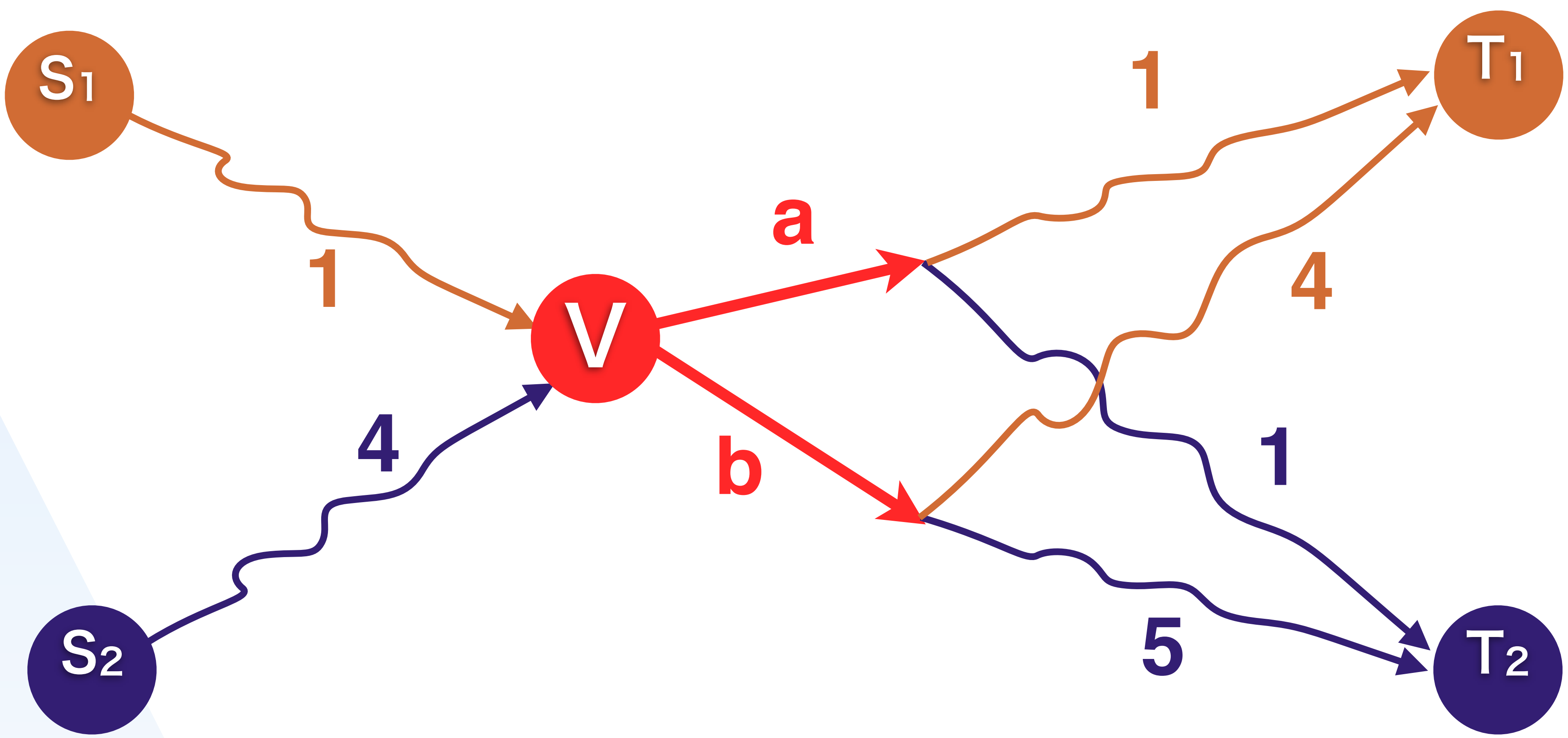
問題 j でパス a とパス b はどっちが短い？

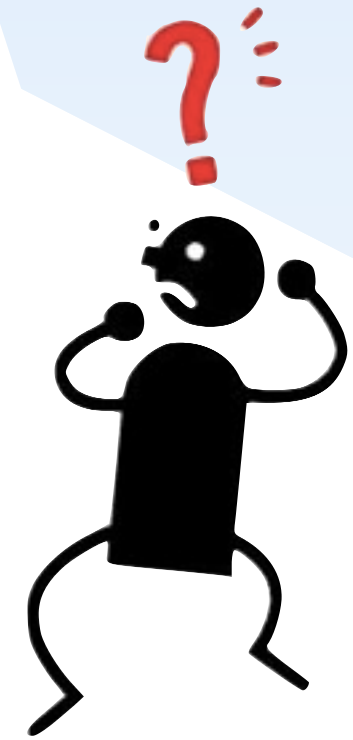
これが $0 \leqq j < Q, 0 \leqq a \leqq 5, 0 \leqq b \leqq 5$

について全部分かれば解ける

小課題 4 (40点)

Bruno の視点



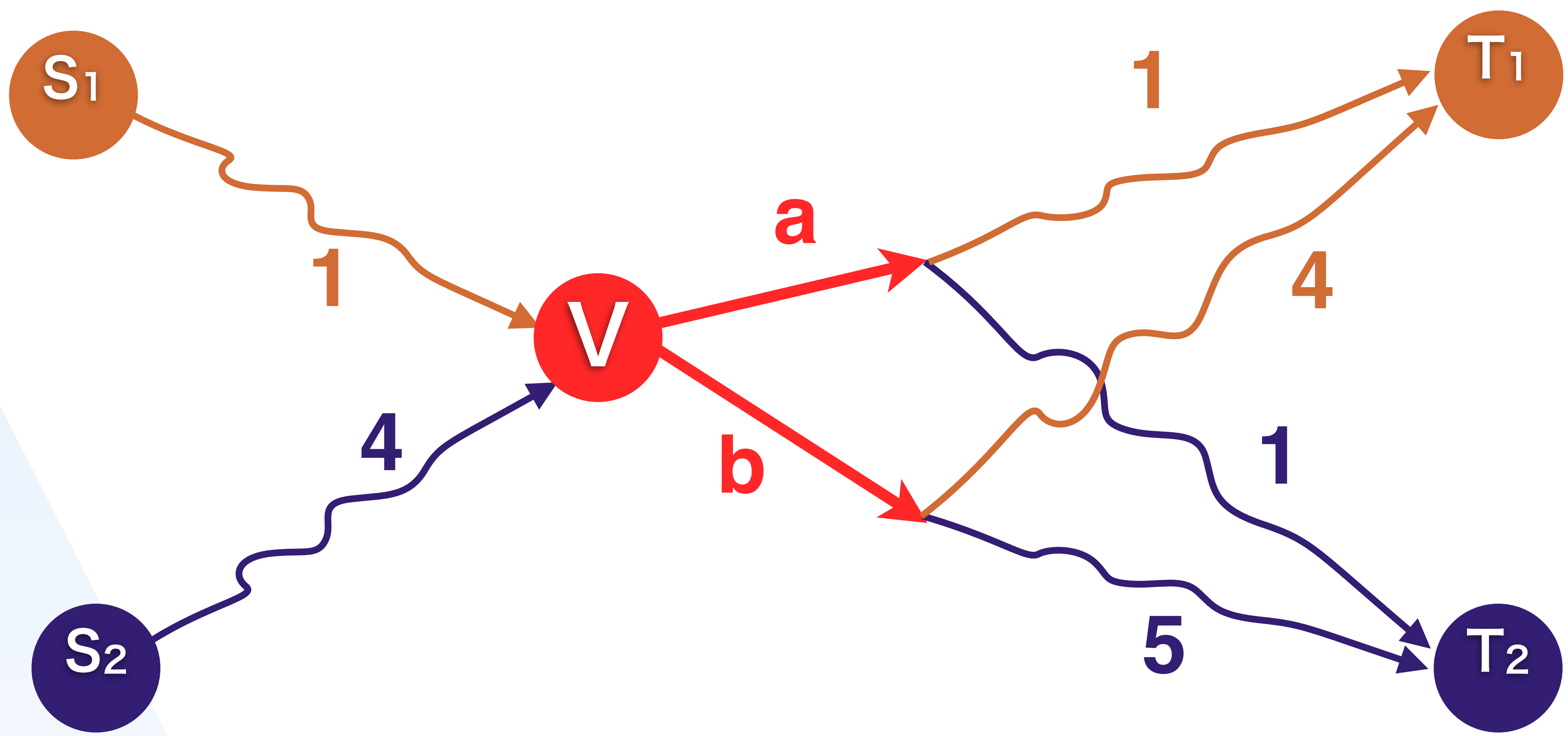


a+1 < b+4 なら 問題 1 は上ルートが勝ち

a+1 < b+5 なら 問題 2 は上ルートが勝ち

小課題 4 (40点)

Bruno の視点

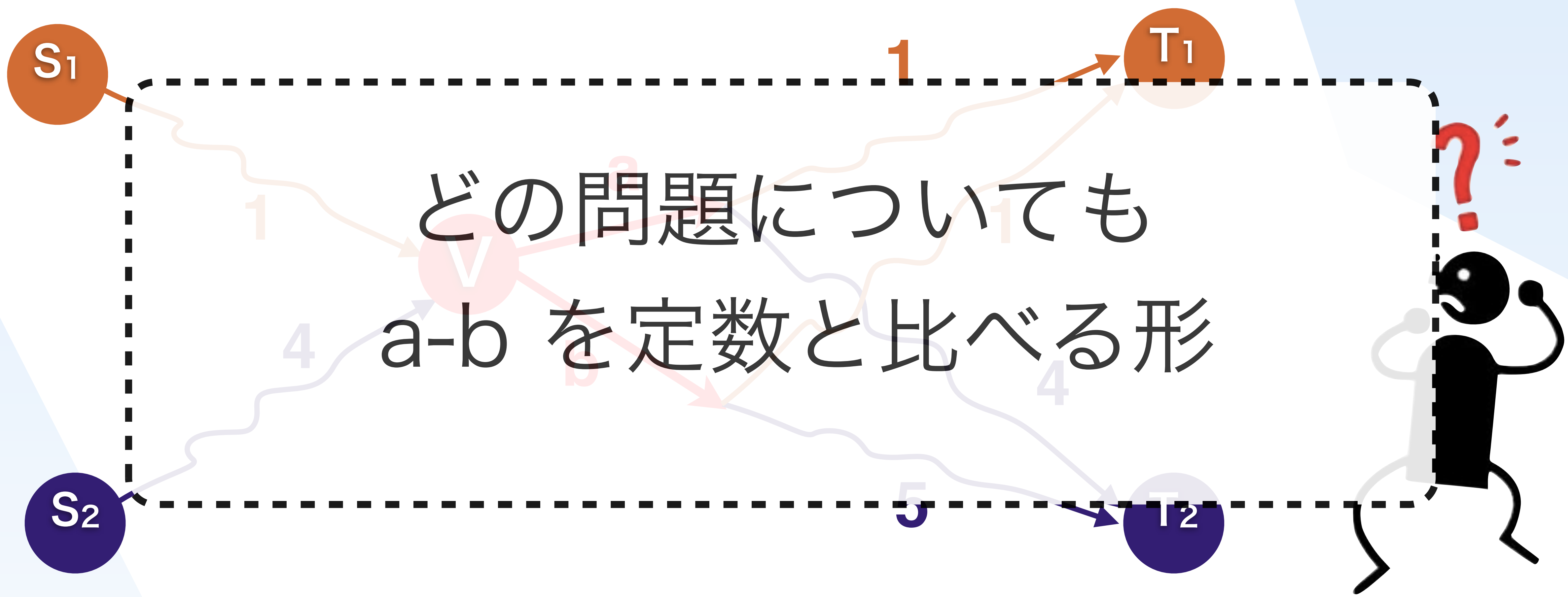


a-b < -1+4 なら 問題 1 は上ルートが勝ち

a-b < -1+5 なら 問題 2 は上ルートが勝ち

小課題 4 (40点)

Bruno の視点



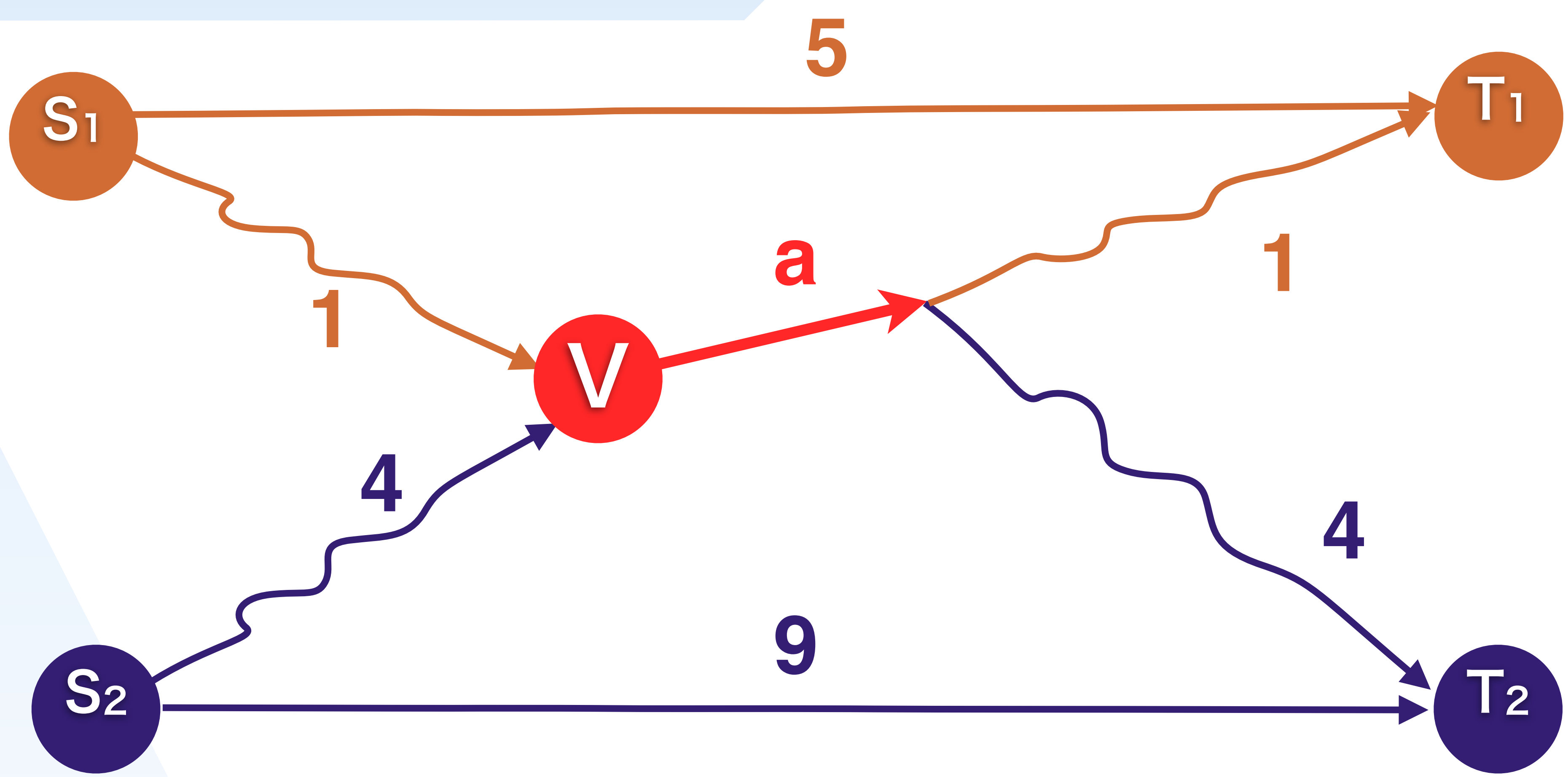
どの問題についても
a-b を定数と比べる形

a-b < -1+4 なら 問題 1 は上ルートが勝ち

a-b < -1+5 なら 問題 2 は上ルートが勝ち

小課題 4 (40点)

Bruno の視点



a-0 < -2+5 なら 問題 1 は中ルートが勝ち

a-0 < -8+9 なら 問題 2 は中ルートが勝ち

小課題 4 (40点)

a-b < -3 なら 問題 1 は上ルートが勝ち

a-b < -1 なら 問題 2 は上ルートが勝ち

a-b < 4 なら 問題 3 は上ルートが勝ち

a-b < -1 なら 問題 4 は上ルートが勝ち

a-b < -5 なら 問題 5 は上ルートが勝ち

a-b < 9 なら 問題 6 は上ルートが勝ち

小課題 4 (40点)

- **パス a と パス b の比較で パス a が勝つのはいくつか？**

  を送る.
- 「パス a 勝ち」の個数が分かれば Bruno で復元できる
- 送るのは log(Q+1) → 6 bit
- a, b の組み合わせが (K+1) × K / 2 = 15 通り
- 6 × 15 = **90 bit**

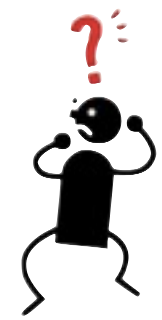
小課題 4 の解のイメージ

Anna

0 vs 1	0 vs 2	1 vs 2
Q1		
	Q1	
		Q1

左が勝ち

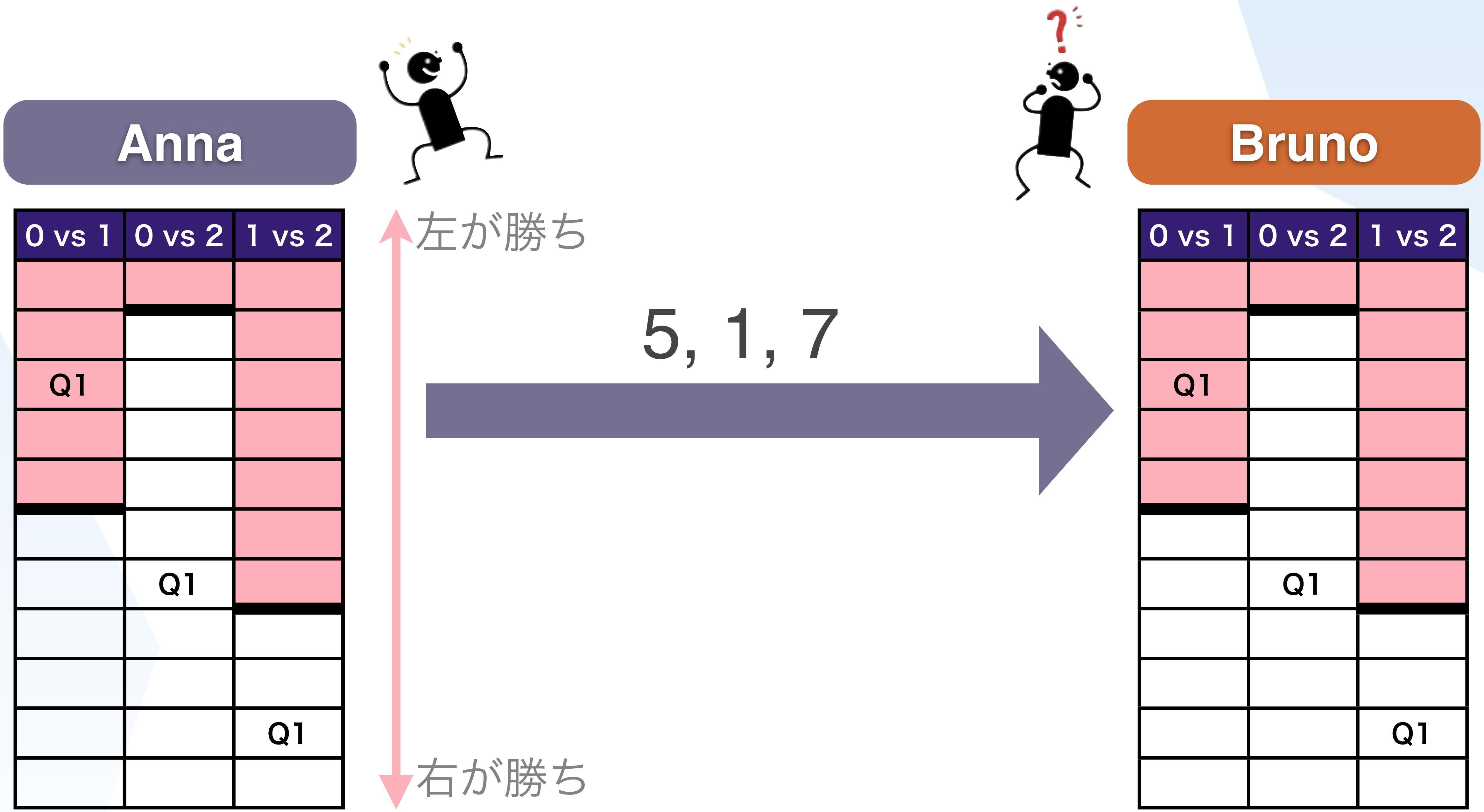
右が勝ち



Bruno

0 vs 1	0 vs 2	1 vs 2
Q1		
	Q1	
		Q1

小課題 4 の解のイメージ



小課題 4 の解のイメージ

パス 0 < パス 1
パス 0 > パス 2
パス 1 > パス 2
だからパス 2 が最短やな！

Anna

0 vs 1	0 vs 2	1 vs 2
Q1		
	Q1	
		Q1

左が勝ち

右が勝ち

5, 1, 7

Bruno

0 vs 1	0 vs 2	1 vs 2
Q1		
	Q1	
		Q1

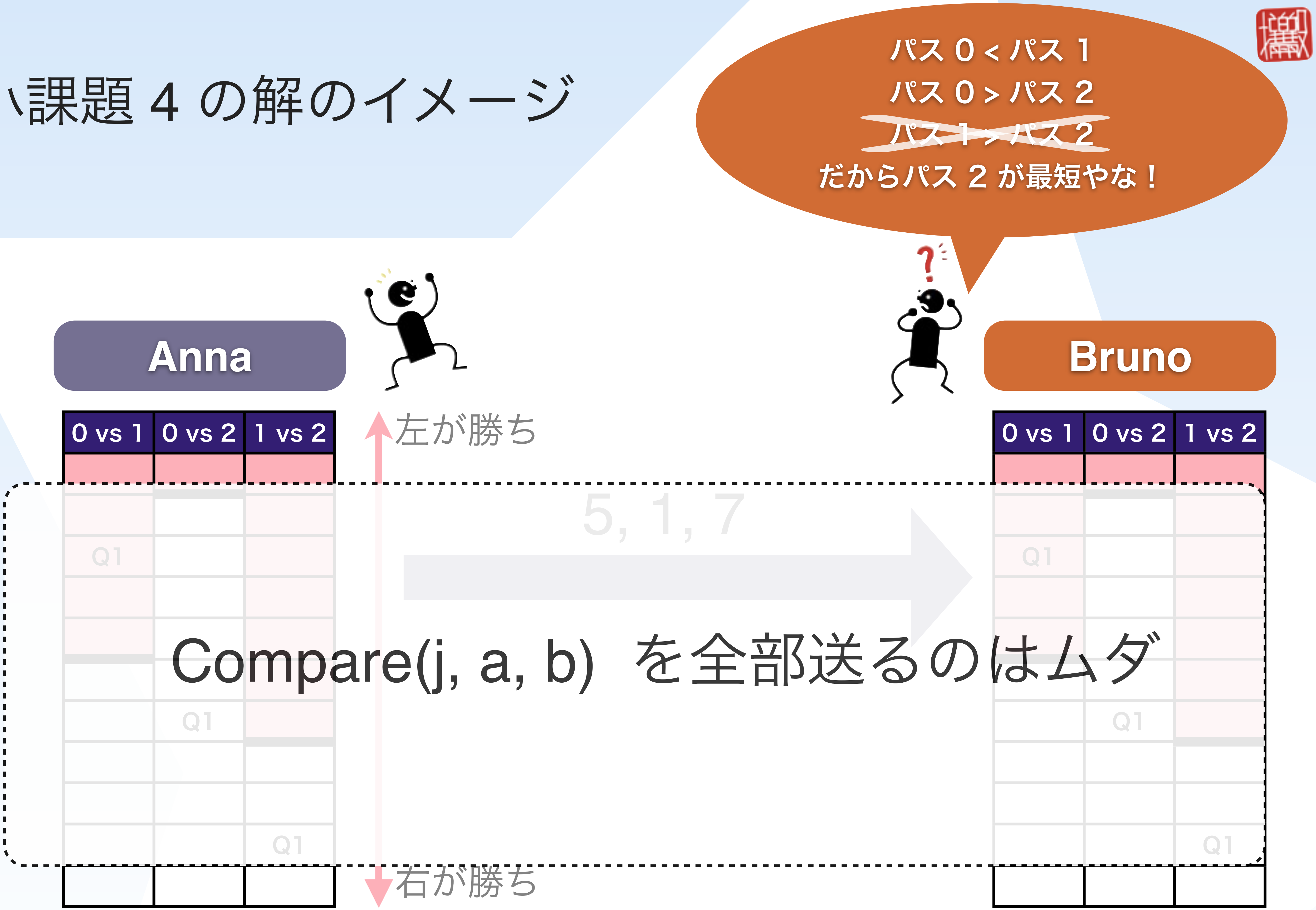
小課題 4 (40点)

- **パス a と パス b の比較で パス a が勝つのはいくつか？**

  を送る.

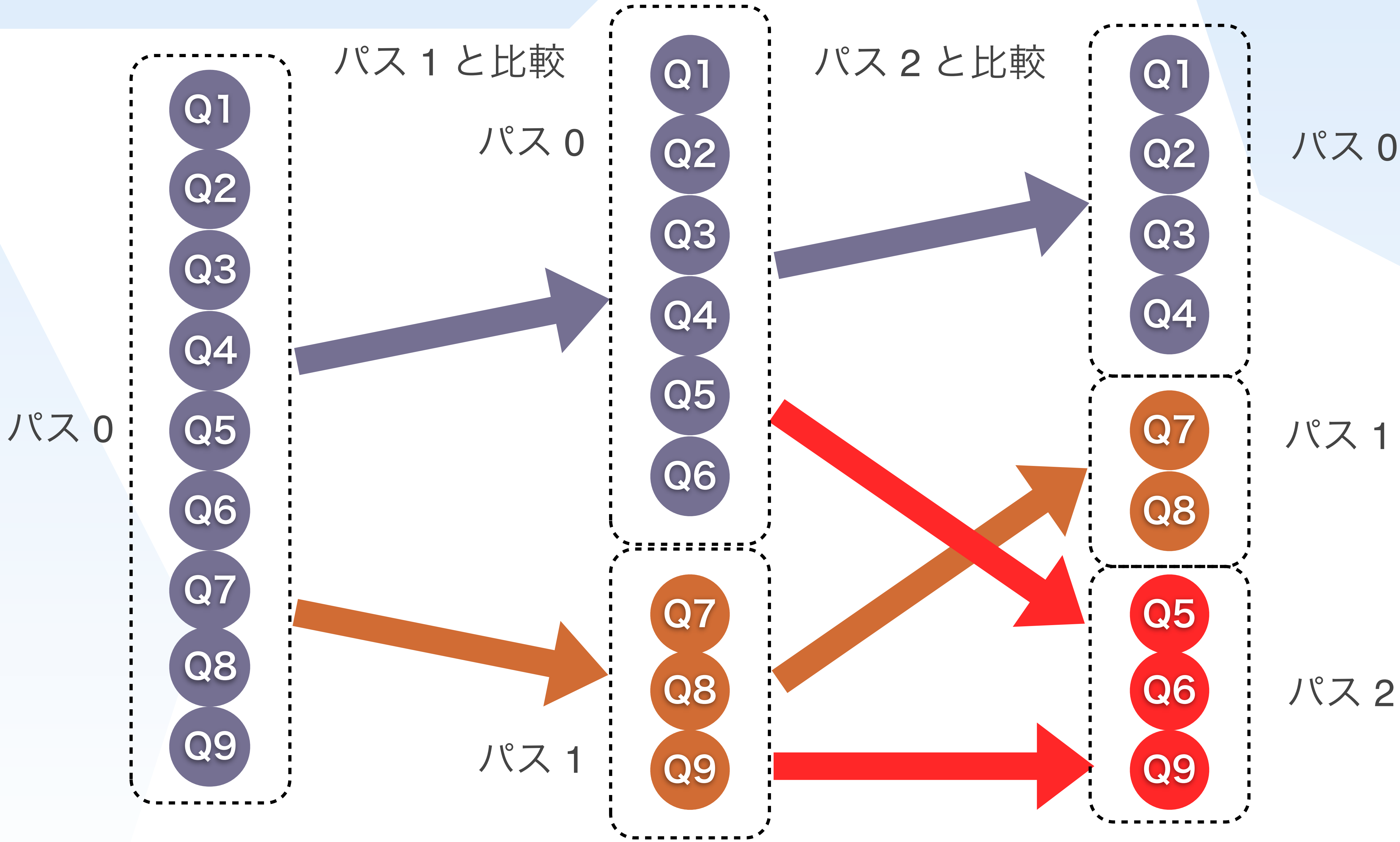
- 「パス a 勝ち」の個数が分かれば Bruno で復元できる
- 送るのは log(Q+1) → 6 bit
- a, b の組み合わせが (K+1) × K / 2 = 15 通り
- 6 × 15 = **90 bit**

小課題 4 の解のイメージ



小課題 5 (20点)

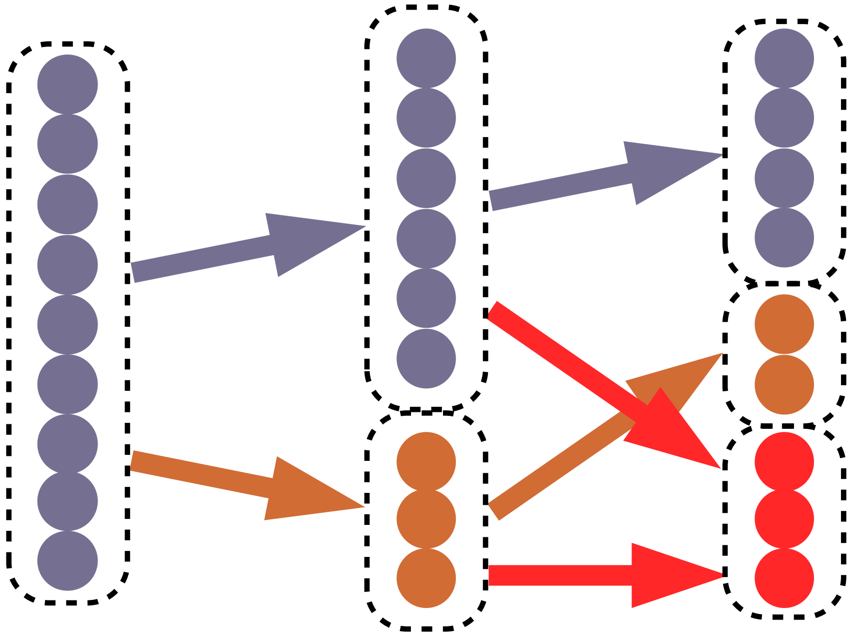
最短パスをパス i と比較



小課題 5 (20点)

使う Compare は

- Compare(?, 0, 1) : 9個
- Compare(?, 0, 2) : 6個
- Compare(?, 1, 2) : 3個



小課題 5 (20点)

・Compare(?, a, b) を使う個数を X_{ab} とする

・左が勝つのは何個かを送る．(0 ~ X_{ab} の範囲)

(まとめて送るテクでの圧縮もする)

$\log(X_{01}+1) + \log(X_{02}+1) + \log(X_{12}+1) + \ldots + \log(X_{45}+1)$ [bit]

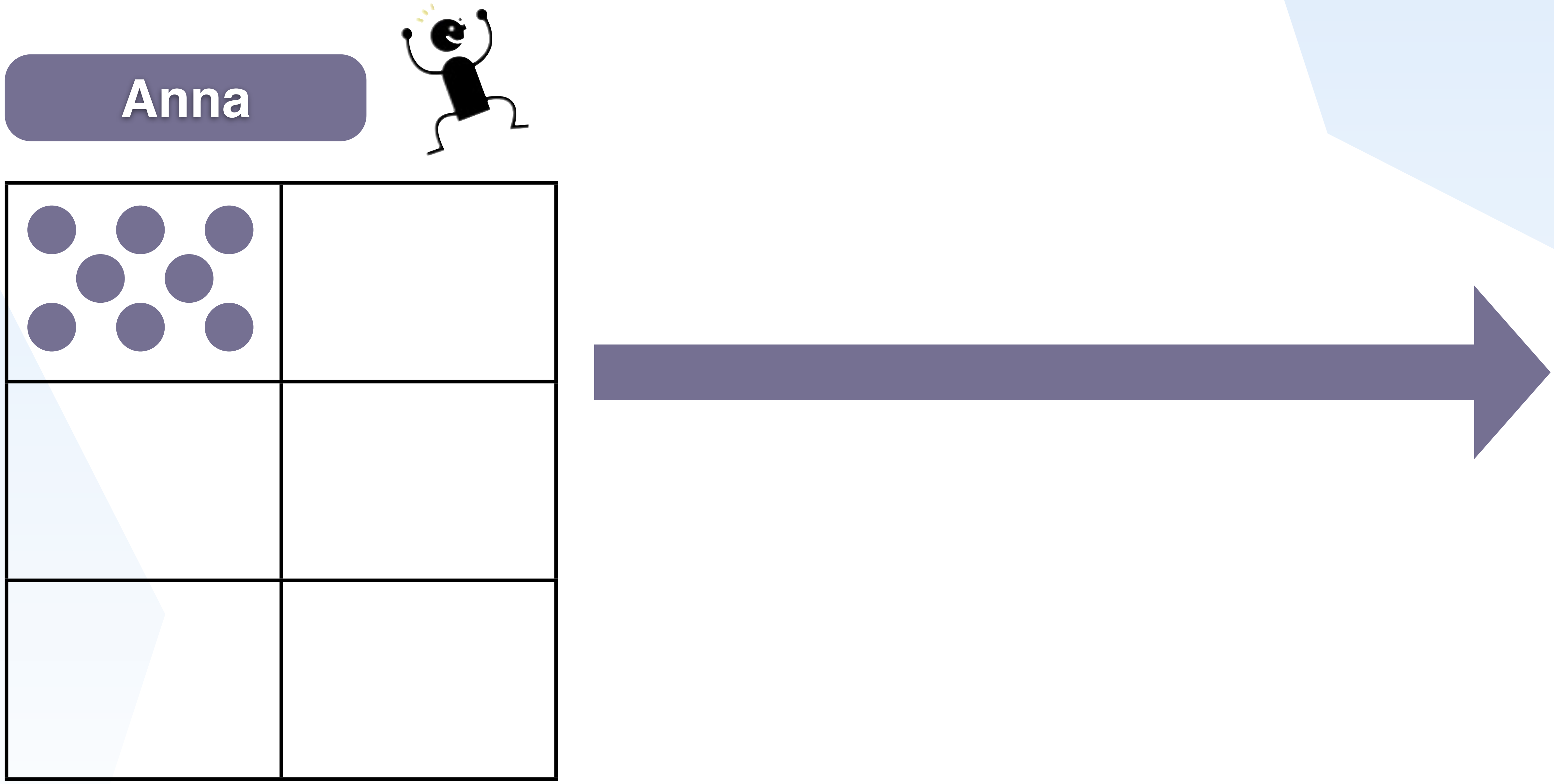
・(60)→(30,30)→(20,20,20)→(15,15,15,15)→(12,12,12,12,12)

となるように分割された時が最悪

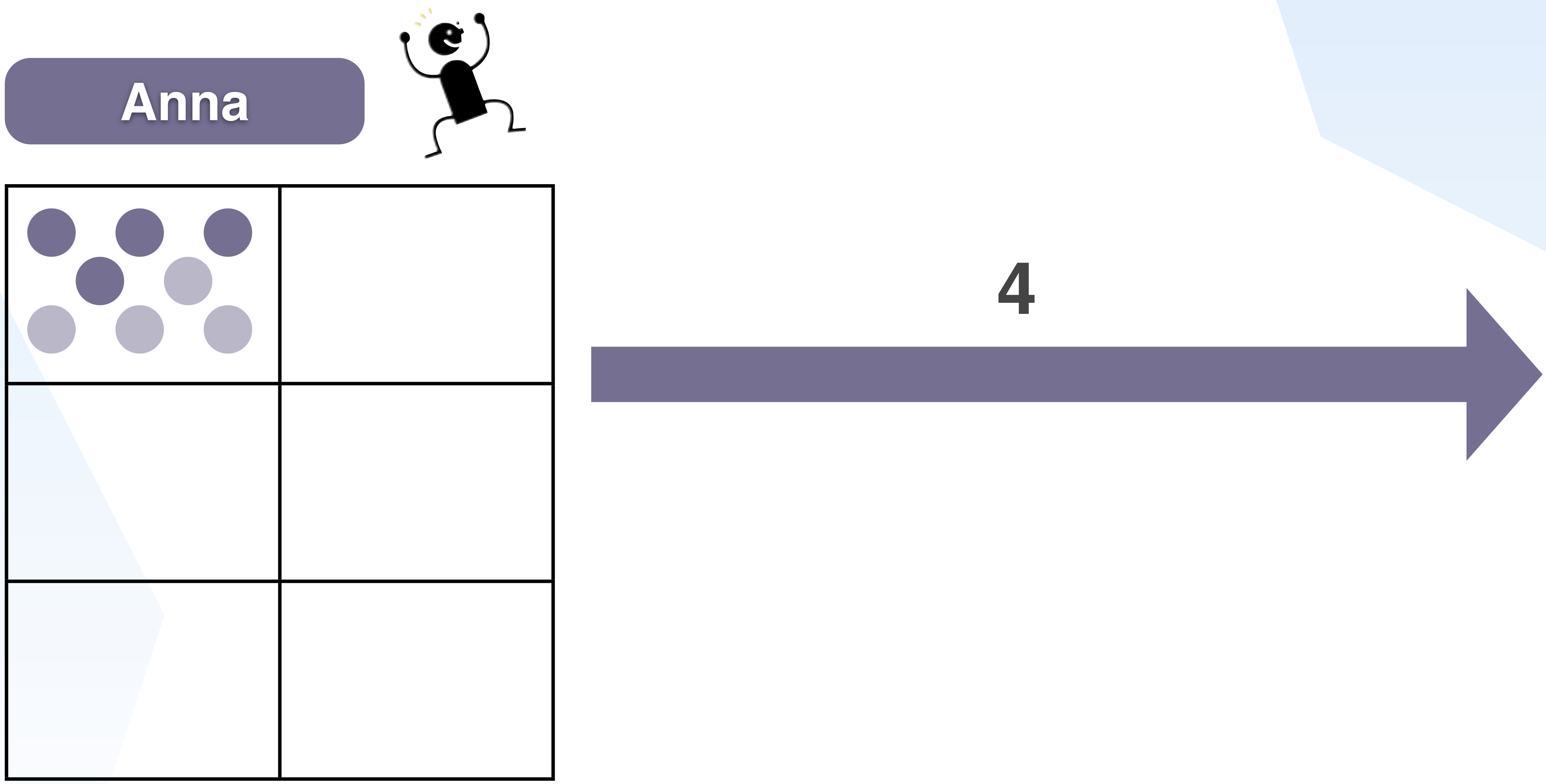
→ $\log(61) + \log(31)\times2 + \log(21)\times3 + \log(16)\times4 + \log(12)\times5$

→ **64 bit**

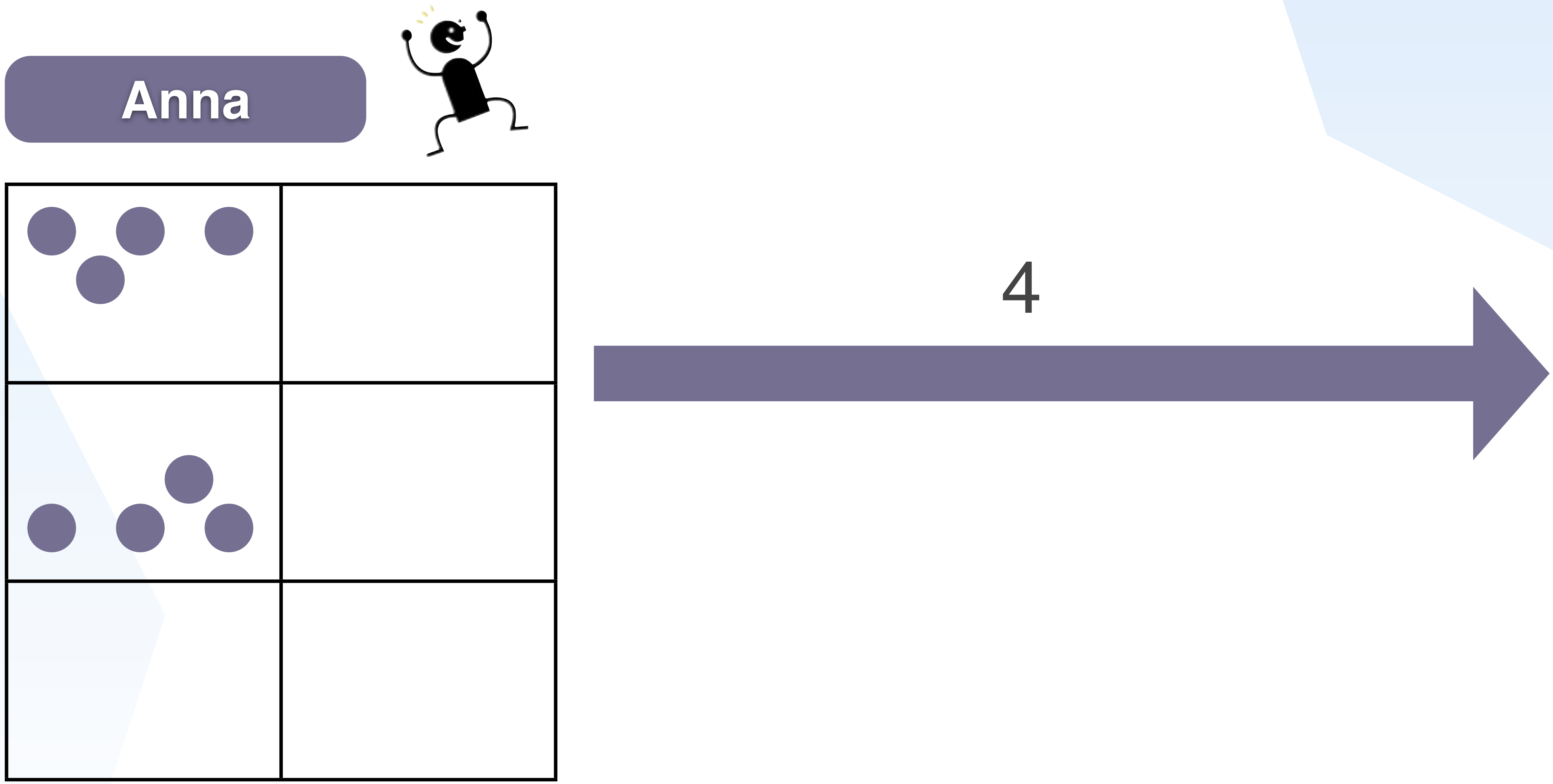
小課題 5 の解のイメージ



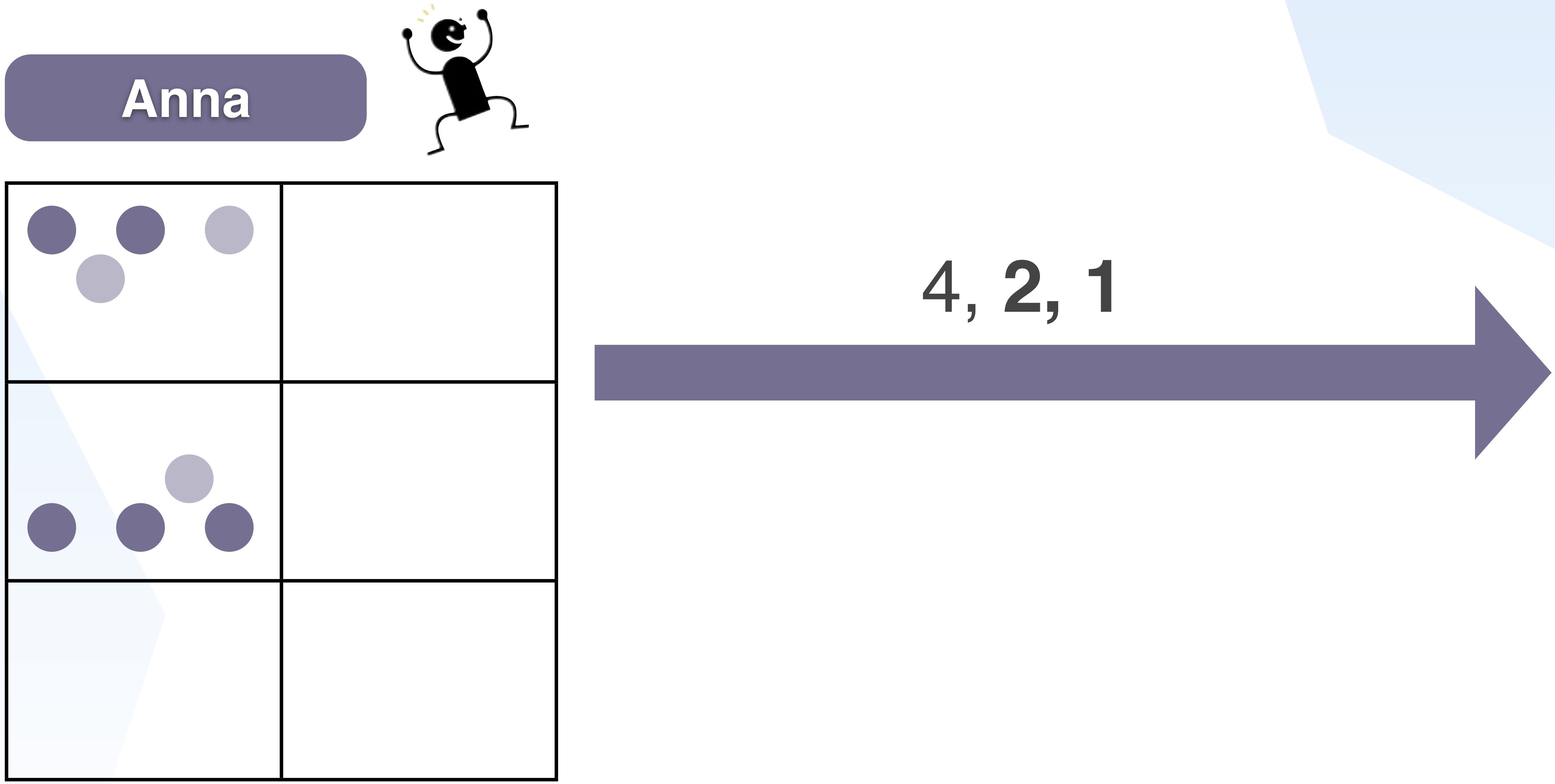
小課題 5 の解のイメージ



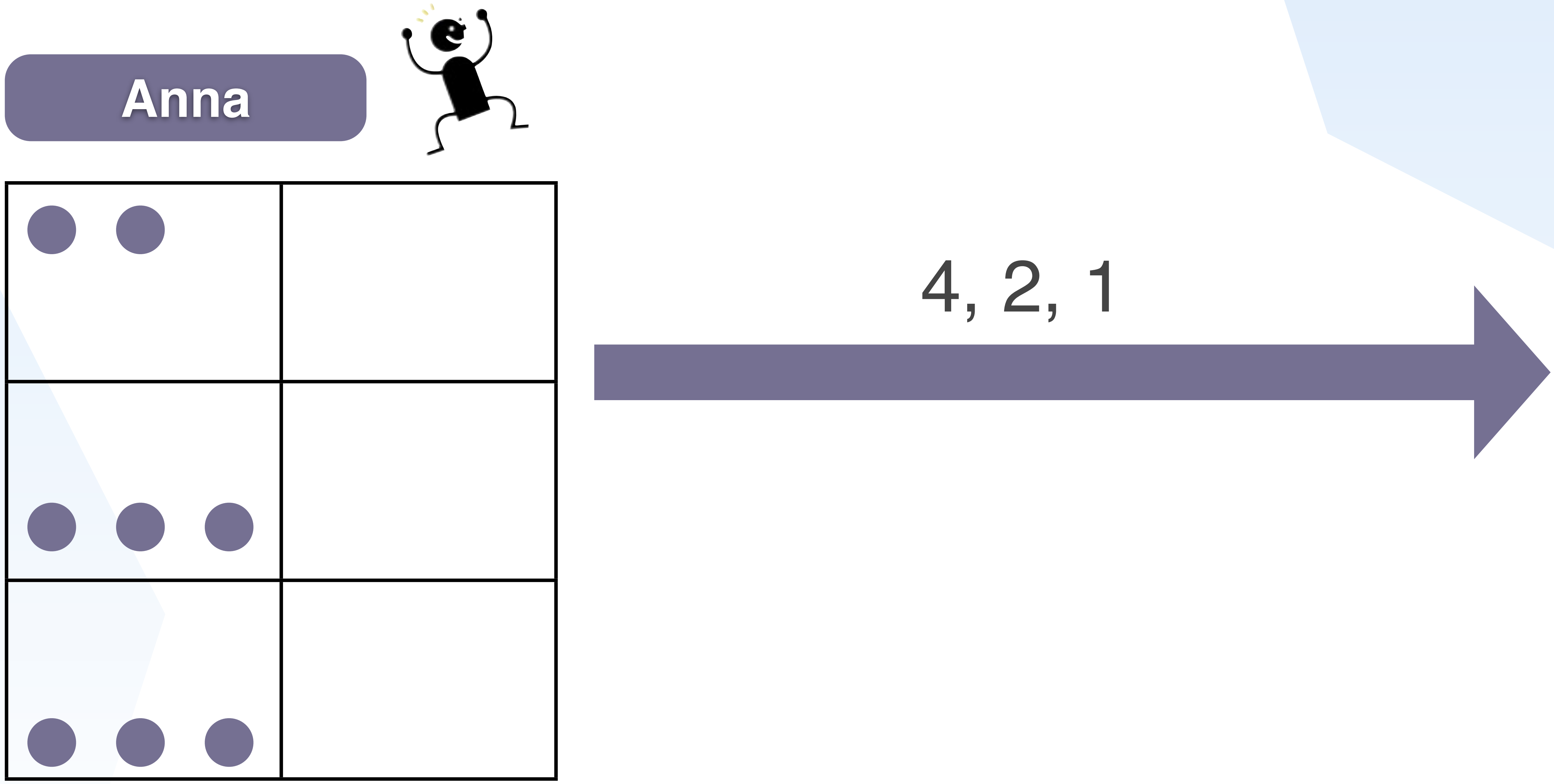
小課題 5 の解のイメージ



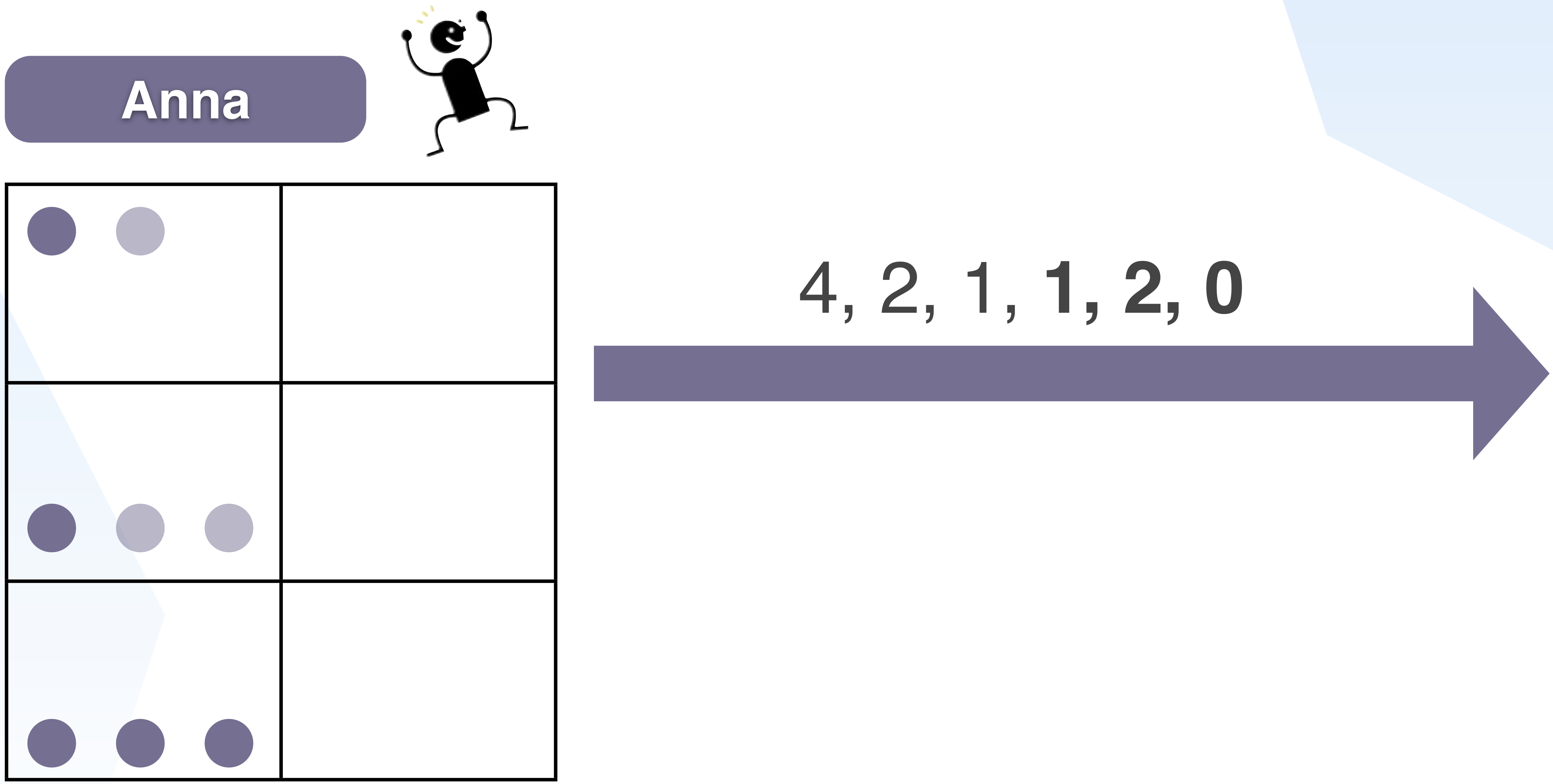
小課題 5 の解のイメージ



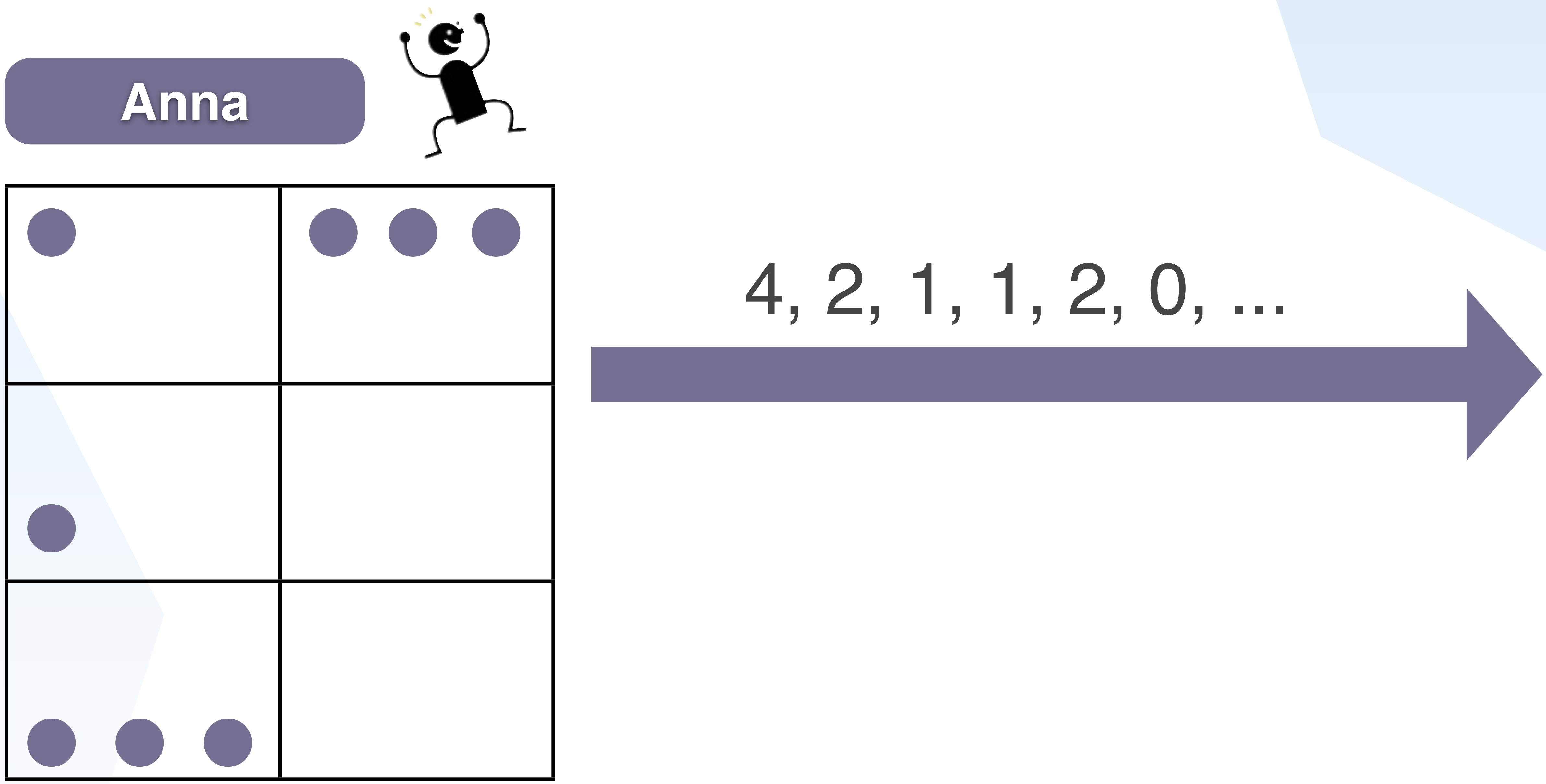
小課題 5 の解のイメージ



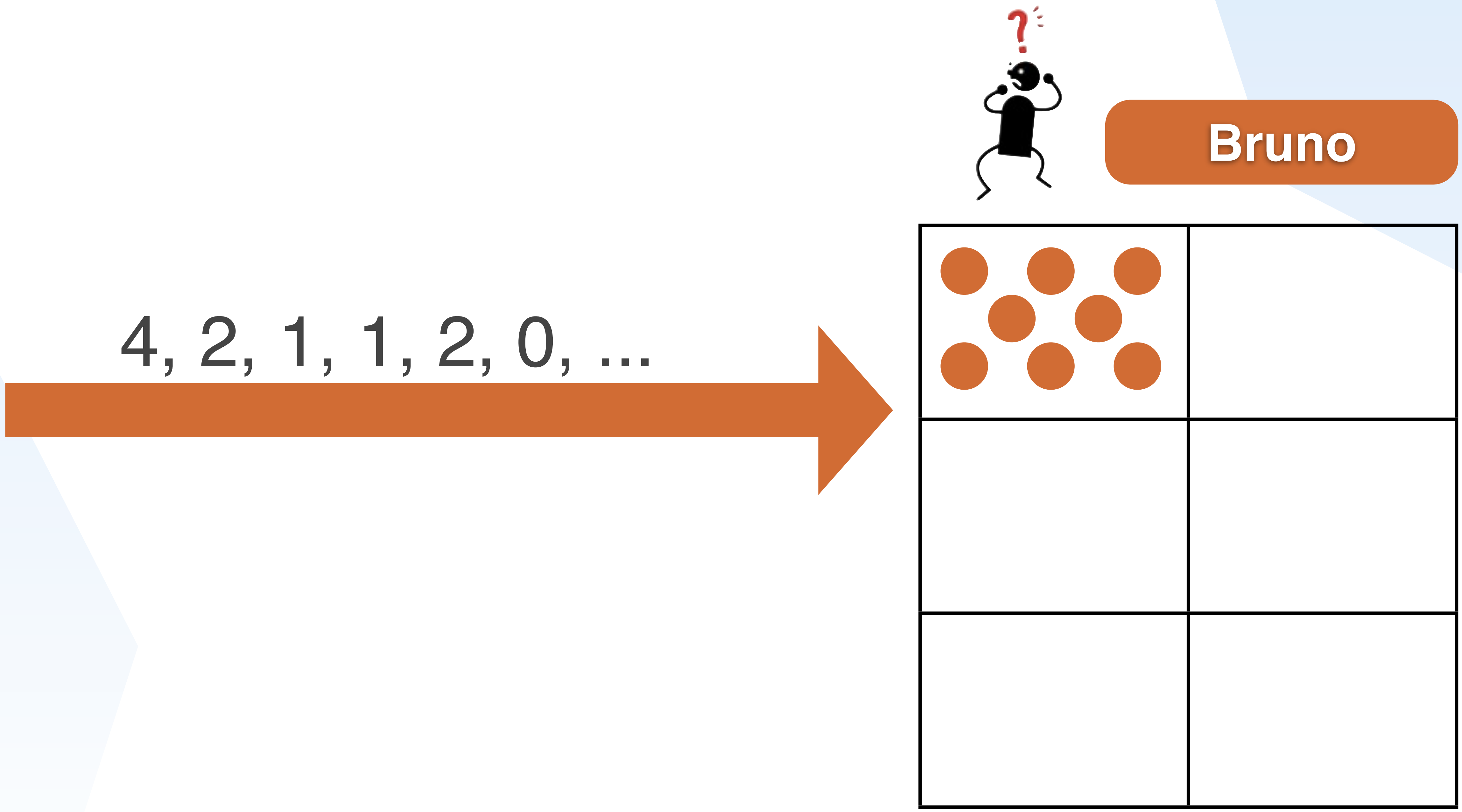
小課題 5 の解のイメージ



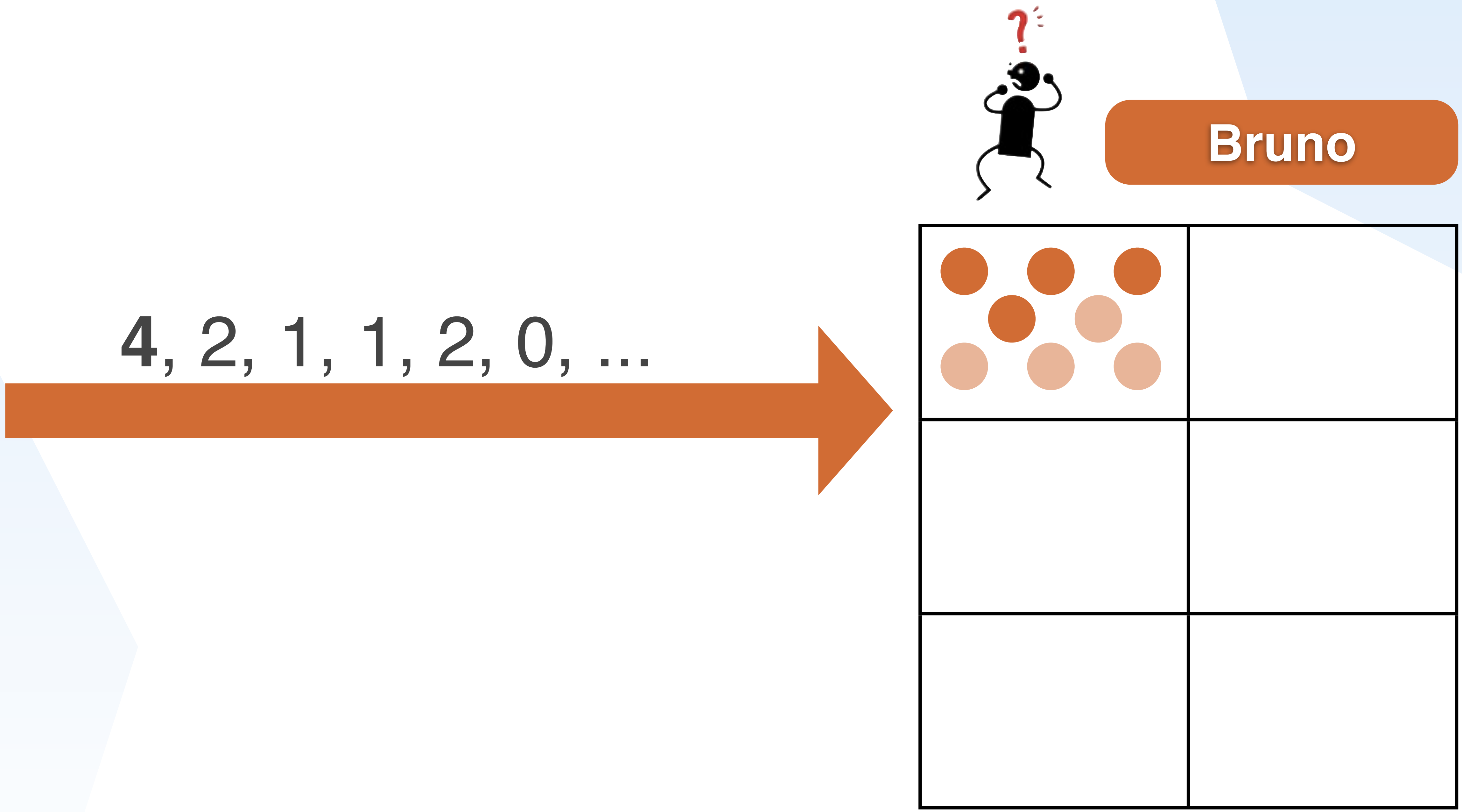
小課題 5 の解のイメージ



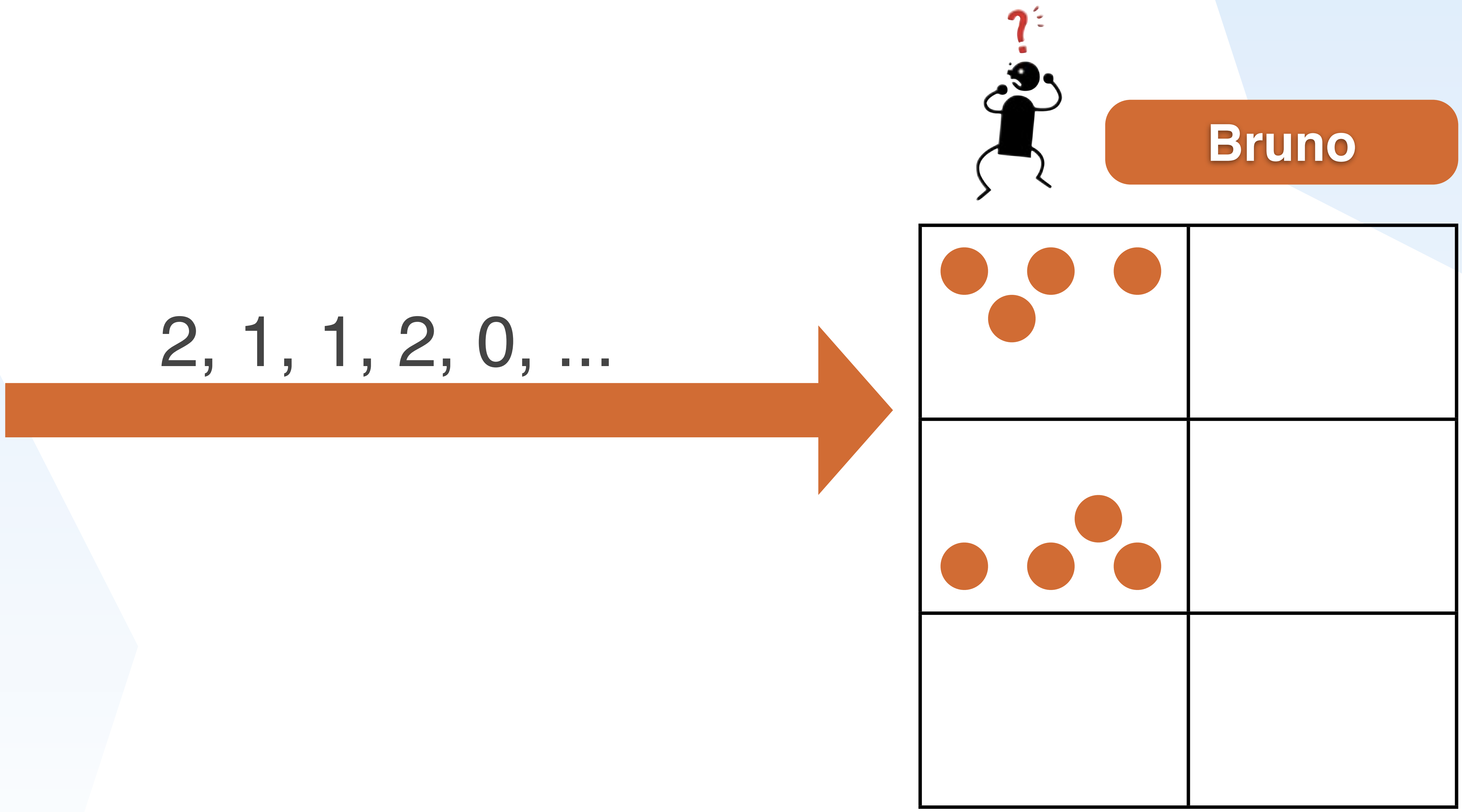
小課題 5 の解のイメージ



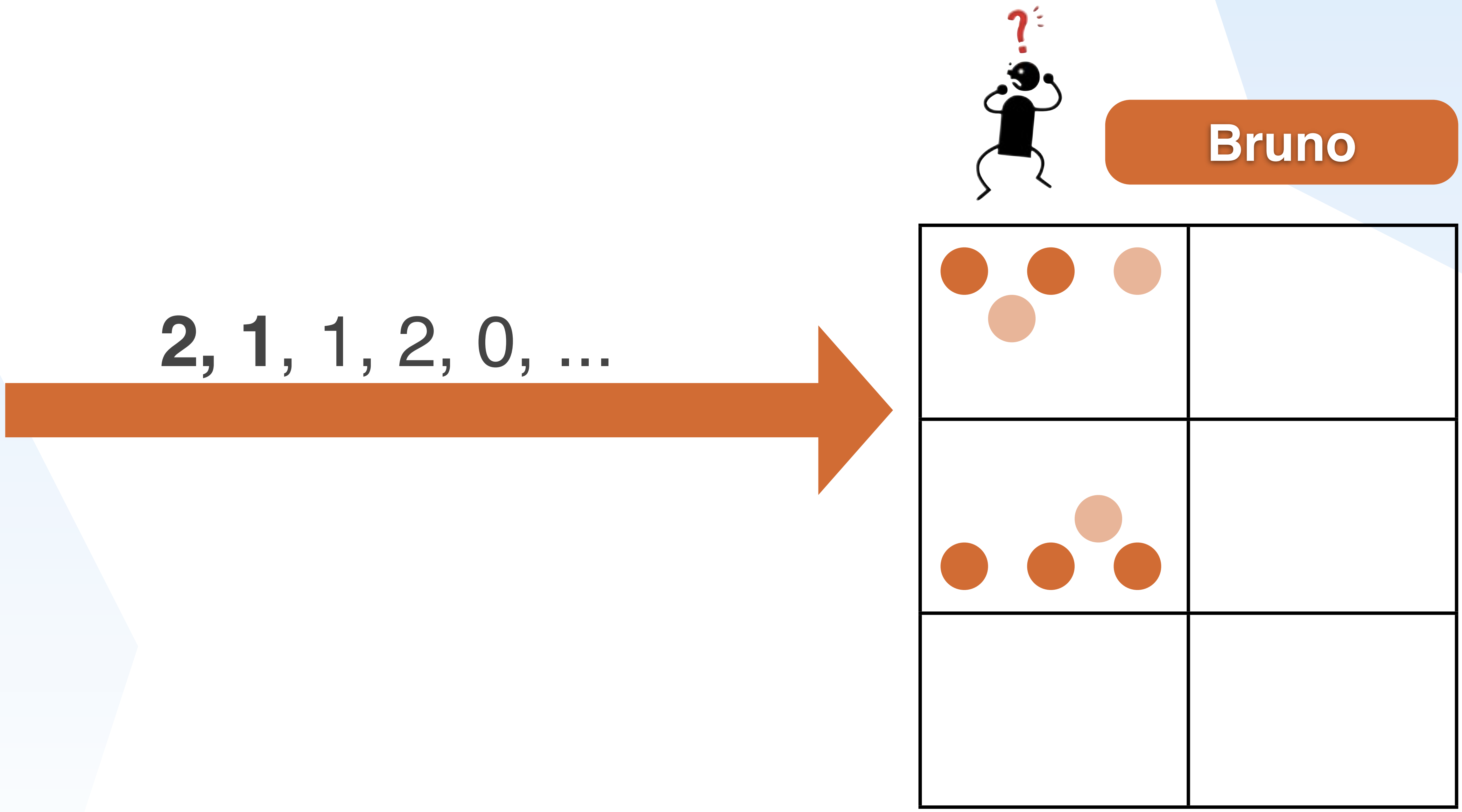
小課題 5 の解のイメージ



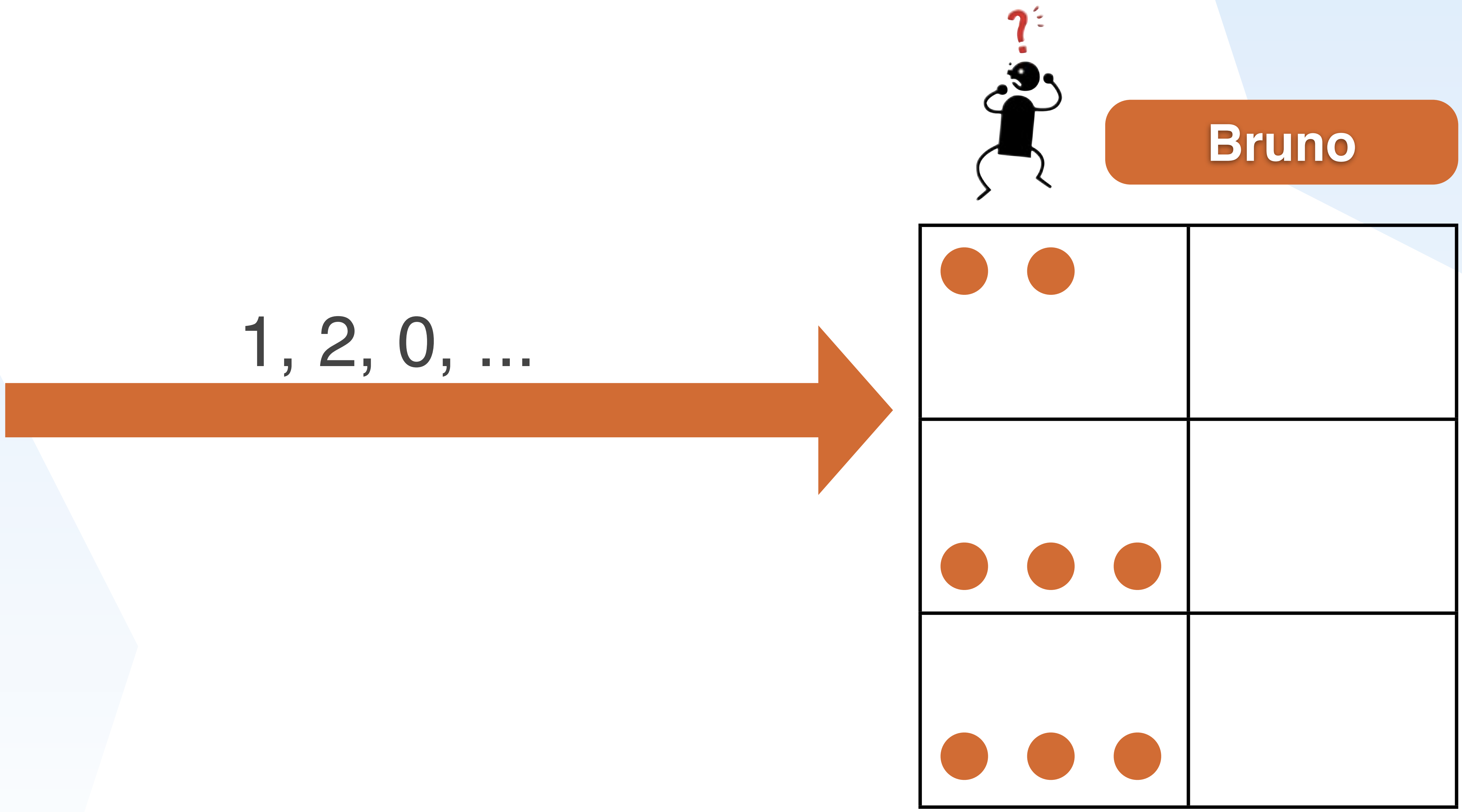
小課題 5 の解のイメージ



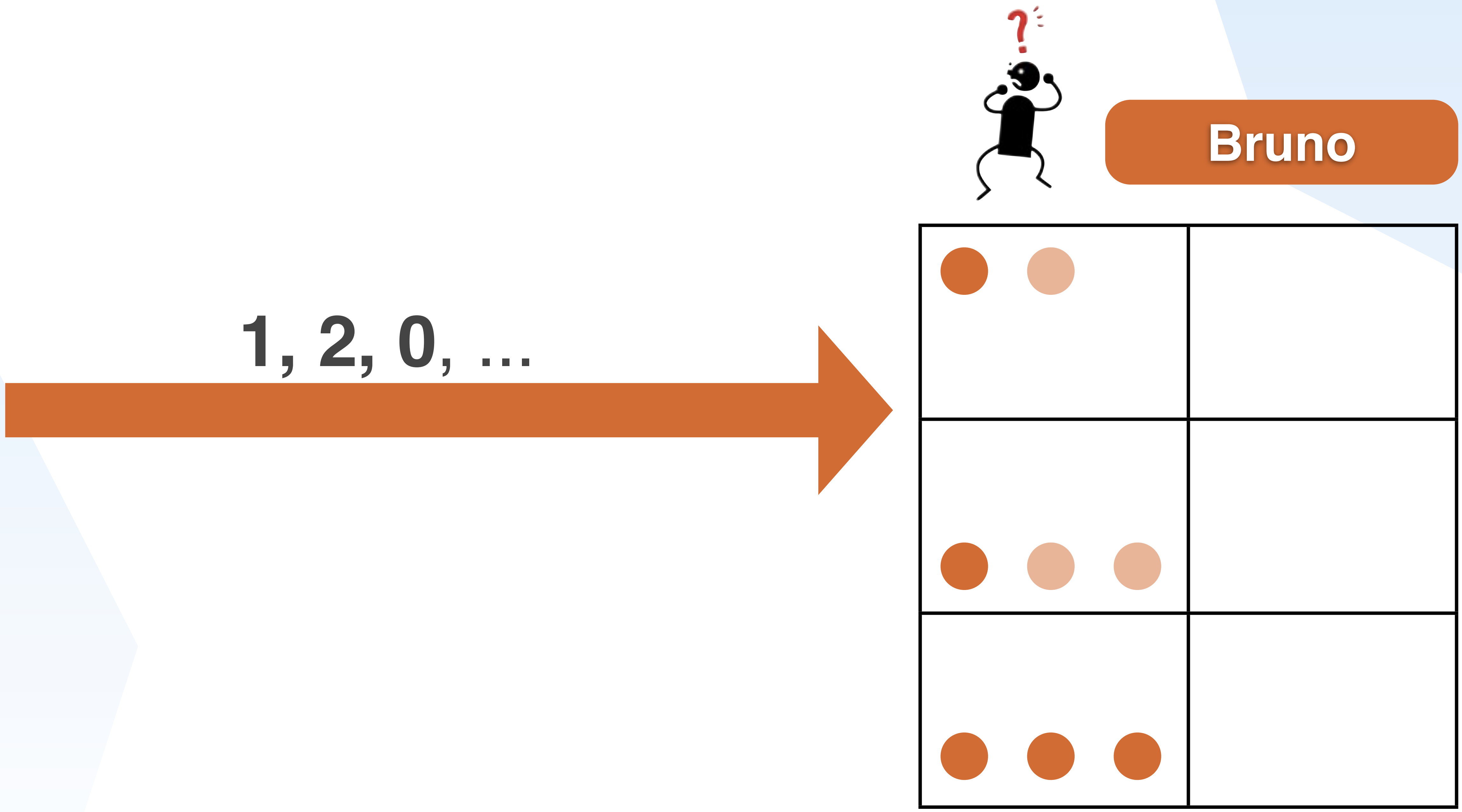
小課題 5 の解のイメージ



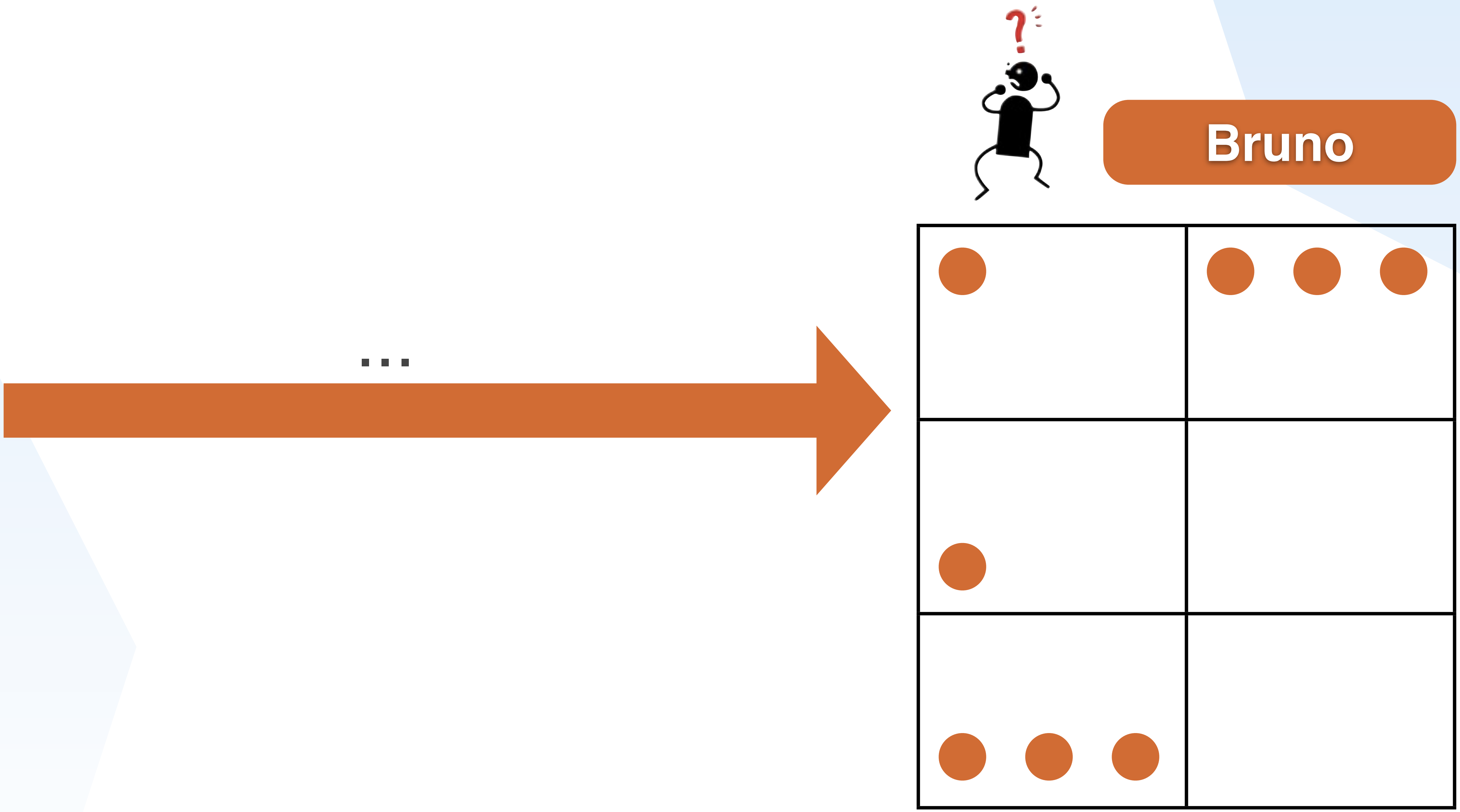
小課題 5 の解のイメージ



小課題 5 の解のイメージ



小課題 5 の解のイメージ



小課題 5 (20点)

・Compare(?, a, b) を呼ぶ回数を C_{ab} とする

・それぞれ小課題 4 と同じように送る

(まとめて送るテクでの圧縮もする)

・$\log(C_{01}+1) + \log(C_{02}+1) + \log(C_{12}+1) + \ldots + \log(C_{45}+1)$ [bit]

・(60)→(30,30)→(20,20,20)→(15,...,15)→(12,...,12)

となるように分割された時が最悪

→ $\log(61) + \log(31)\times 2 + \log(21)\times 3 + \log(16)\times 4 + \log(12)\times 5$

→ **64 bit** (おめでとうございます)

諸注意

・long long (引数の型見てネ)

・パス i が無い ([???]の辺を消すと非連結になる)

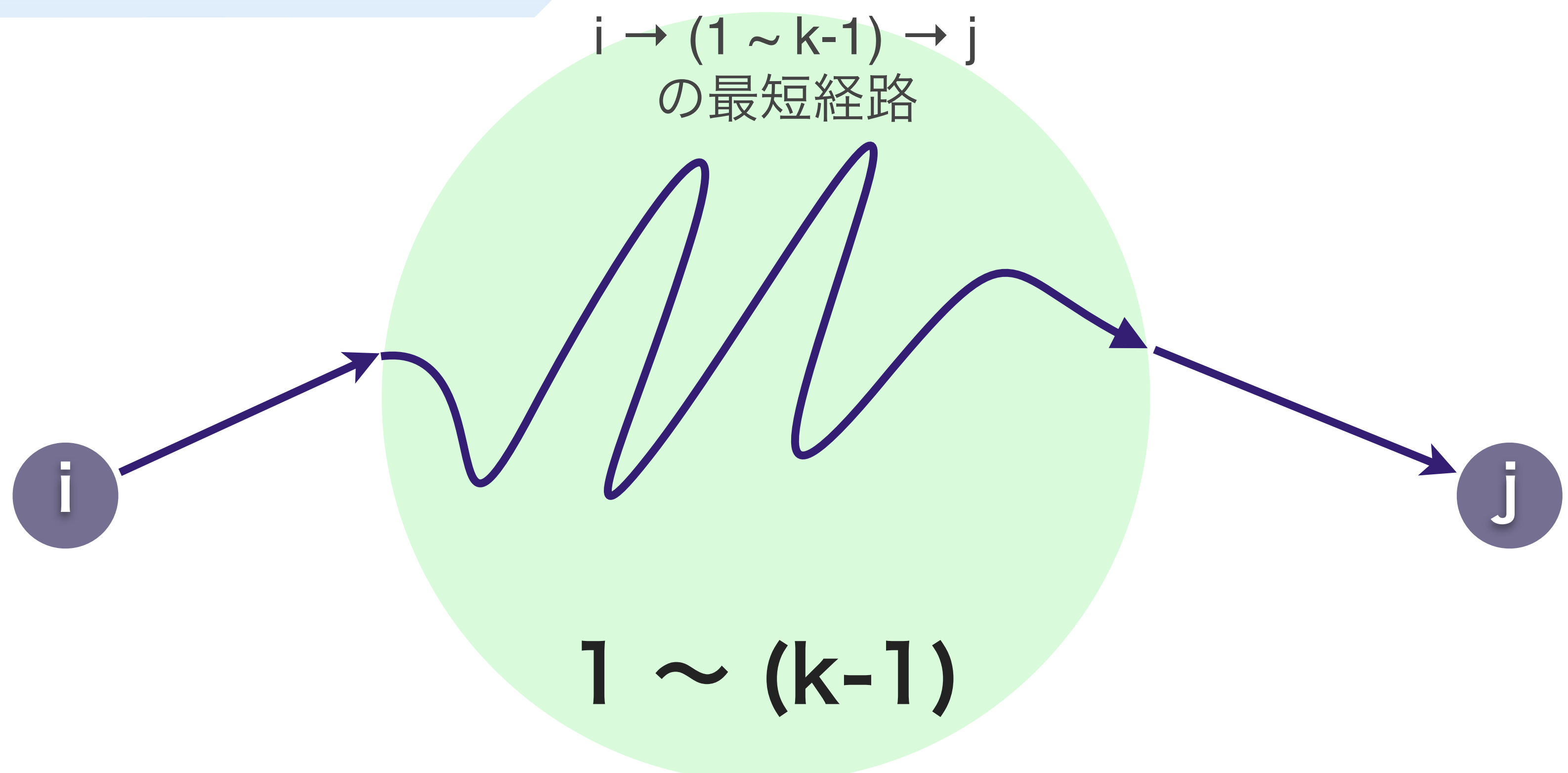
・グラフが密なので Dijkstra なら

priority queue を使わないO(V^2)の方で

(今回はどっちでもたぶん OK)

・不正はいけない

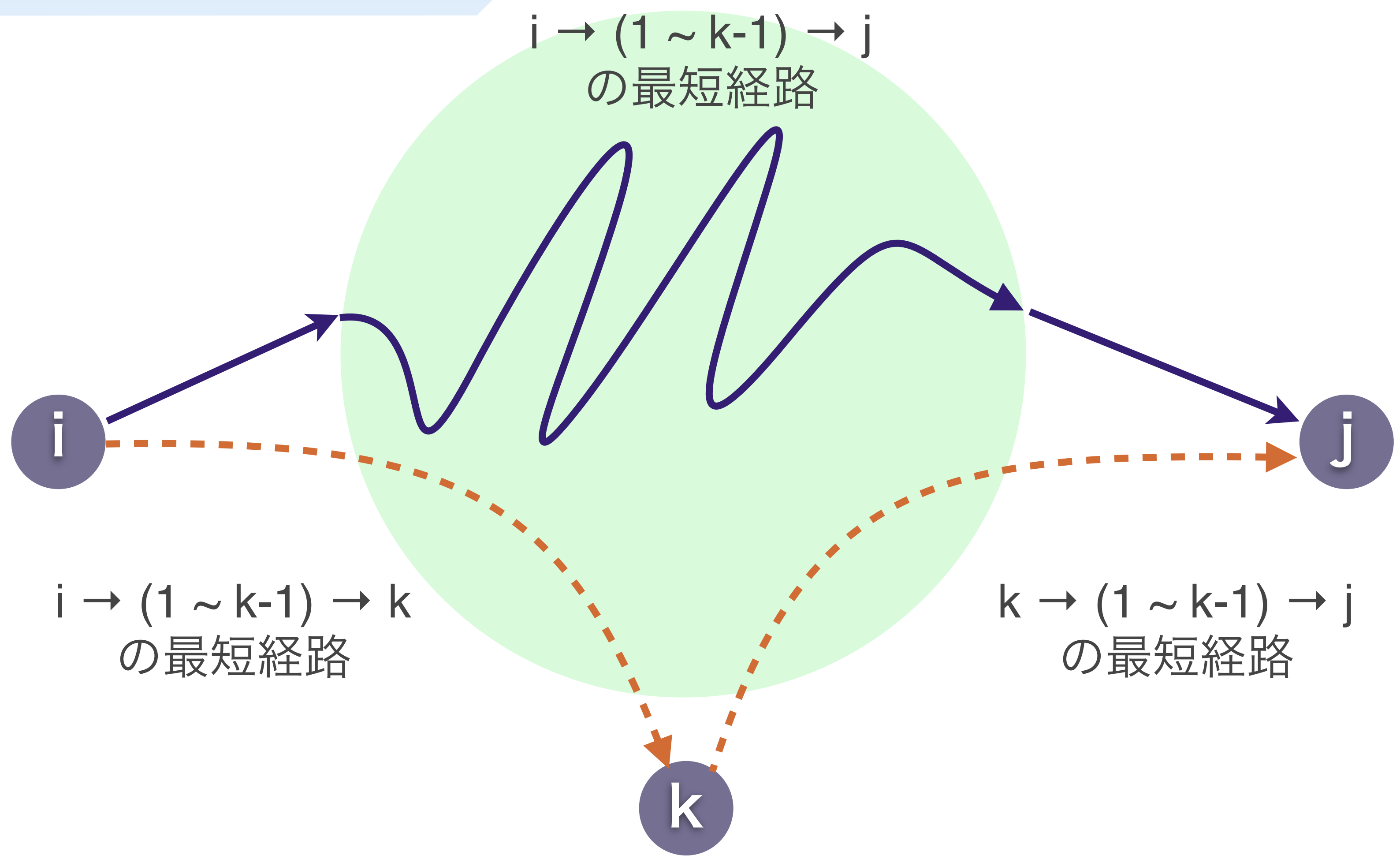
Warshall-Floyd 法



全頂点対間の最短距離を求めます

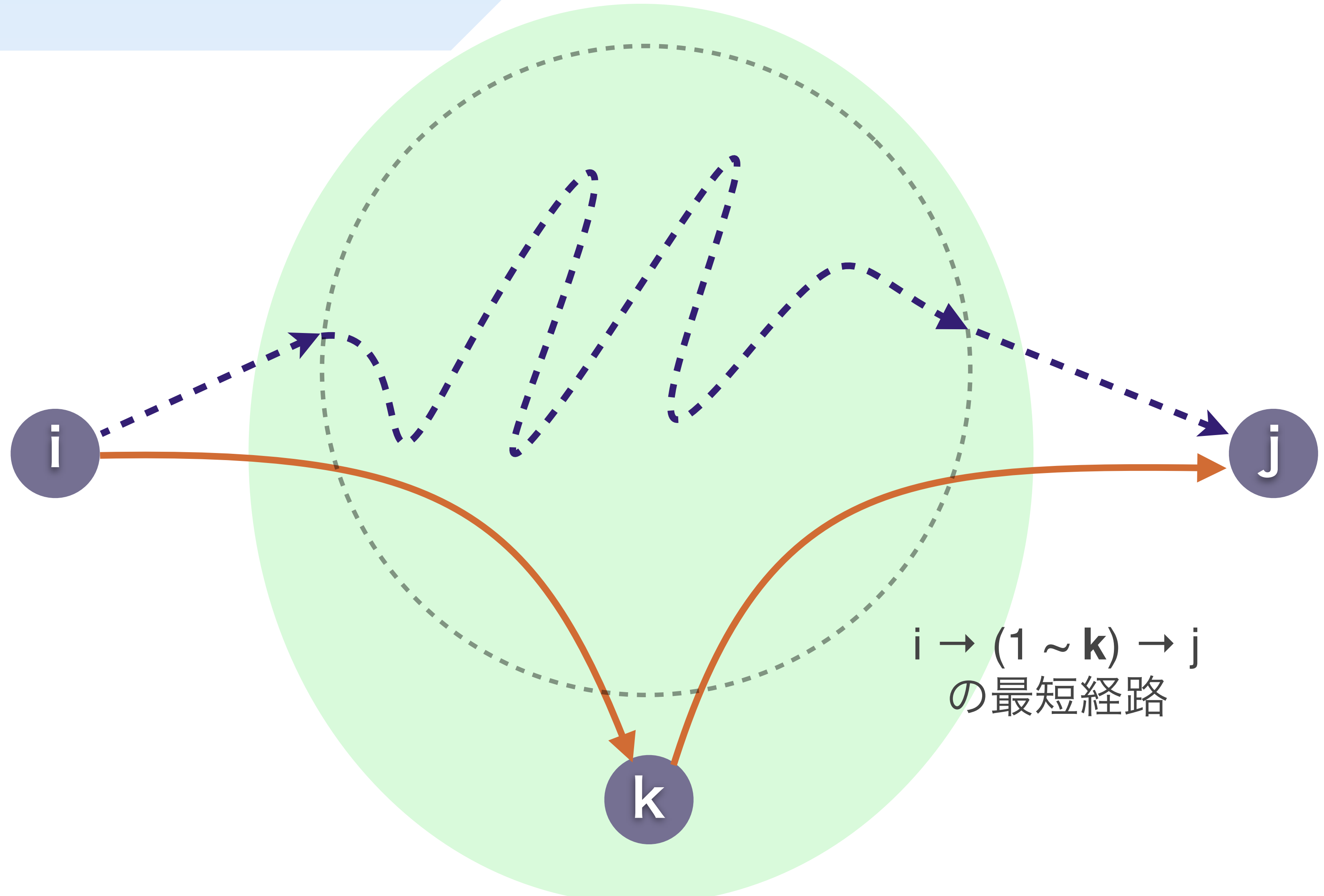
1 〜 (k-1) だけを通って行く最短路がわかっている

Warshall-Floyd 法



(i → k) + (k → j) が (i → j) より短かったら

Warshall-Floyd 法



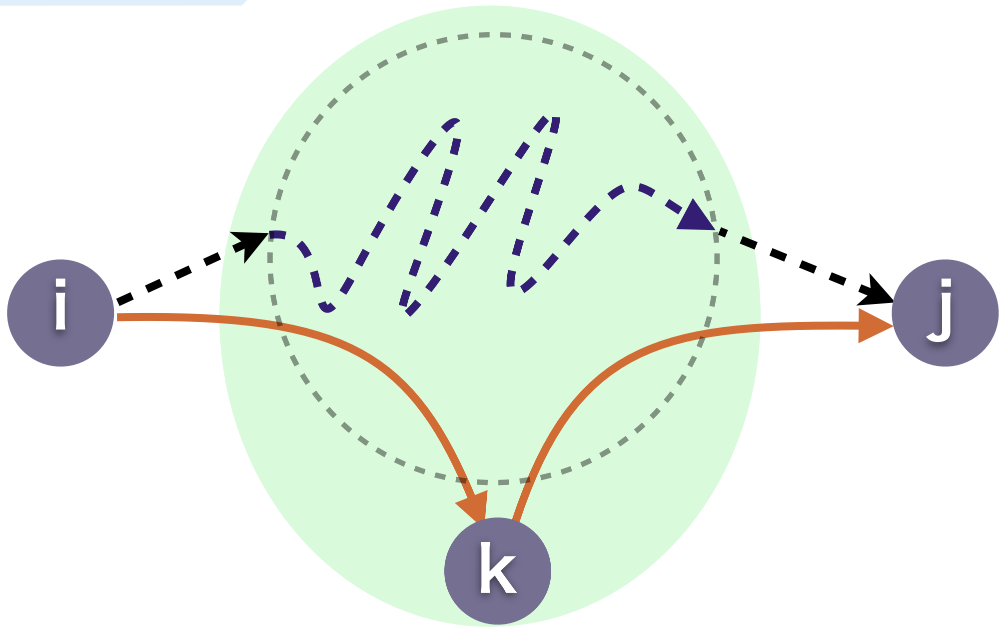
(i → k) + (k → j) が (i → j) より短かったら

i → j を更新

Warshall-Floyd 法

```
for (k = 1 ... N){
  for (i = 1 ... N){
    for (j = 1 ... N){
      i → j を更新する
}}}
```

経路復元



next (i → j) : i → j の経路で初めにたどる辺

更新 : next (i → j) ← next (i → k)

辿る : i ← next (i → j)の終点

点数