

JOI春合宿2015

道案内(Navigation) 解説

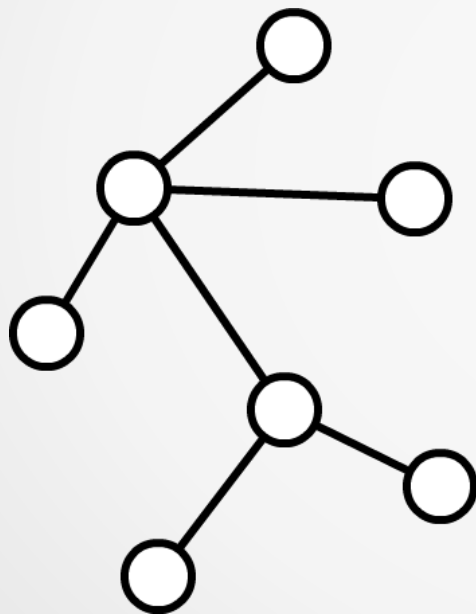
問題概要の前に

問題概要の前に

- 木(tree)
 - 閉路がない連結なグラフ

問題概要の前に

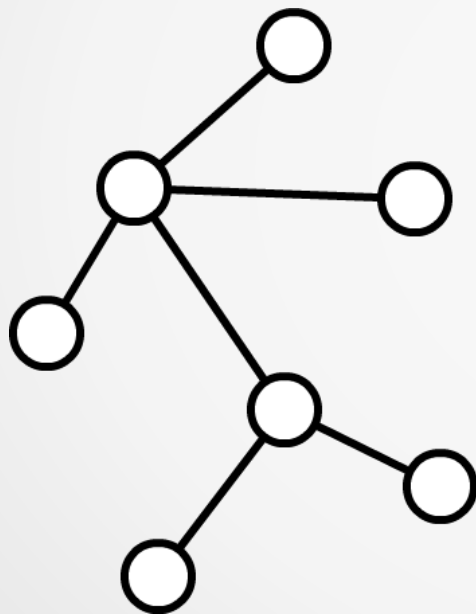
- 木(tree)
 - 閉路がない連結なグラフ



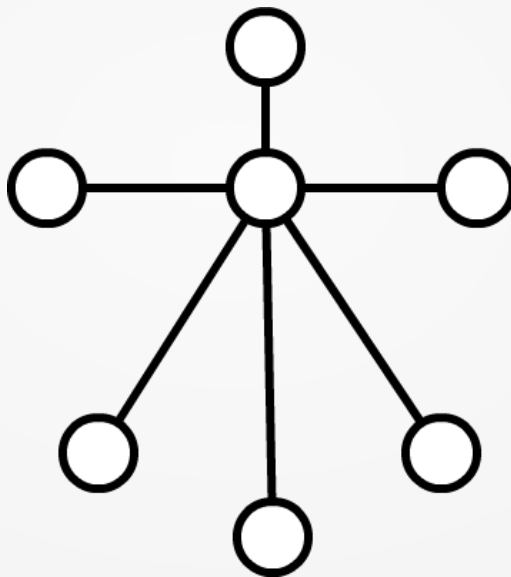
木である

問題概要の前に

- 木(tree)
 - 閉路がない連結なグラフ



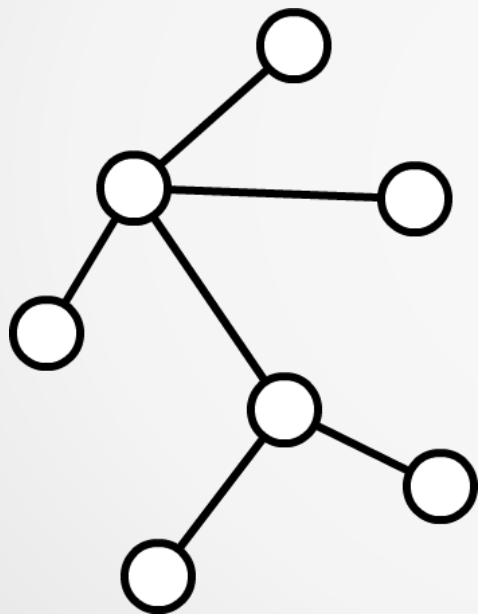
木である



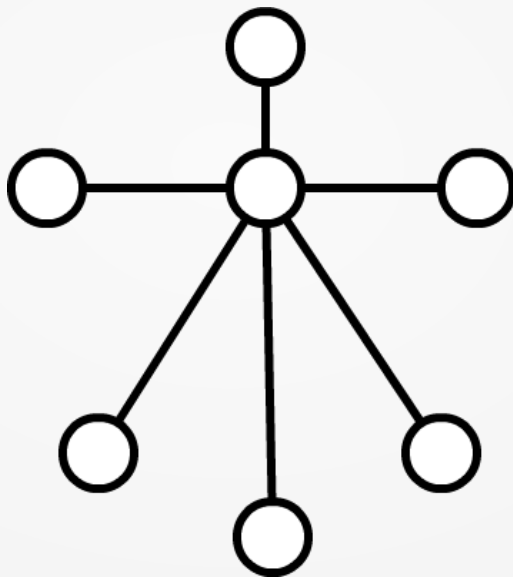
木である

問題概要の前に

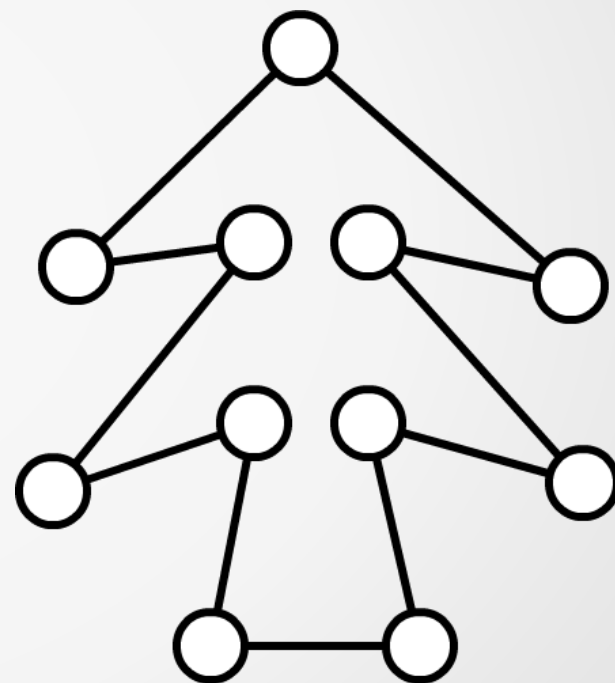
- 木(tree)
 - 閉路がない連結なグラフ



木である



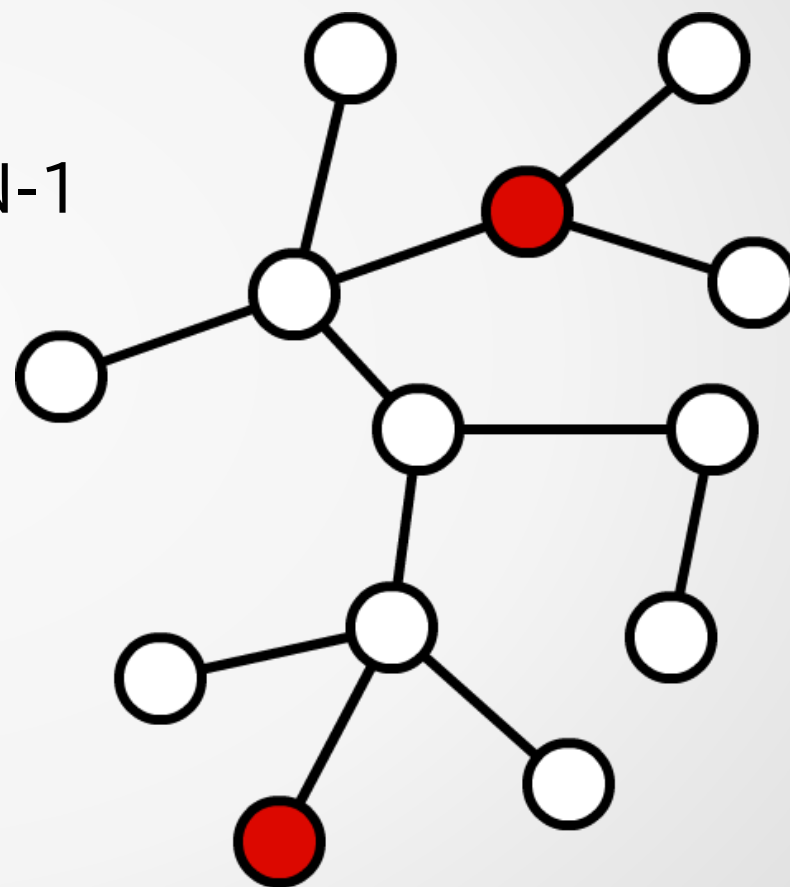
木である



木でない

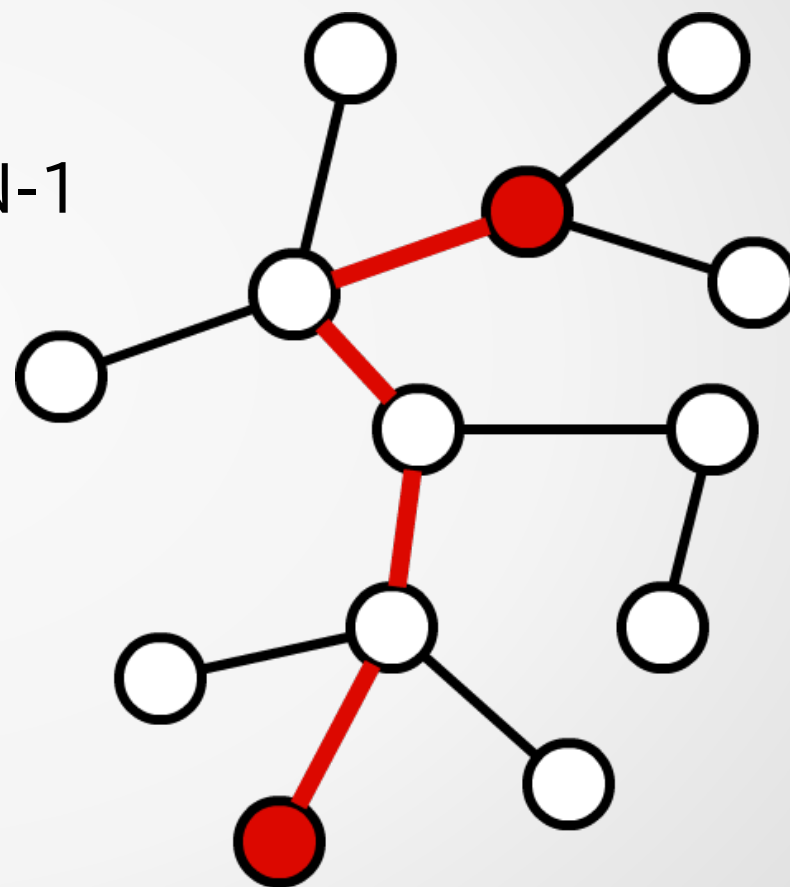
木の基本知識

- 木の性質
 - 連結である
 - 頂点数を N とすると辺の数が $N-1$
 - 二点間の経路は一意に定まる



木の基本知識

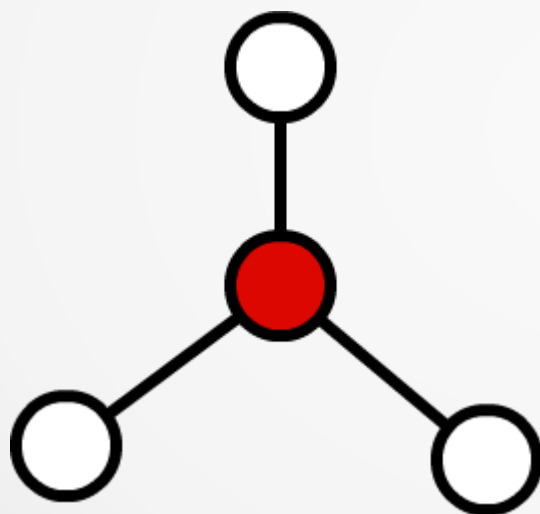
- 木の性質
 - 連結である
 - 頂点数を N とすると辺の数が $N-1$
 - 二点間の経路は一意に定まる



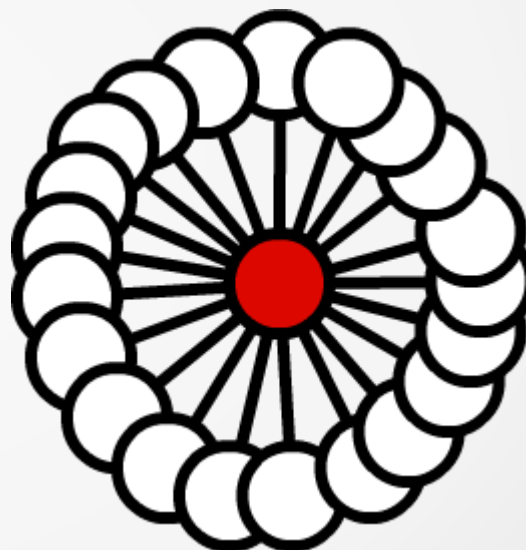
木の基本知識

- 木の用語

- ある頂点の**次数**とは、その頂点に繋がっている辺の個数



次数3

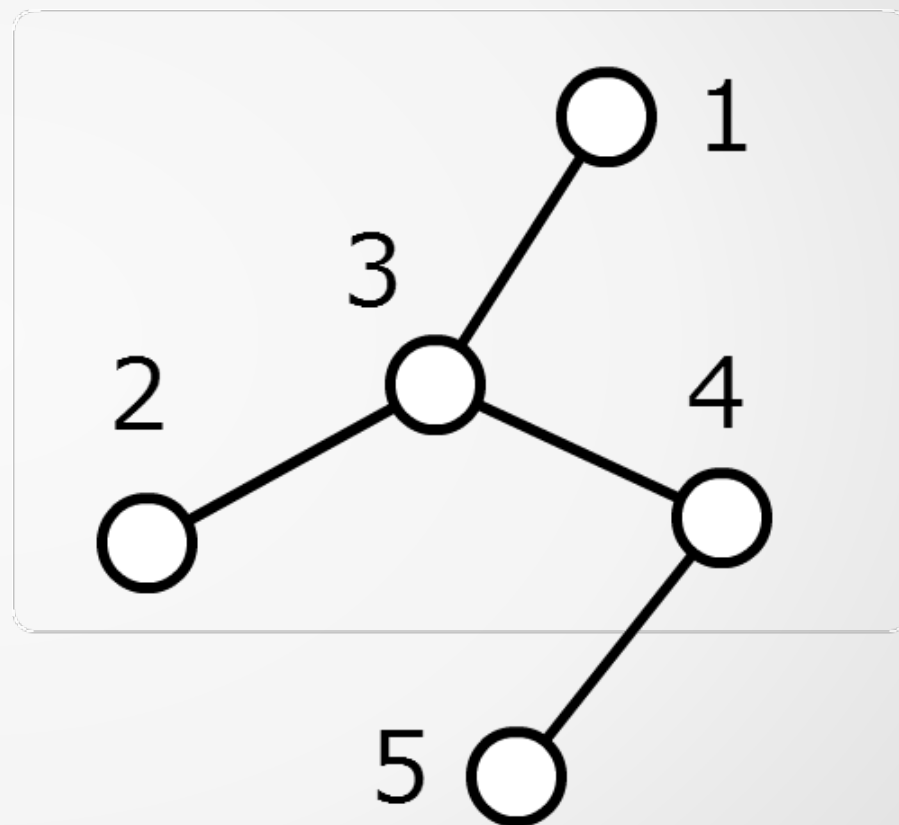


次数21

問題概要

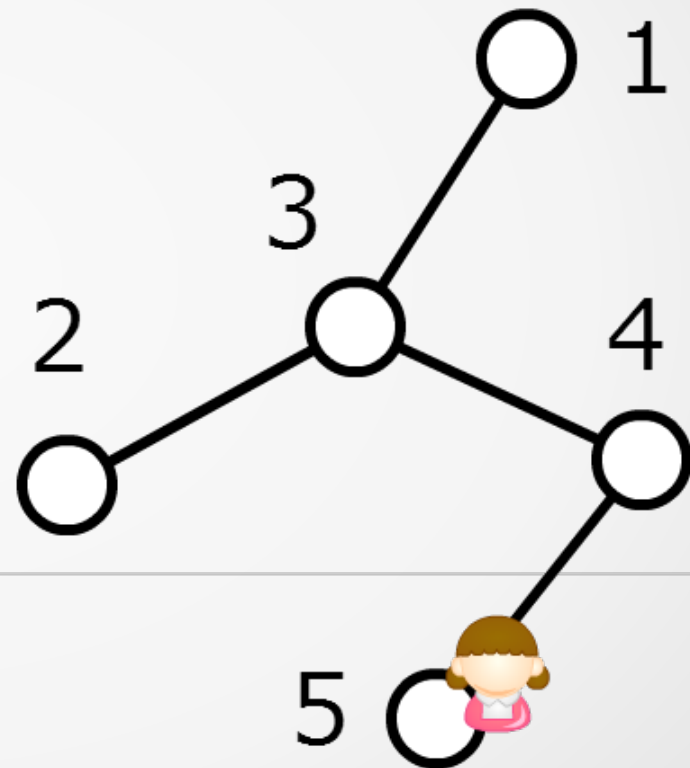
問題概要

- 頂点に1~Nの番号がつけられた木があります



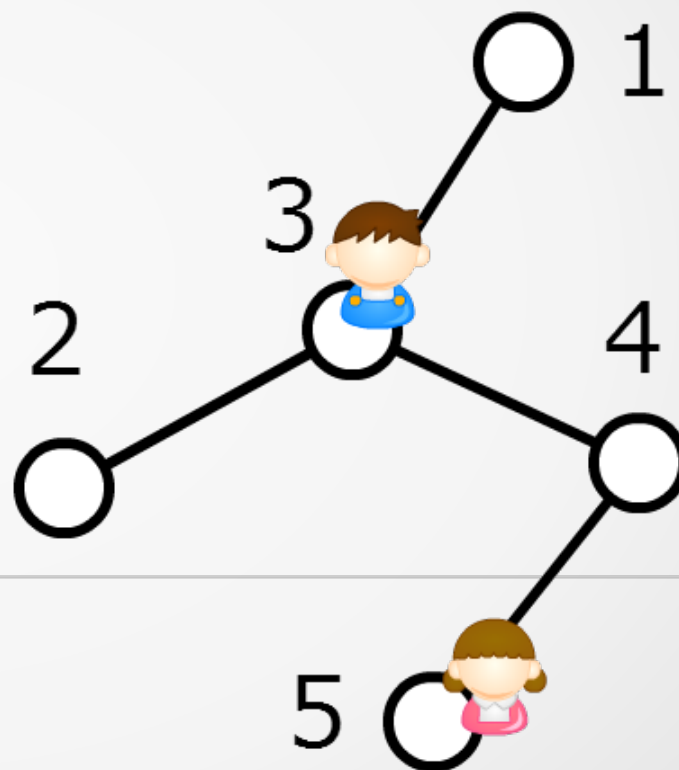
問題概要

- 頂点に1~Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます



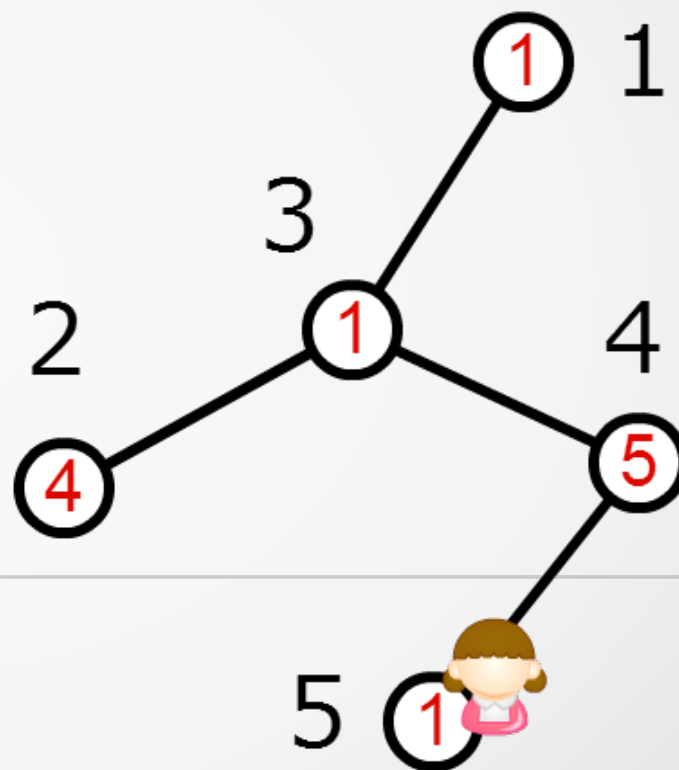
問題概要

- 頂点に1～Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます
- Brunoは頂点Sに居ます



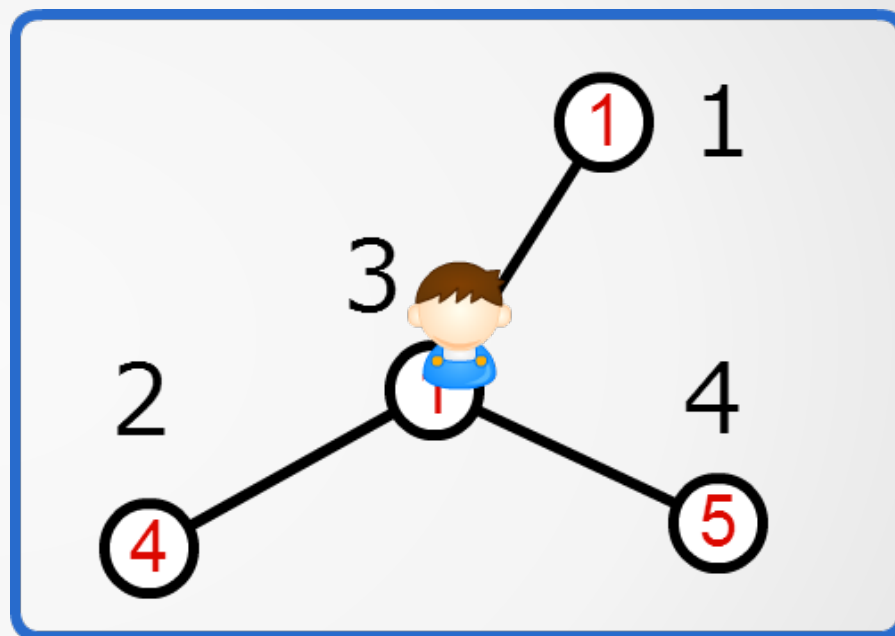
問題概要

- 頂点に1～Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます
- Brunoは頂点Sに居ます
- Annaは各頂点に好きな整数を1つずつ書きます



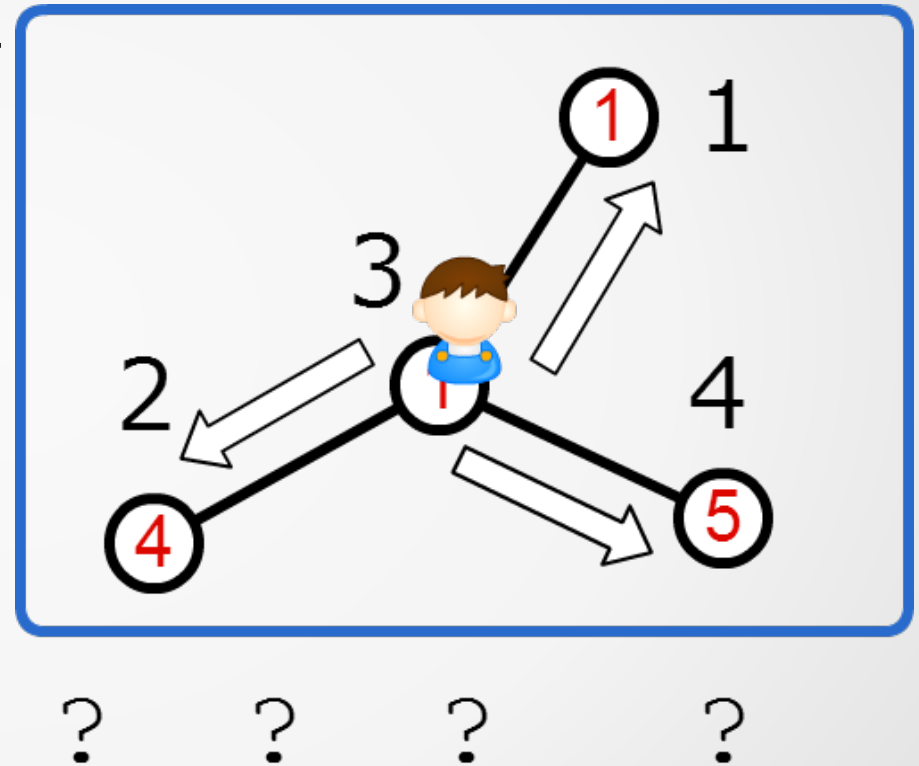
問題概要

- 頂点に1～Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます
- Brunoは頂点Sに居ます
- Annaは各頂点に好きな整数を1つずつ書きます
- BrunoはSとSに隣接した頂点の情報がわかります



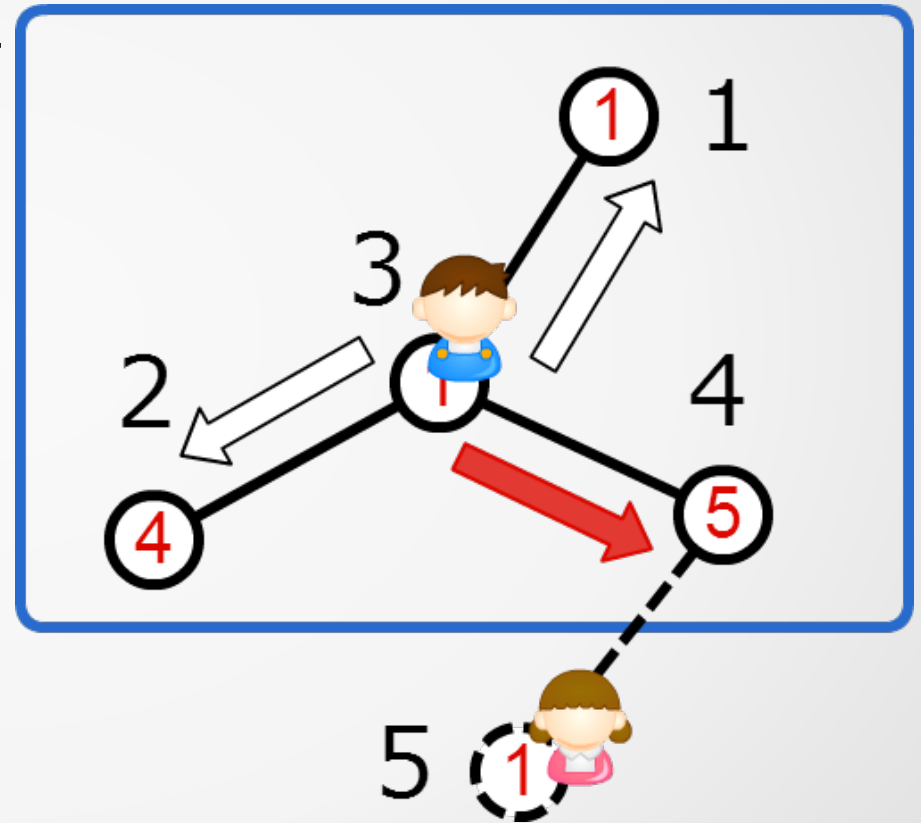
問題概要

- 頂点に1～Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます
- Brunoは頂点Sに居ます
- Annaは各頂点に好きな整数を1つずつ書きます
- BrunoはSとSに隣接した頂点の情報がわかります
- BrunoがAnnaに近づくにはどちらに進むべき？



問題概要

- 頂点に1～Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます
- Brunoは頂点Sに居ます
- Annaは各頂点に好きな整数を1つずつ書きます
- BrunoはSとSに隣接した頂点の情報わかります
- BrunoがAnnaに近づくにはどちらに進むべき？



共通制約

- 頂点数 N
 - $N \leq 100,000$
- Annaが頂点に書ける整数の範囲
 - $0 \sim N$

小課題1 (10点)

小課題1

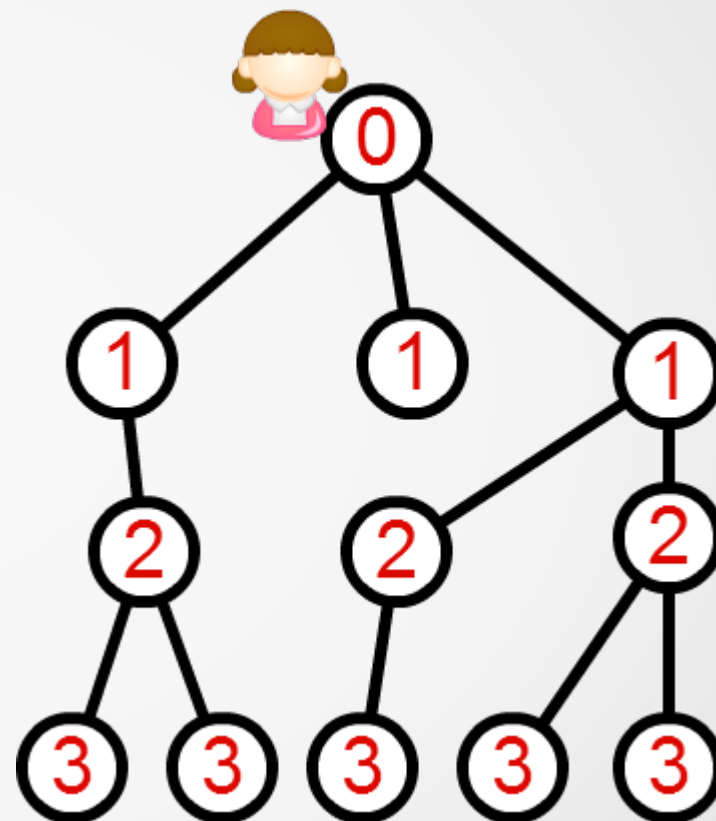
(10点)

小課題1 追加制約

- なし

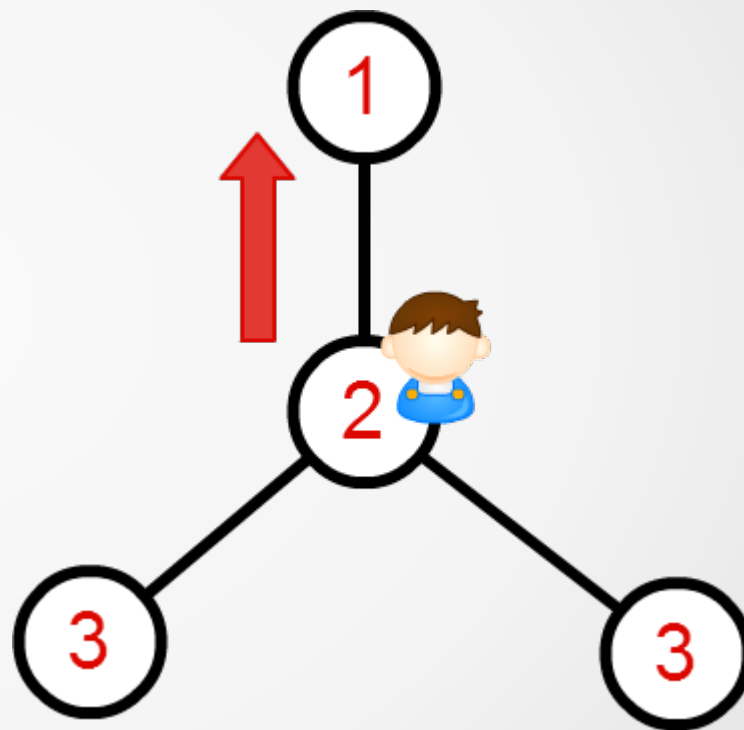
小課題1 解法

- Anna
 - 各頂点に T への距離を書く
 - 距離は T からの DFS で $O(N)$ で求められます
- Bruno
 - 今いる頂点より T に近い頂点に進めば良い
 - なければ $S = T$
 - 木なので一意に定まります



小課題1 解法

- Anna
 - 各頂点に T への距離を書く
 - 距離は T からの DFS で $O(N)$ で求められます
- Bruno
 - 今いる頂点より T に近い頂点に進めば良い
 - なければ $S = T$
 - 木なので一意に定まります



小課題2 (15点)

小課題2

(15点)

小課題2追加制約

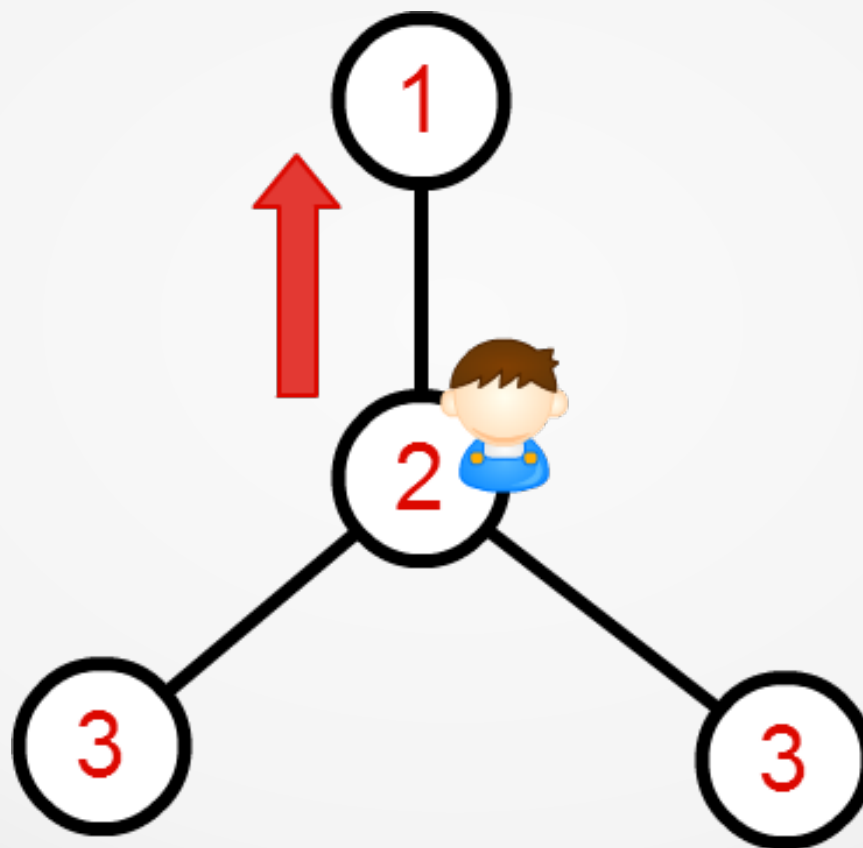
- Annaが頂点に書ける整数の範囲
 - 0, 1, 2

小課題2考察

- 小課題1でのBrunoからの眺め

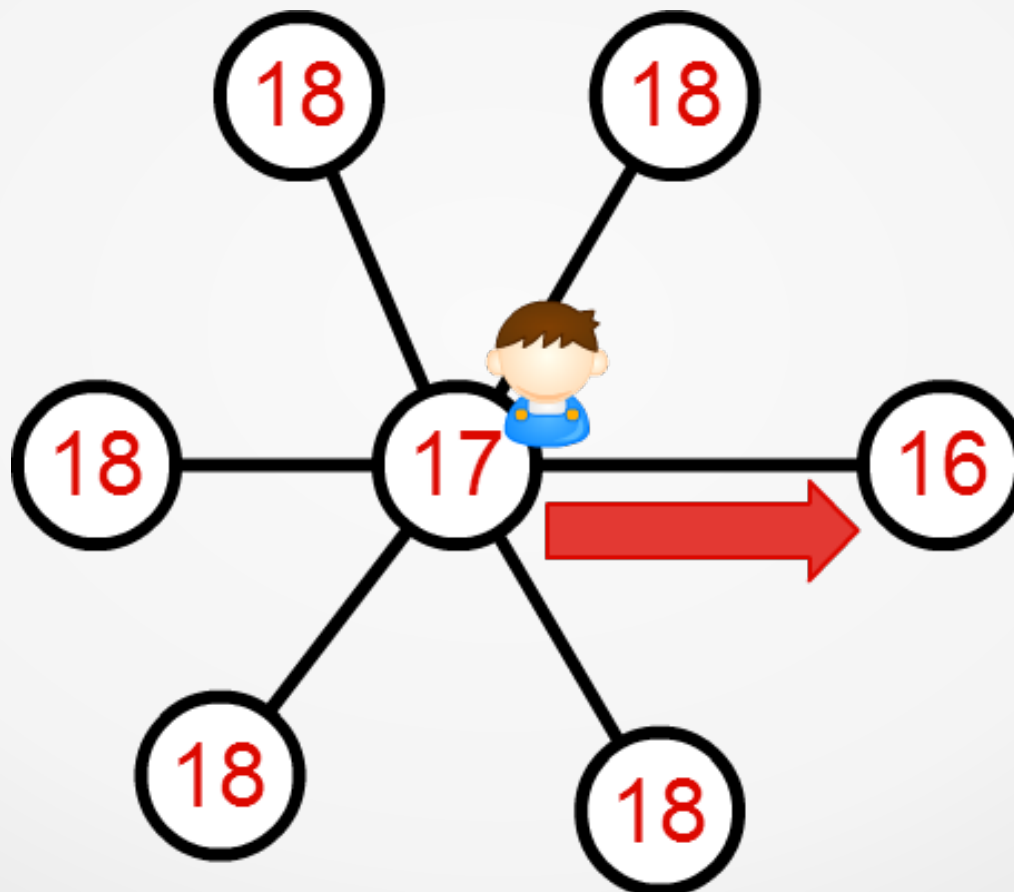
小課題2考察

- 小課題1でのBrunoからの眺め



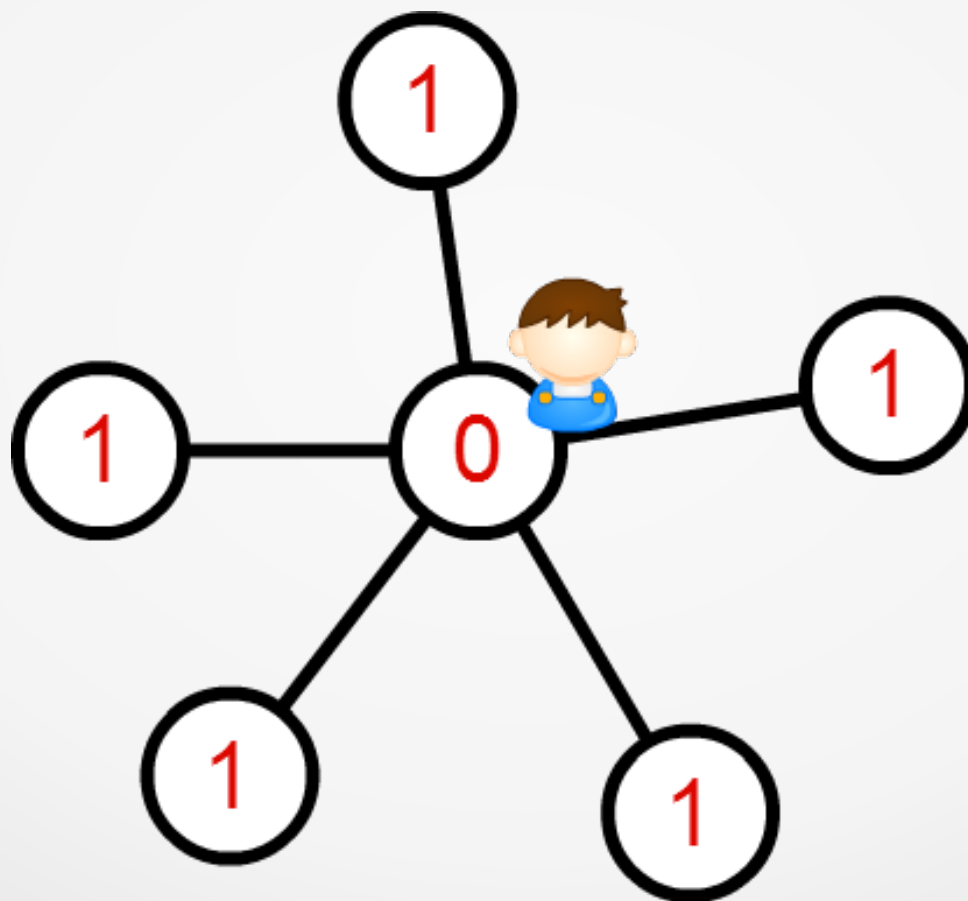
小課題2考察

- 小課題1でのBrunoからの眺め



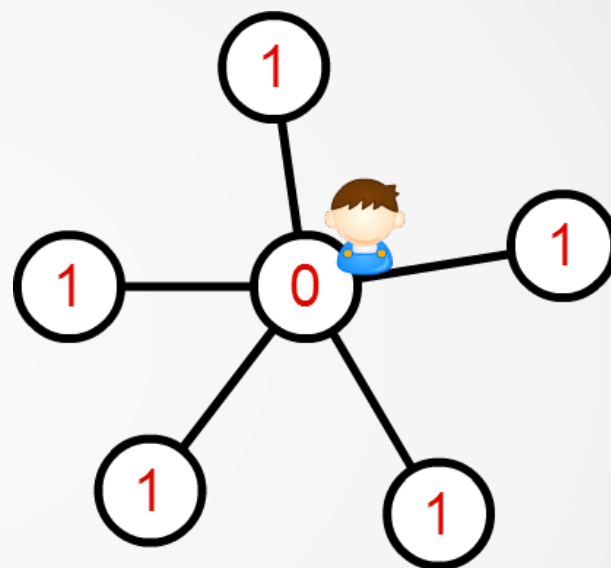
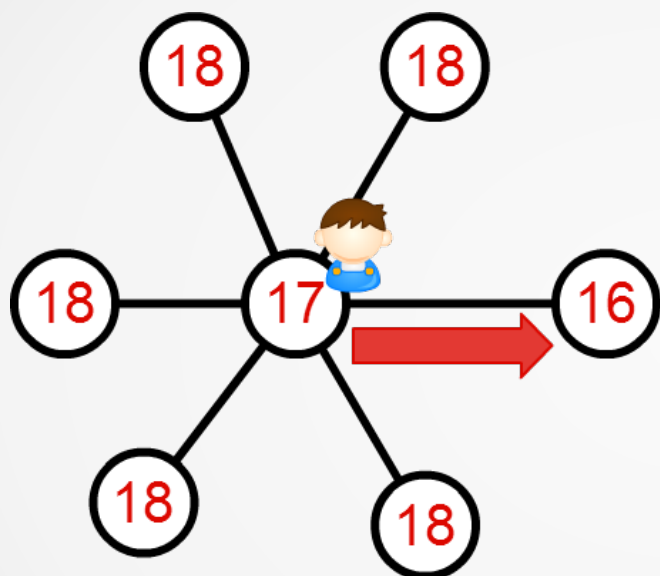
小課題2考察

- 小課題1でのBrunoからの眺め



小課題2考察

- 小課題1でのBrunoからの眺め



- 連続した3種類の整数しか出てこない
- ところで今回の制約もたかだか3種類しか整数がかけない

小課題2解法

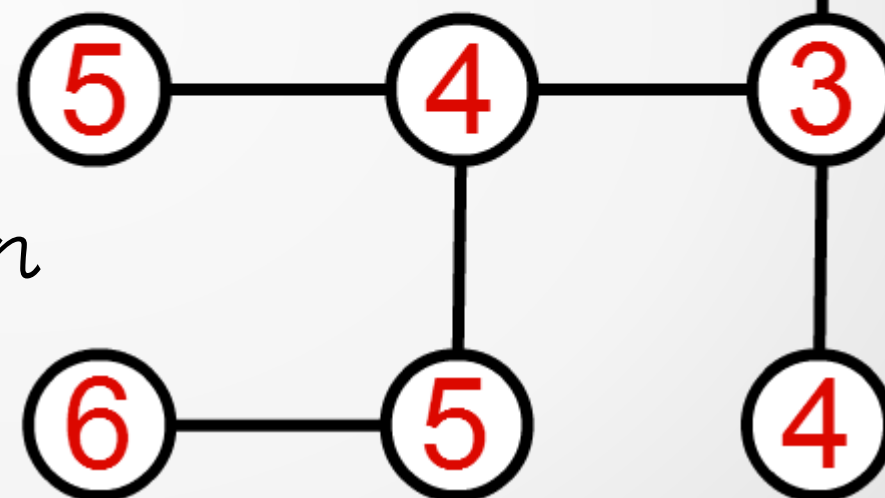
- Anna

- 各頂点に T への距離を
3で割った余りを書く



- Bruno

- 「1小さい整数」が書かれて
いる頂点に進めば良い
- なければ $S = T$



小課題2解法

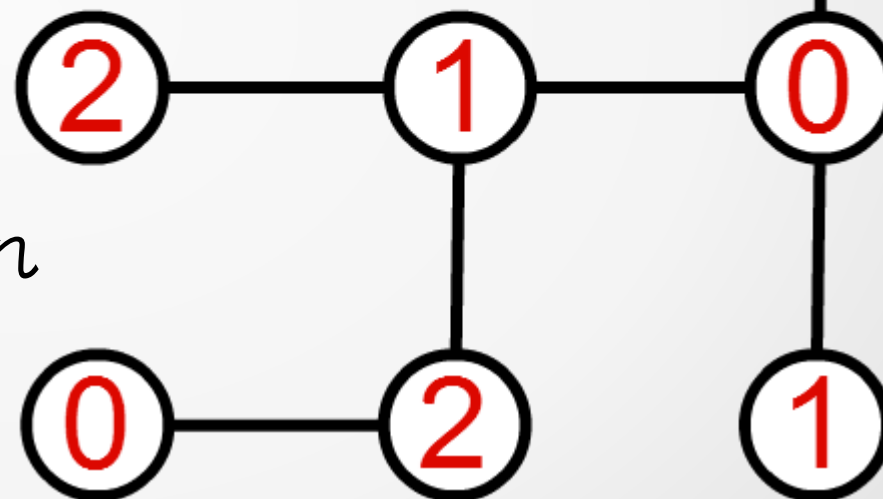
- Anna

- 各頂点に T への距離を
3で割った余りを書く



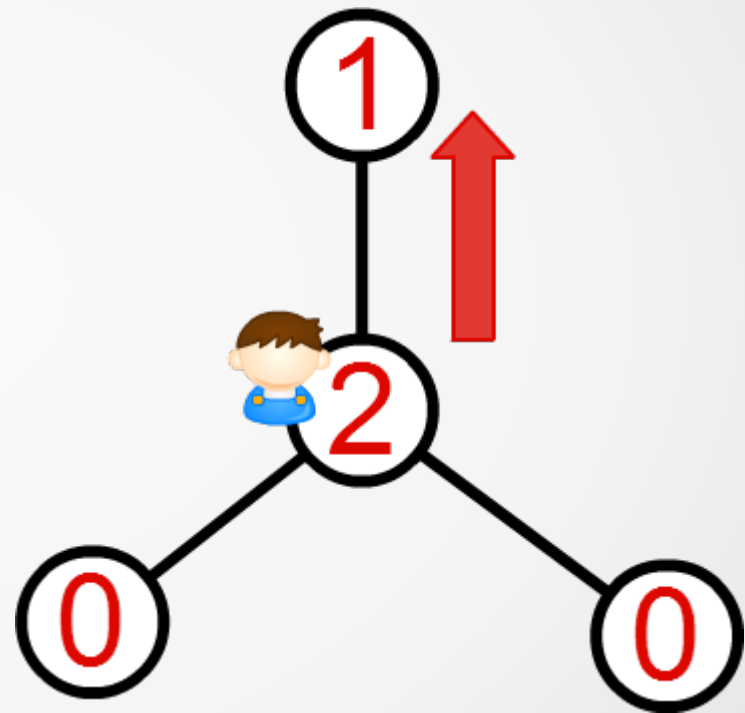
- Bruno

- 「1小さい整数」が書かれて
いる頂点に進めば良い
- なければ $S = T$



小課題2解法

- Anna
 - 各頂点に T への距離を 3 で割った余りを書く
- Bruno
 - 「1 小さい整数」が書かれている頂点に進めば良い
 - なければ $S = T$



小課題2解説

- Bruno
 - 連続した3整数の真ん中の値を3で割った余りがわかる
 - 今いる頂点の整数
 - 真ん中の値がわかれば「1小さい整数」がどれか決定できる
- 真ん中が 0: $2 < 0 < 1$
- 真ん中が 1: $0 < 1 < 2$
- 真ん中が 2: $1 < 2 < 0$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.....

0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1.....

小課題2解説

- Bruno
 - 連続した3整数の真ん中の値を3で割った余りがわかる
 - 今いる頂点の整数
 - 真ん中の値がわかれば「1小さい整数」がどれか決定できる

• 真ん中が 0: $2 < 0 < 1$

• 真ん中が 1: $0 < 1 < 2$

• 真ん中が 2: $1 < 2 < 0$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.....

0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1.....

小課題3 (20点)

小課題3

(20点)

小課題3追加制約

- Annaが頂点に書ける整数の範囲
 - 0, 1
- 木の頂点の次数は2ではない
- $S \neq T$

小課題3追加制約

- Annaが頂点に書ける整数の範囲

- 0, 1

厄介

- 木の頂点の次数は2ではない

わざわざ次数を制限していて怪しい

- $S \neq T$

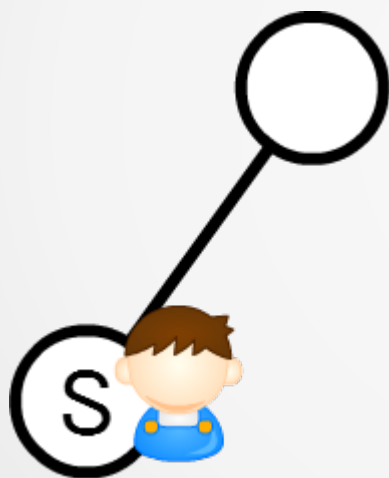
意図がまだよくわからない

小課題3考察

- 頂点は次数で3種類に大別できる

小課題3考察

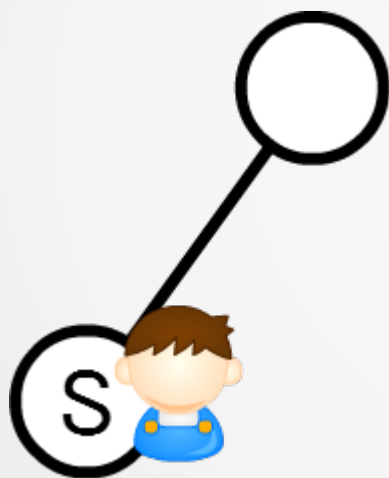
- 頂点Sは次数で3種類に大別できる
- それぞれのパターンについて別々に考える



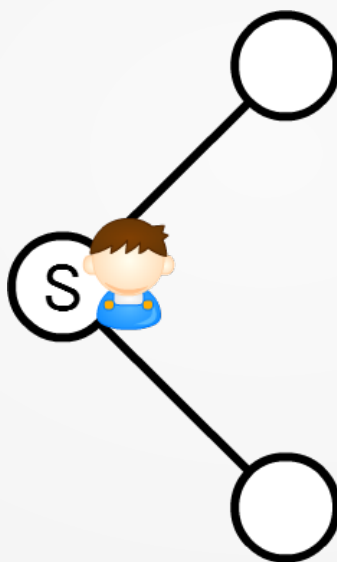
ひとつ

小課題3考察

- 頂点Sは次数で3種類に大別できる
- それぞれのパターンについて別々に考える



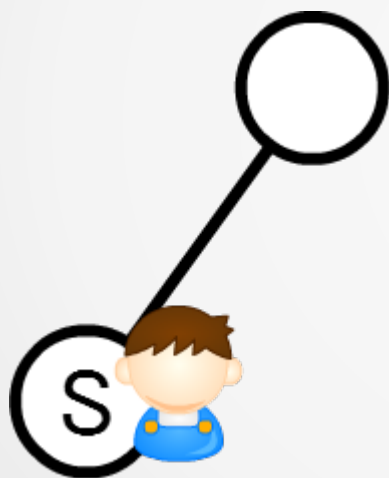
ひとつ



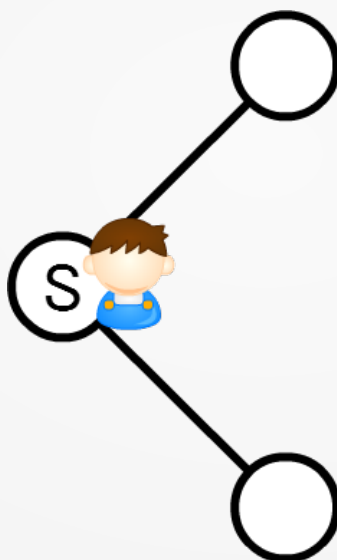
ふたつ

小課題3考察

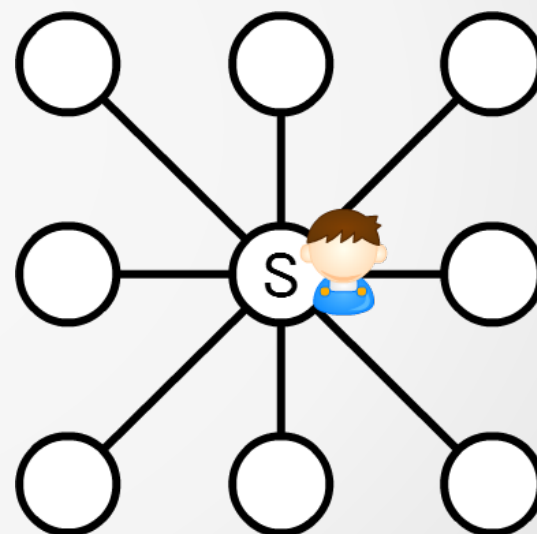
- 頂点Sは次数で3種類に大別できる
- それぞれのパターンについて別々に考える



ひとつ



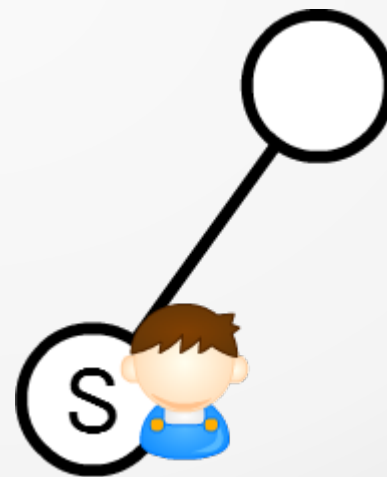
ふたつ



たくさん

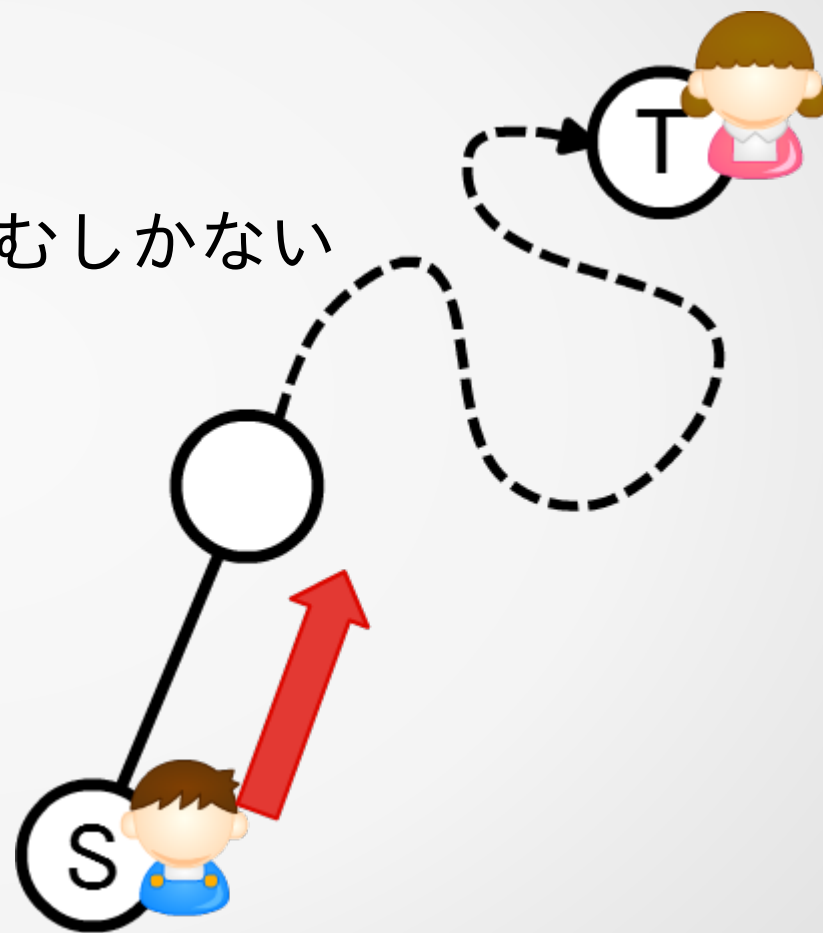
小課題3考察

- 次数が1の頂点



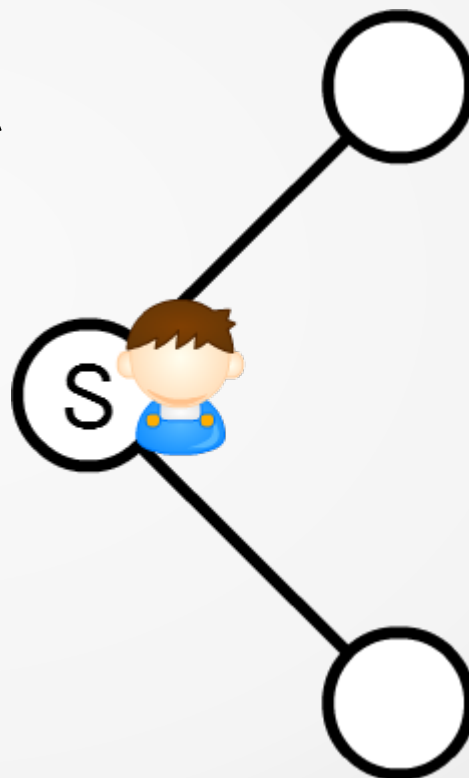
小課題3考察

- 次数が1の頂点
- $S \neq T$ なので隣接する頂点に進むしかない



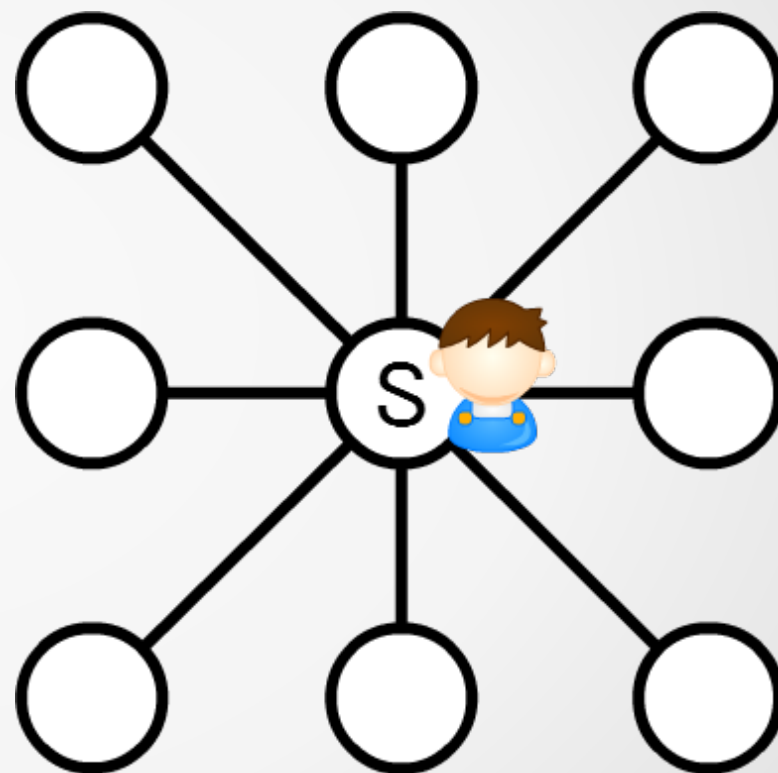
小課題3考察

- 次数が2の頂点
- 無いらしいので考えなくて良い



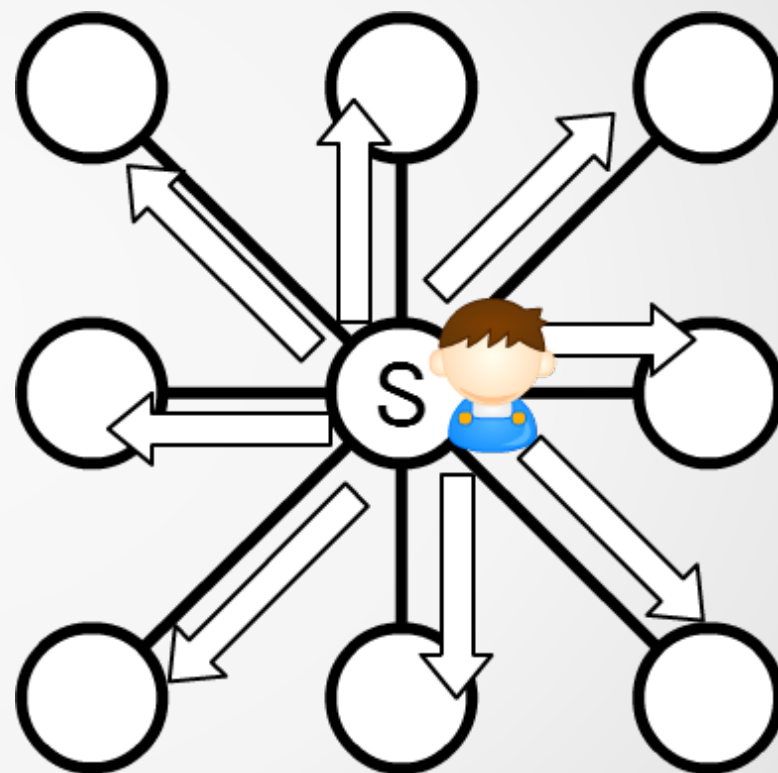
小課題3考察

- 次数がたくさん(≥ 3)の頂点



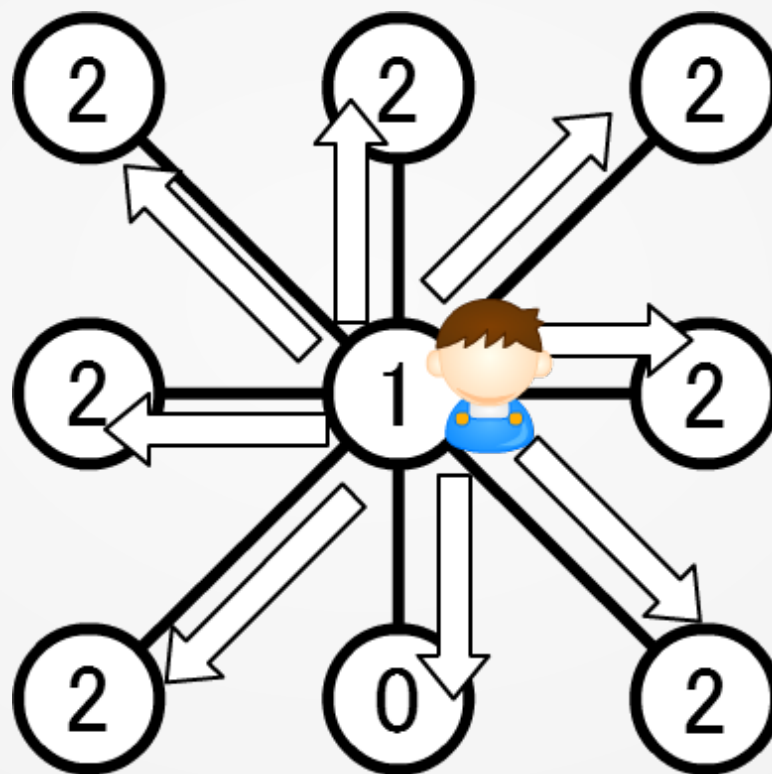
小課題3考察

- 次数がたくさん(≥ 3)の頂点
- $S \neq T$ なのでとにかくどこかに動く



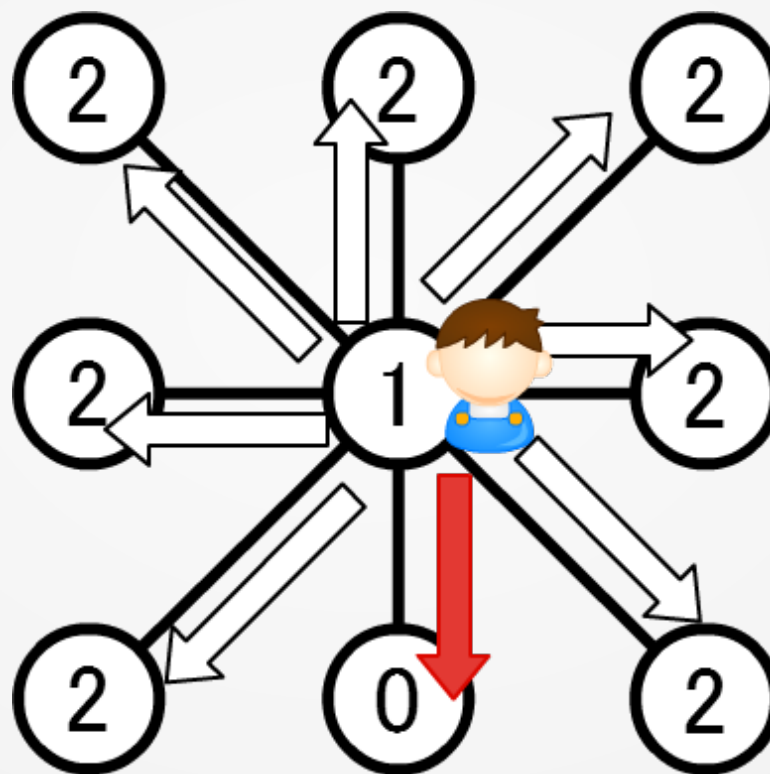
小課題3考察

- 小課題2でのBrunoからの眺め



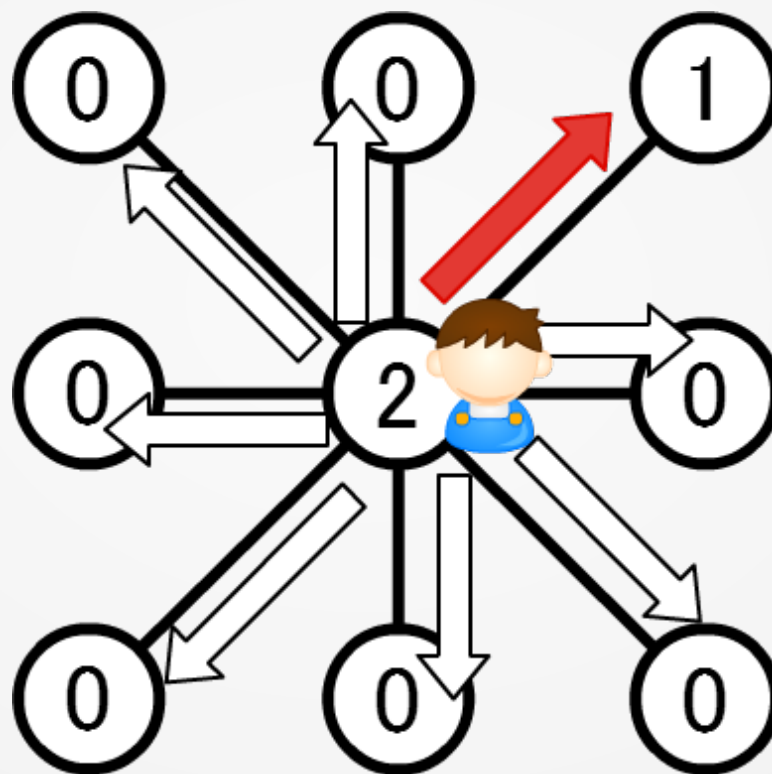
小課題3考察

- 小課題2でのBrunoからの眺め



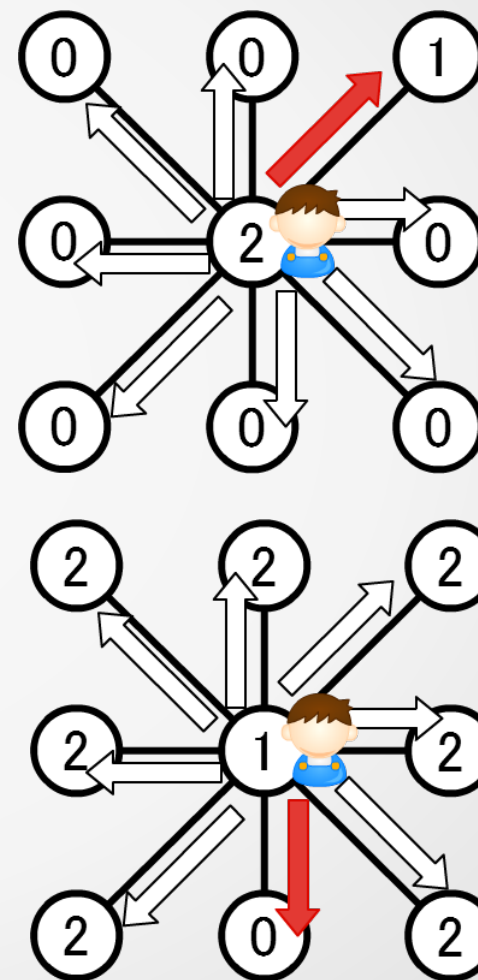
小課題3考察

- 小課題2でのBrunoからの眺め



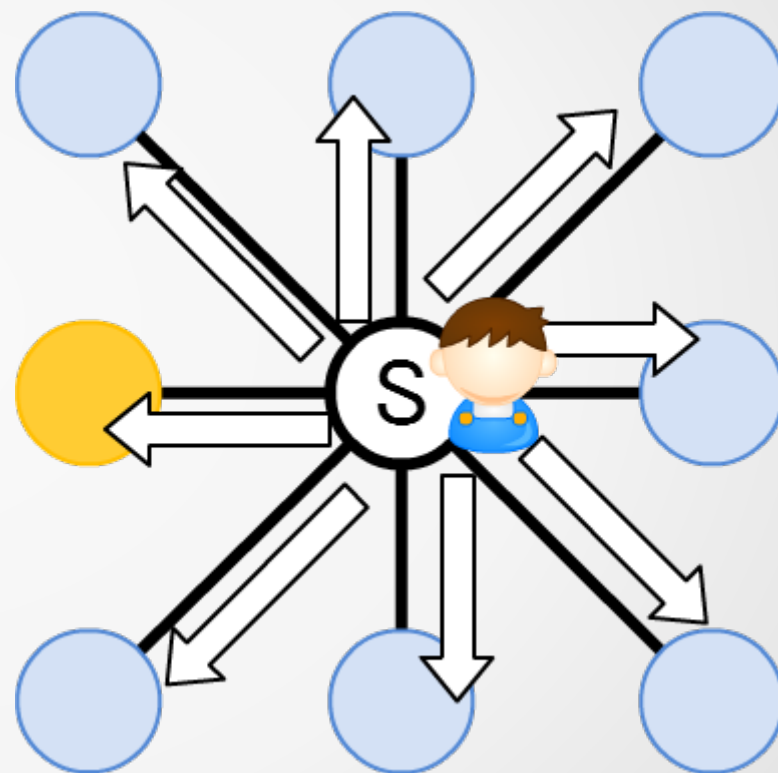
小課題3考察

- 次数がたくさん(≥ 3)の頂点
- $S \neq T$ なのでとにかくどこかに動く
- 小課題2でのBrunoからの眺め



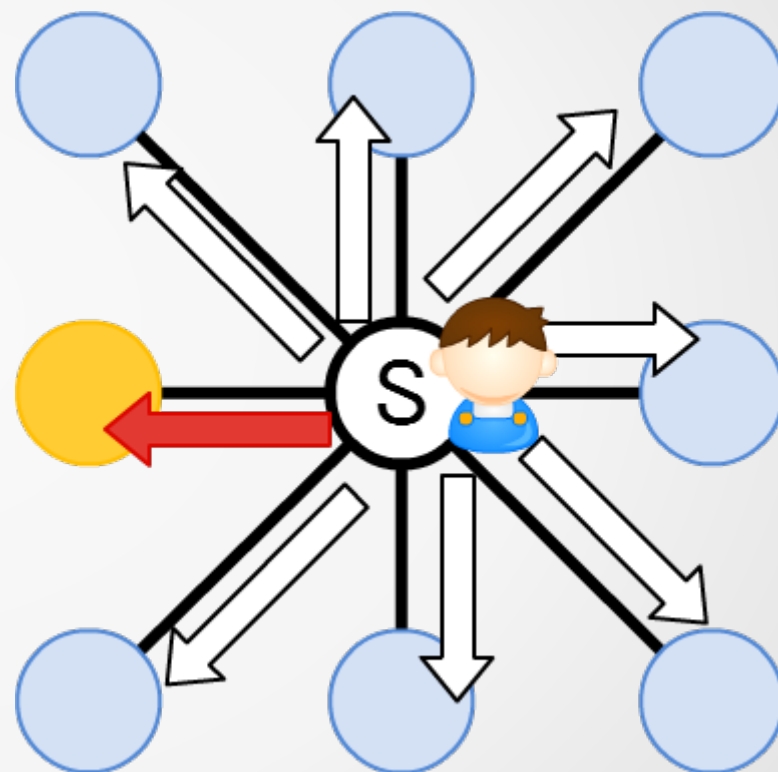
小課題3考察

- 次数がたくさん(≥ 3)の頂点
- $S \neq T$ なのでとにかくどこかに動く
- 小課題2でのBrunoからの眺め
- これは . . .



小課題3考察

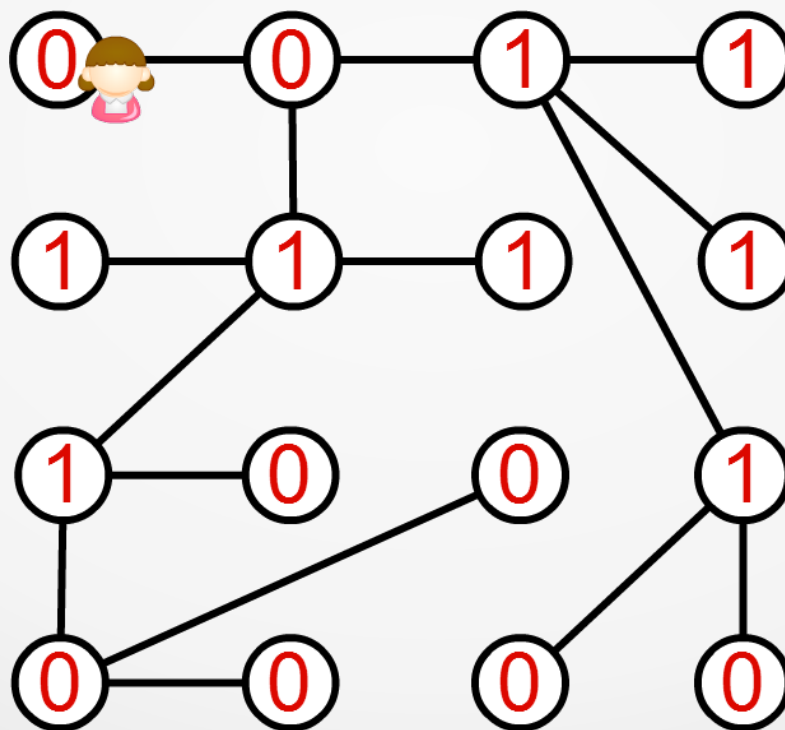
- 次数がたくさん(≥ 3)の頂点
- $S \neq T$ なのでとにかくどこかに動く
- 小課題2でのBrunoからの眺め
- 1種類しかない方に行けばよいのでは？



小課題3解法

- Anna

- 隣接する頂点の内、「進むべき頂点」と「それ以外の頂点」の整数が異なるように0と1を書く



小課題3解法

- Anna
 - 隣接する頂点の内、「進むべき頂点」と「それ以外の頂点」の整数が異なるように0と1を書く

小課題3解法

- Anna
 - 隣接する頂点の内、「進むべき頂点」と「それ以外の頂点」の整数が異なるように0と1を書く
 - どうやって？

小課題3解法

- Anna
 - 隣接する頂点の内、「進むべき頂点」と「それ以外の頂点」の整数が異なるように0と1を書く
 - どうやって?
- 「進むべき頂点」のTへの距離と「それ以外の頂点」のTへの距離の差は必ず2

小課題3解法

- Anna
 - 隣接する頂点の内、「進むべき頂点」と「それ以外の頂点」の整数が異なるように0と1を書く
 - どうやって?
- 「進むべき頂点」のTへの距離と「それ以外の頂点」のTへの距離の差は必ず2
 - $f(x) \neq f(x+2)$ となる整数から $\{0,1\}$ への変換を考える
- Before: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.....
- After: 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0.....

小課題3解法

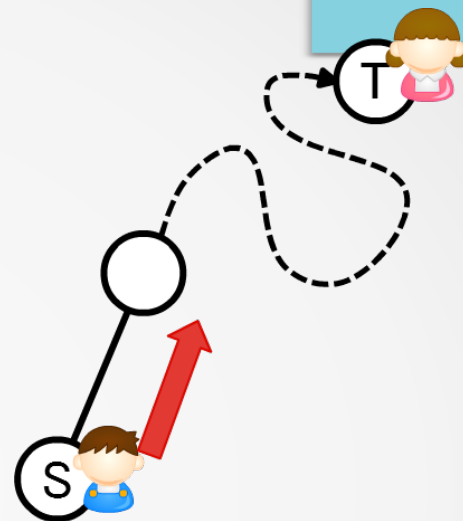
- Anna
 - 隣接する頂点の内、「進むべき頂点」と「それ以外の頂点」の整数が異なるように0と1を書く
 - どうやって?
- 「進むべき頂点」のTへの距離と「それ以外の頂点」のTへの距離の差は必ず2
 - $f(x) \neq f(x+2)$ となる整数から $\{0,1\}$ への変換を考える
- Before: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.....
- After: 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0.....

小課題3解法

- Anna
 - 隣接する頂点の内、「進むべき頂点」と「それ以外の頂点」の整数が異なるように0と1を書く
 - どうやって?
- 「進むべき頂点」のTへの距離と「それ以外の頂点」のTへの距離の差は必ず2
 - $f(x) \neq f(x+2)$ となる整数から $\{0,1\}$ への変換を考える
- Before: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.....
- After: 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0.....

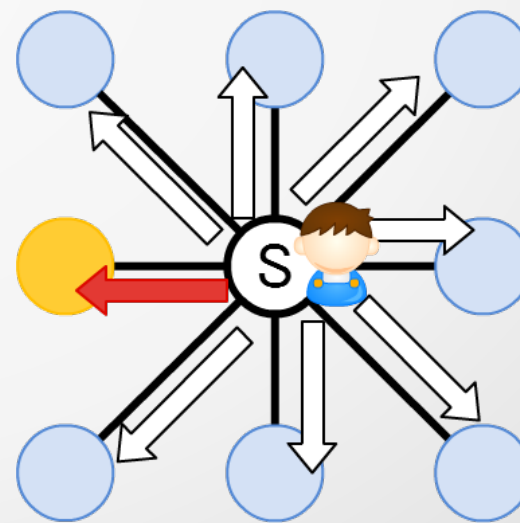
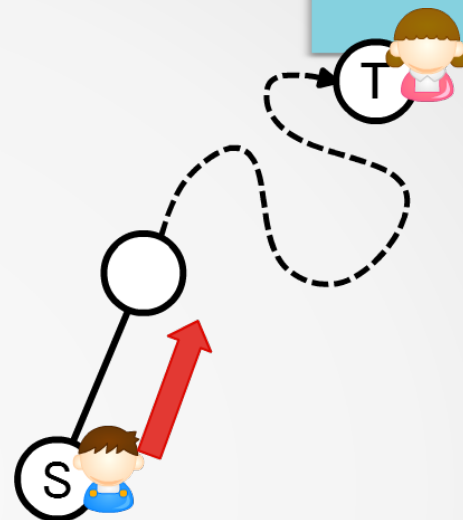
小課題3解法

- Bruno
 - 次数が1
 - とにかく動く



小課題3解法

- Bruno
 - 次数が1
 - とにかく動く
 - 次数がたくさん
 - 隣接する頂点の中で1回しか現れない整数が書かれている方に動く



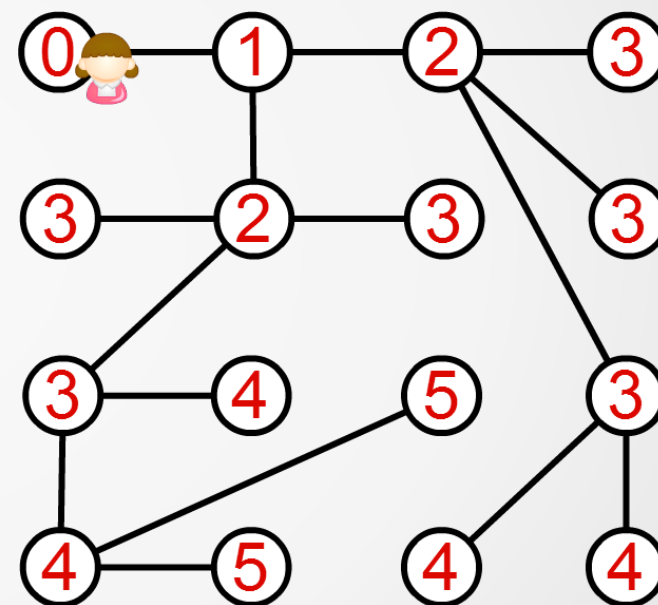
小課題3解法 まとめ

- Anna

- 各頂点にTへの距離を4で割った余りに応じて適切な整数を書く
- 距離%4/2 (あくまで一例)

- Bruno

- 次数が1
 - とにかく動く
- 次数がたくさん
 - 隣接する頂点の中で1回しか現れない整数が書かれている方に動く



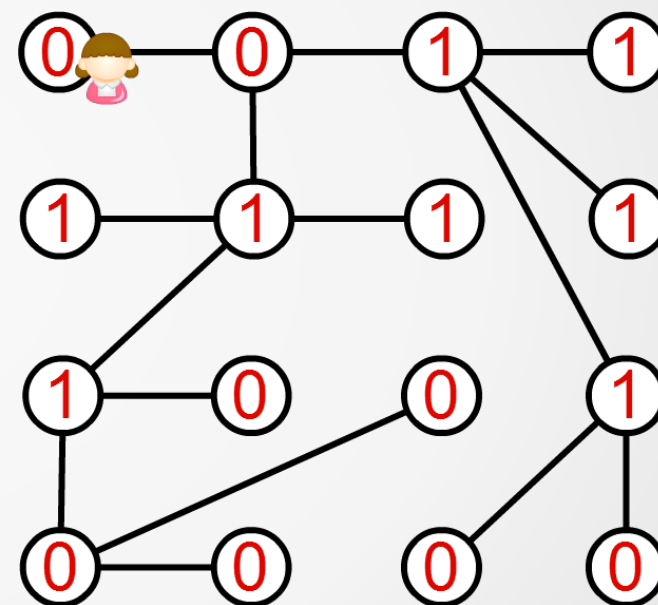
小課題3解法 まとめ

- Anna

- 各頂点にTへの距離を4で割った余りに応じて適切な整数を書く
- 距離%4/2 (あくまで一例)

- Bruno

- 次数が1
 - とにかく動く
- 次数がたくさん
 - 隣接する頂点の中で1回しか現れない整数が書かれている方に動く



小課題4追加制約

- Annaが頂点に書ける整数の範囲
 - 0, 1

- 以上

小課題4考察

- Brunoがもらえる情報が少なすぎる
 - 0,1だけというのはどうしようもない
- まだ使っていない情報があるはず
- もう一回、問題文をよく読もう

問題概要(再掲)

- 頂点に1～Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます
- Brunoは頂点Sに居ます
- Annaは各頂点に好きな整数を1つずつ書きます
- BrunoはSとSに隣接した頂点の情報がわかります
- BrunoがAnnaに近づくにはどちらに進むべき？

問題概要(再掲)

- 頂点に1~Nの番号がつけられた木があります
- Annaは頂点Tに住んでいます
- Brunoは頂点Sに居ます
- Annaは各頂点に好きな整数を1つずつ書きます
- BrunoはSとSに隣接した頂点の情報がわかります
- BrunoがAnnaに近づくにはどちらに進むべき？

小課題4考察

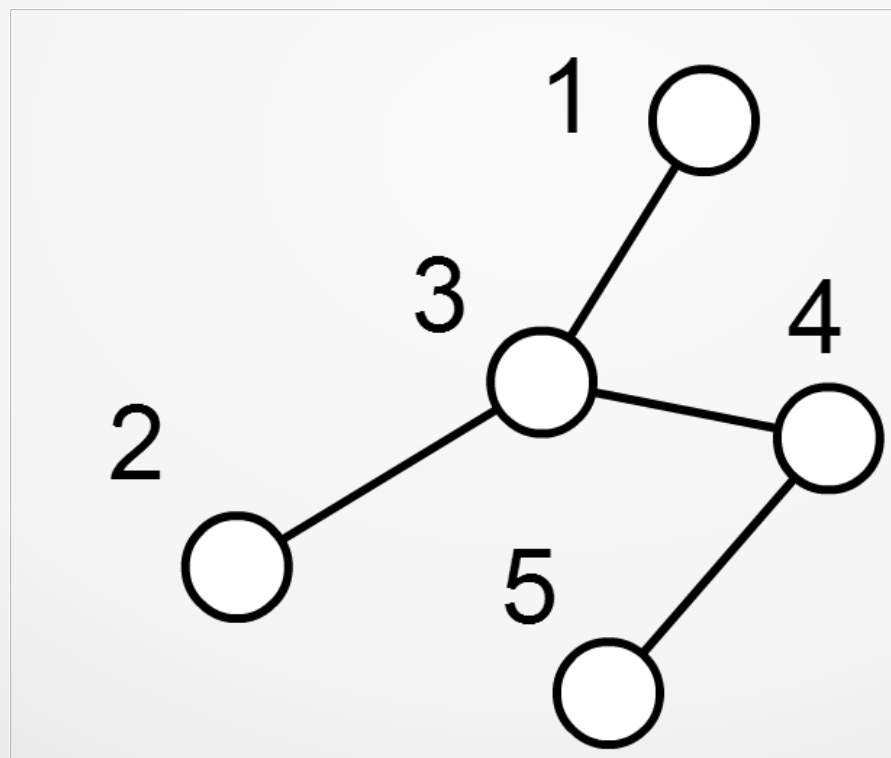
- BrunoはAnnaが書いた整数だけでなく頂点(島)の番号もわかる
- これも活用できないだろうか？

小課題4考察

- 頂点の番号の性質
 - ユニークである
 - 以上
- Brunoからの眺めを考えると頂点の番号は大小以上の情報を与えてくれなさそう
 - 和が●である、▲で割った余りが■である、などの情報を活用したくてもBrunoに与える頂点の番号は作問者が悪意をもって選ぶ事ができるので難しそう

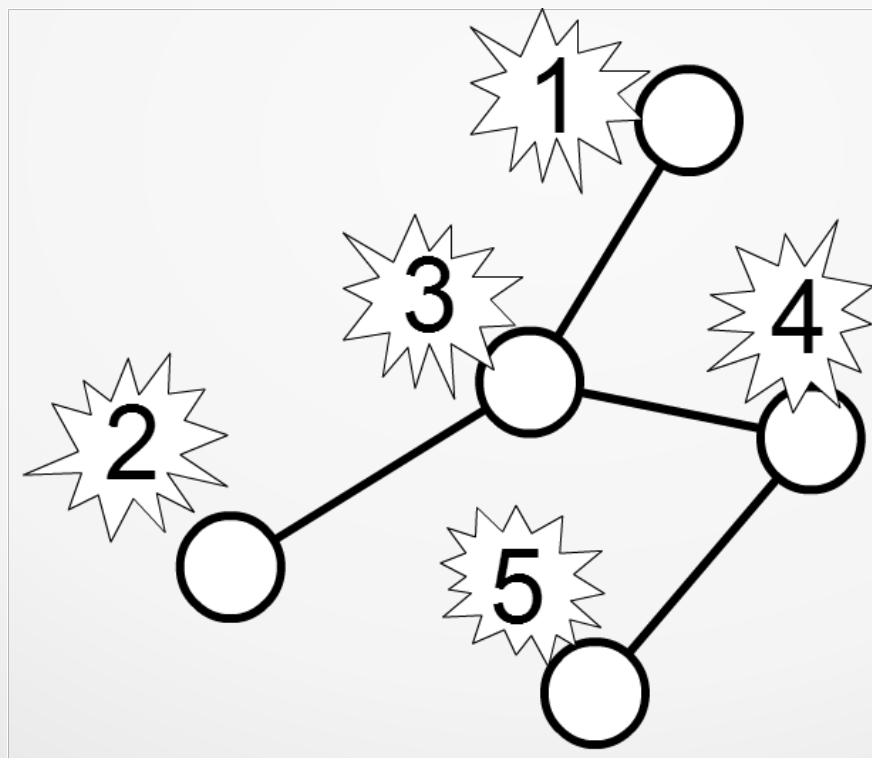
小課題4考察まとめ1

- Brunoの居る頂点と周りの頂点に書かれた整数だけでなく、頂点の番号も活用して解く
- 頂点の番号は大小関係程度の情報しか与えてくれない



小課題4考察まとめ1

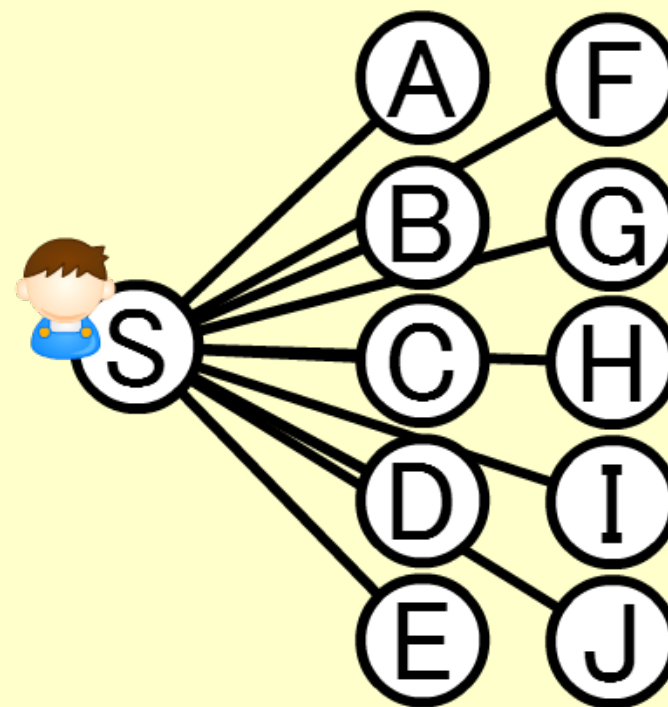
- Brunoの居る頂点と周りの頂点に書かれた整数だけでなく、頂点の番号も活用して解く
- 頂点の番号は大小関係程度の情報しか与えてくれない



小課題4考察

- どのようなアプローチでBrunoの動きを決めるか？
- いままでのアプローチ
 - 頂点を見て、Tにより近い頂点をあてる
 - 選択肢が多い

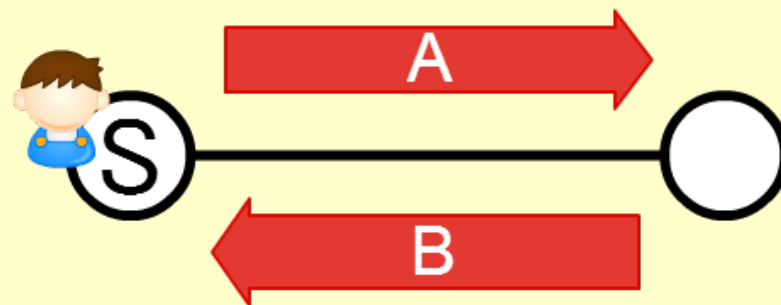
Q.どれが  に近い？



小課題4考察

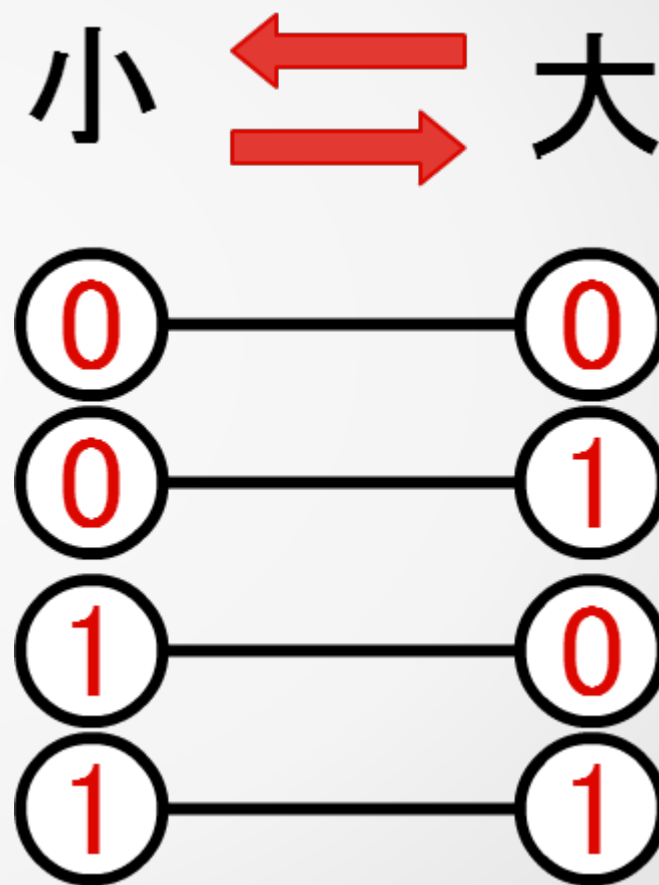
- どのようなアプローチでBrunoの動きを決めるか？
- いままでのアプローチ
 - 辺をみて、どちら向きに進むべきかあてる
 - スッキリしている

Q.どっちに進むべき？



小課題4考察

- 新しいアプローチの優れている点
 - 進むべき方向は2種類しかない
 - 辺を特徴付ける情報は
 - 2ビット分の整数
 - 2つの整数
 - 2つの整数といってもどちらが大きいか程度の情報と考えて良い



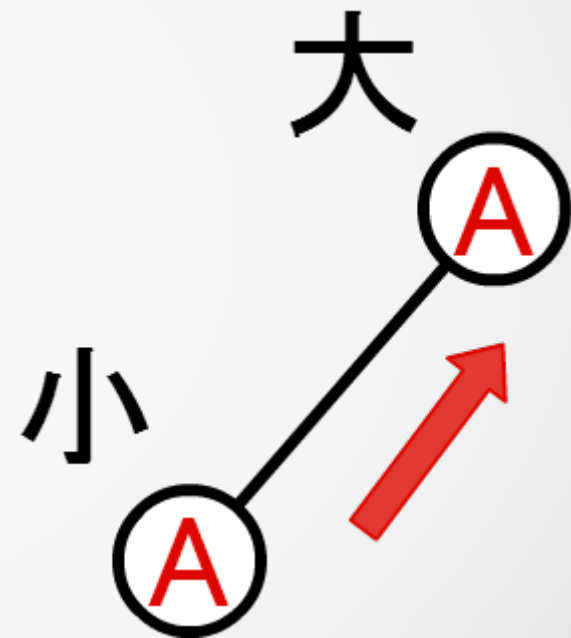
小課題4解法

- Anna
 - 各辺についてどちら向きに進むべきか求める
 - 頂点Xと頂点Yを結ぶ辺について
 - 書かれた整数が同じならば頂点番号が大きい方へ進むべき
 - 書かれた整数が違うならば頂点番号が小さい方へ進むべき
- となるように整数を書く

小課題4解法

- Anna

- 各辺についてどちら向きに進むべきか求める
 - 頂点Xと頂点Yを結ぶ辺について
 - 書かれた整数が同じならば頂点番号が大きい方へ進むべき
 - 書かれた整数が違うならば頂点番号が小さい方へ進むべき
- となるように整数を書く



小課題4解法

- Anna

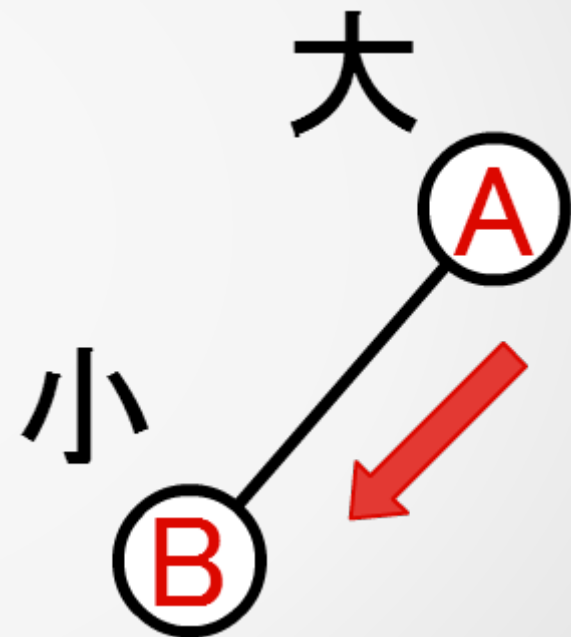
- 各辺についてどちら向きに進むべきか求める

- 頂点Xと頂点Yを結ぶ辺について

- 書かれた整数が同じならば頂点番号が大きい方へ進むべき

- 書かれた整数が違うならば頂点番号が小さい方へ進むべき

となるように整数を書く



小課題4解法

- Anna

- 各辺についてどちら向きに進むべきか求める

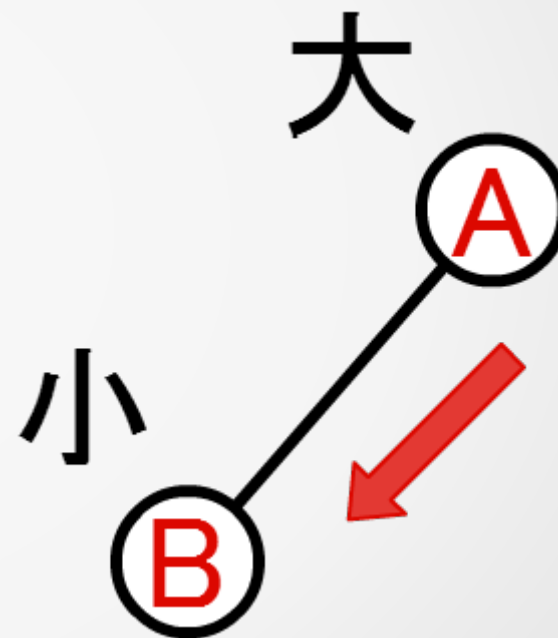
- 頂点Xと頂点Yを結ぶ辺について

- 書かれた整数が同じならば頂点番号が大きい方へ進むべき

- 書かれた整数が違うならば頂点番号が小さい方へ進むべき

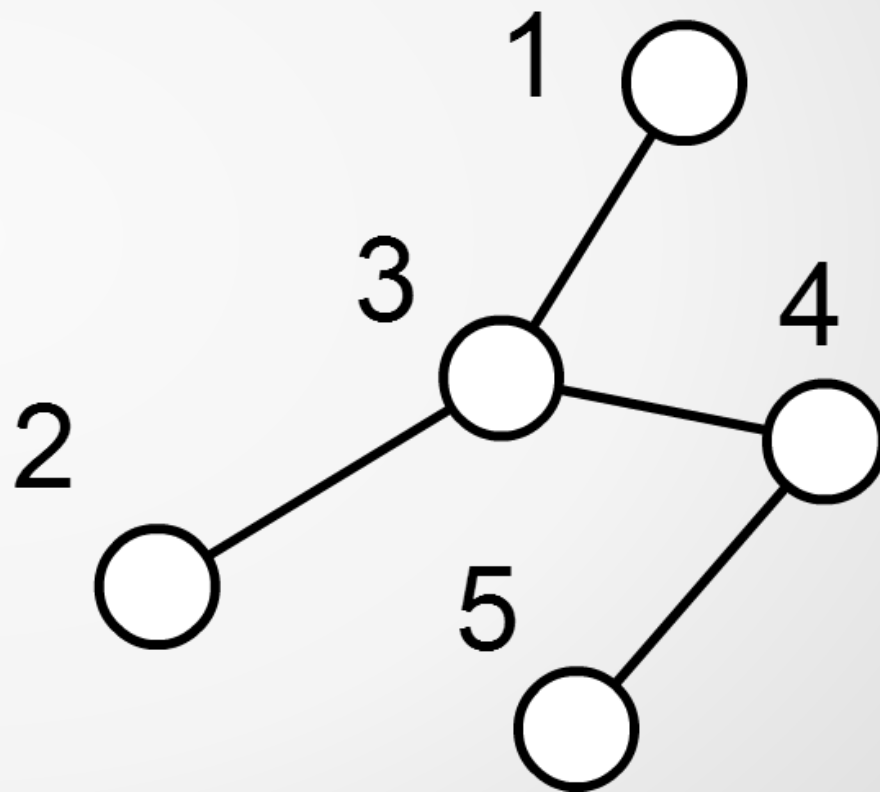
となるように整数を書く

どうやって？



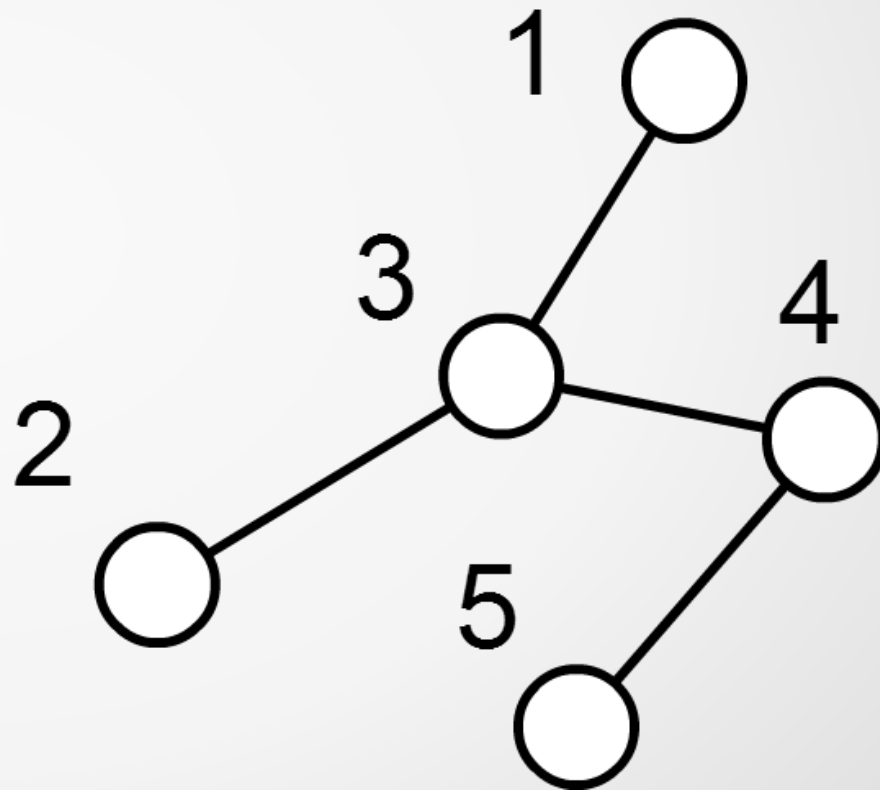
小課題4解法

- Tに近い順番に頂点に整数を書いていけば良い



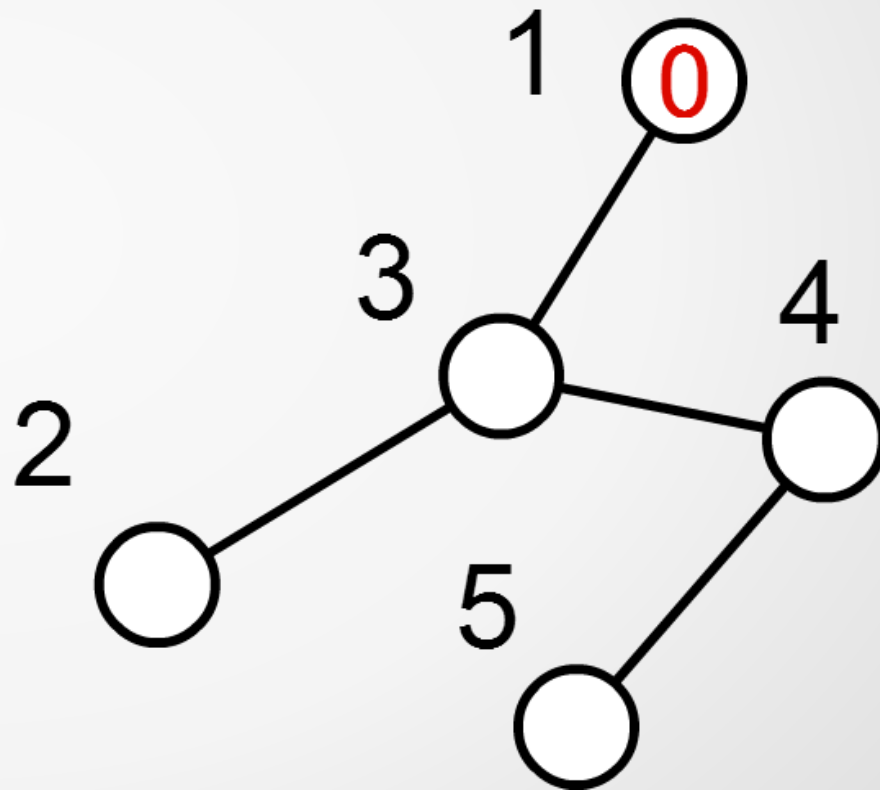
小課題4解法

- Tに近い順番に頂点に整数を書いていけば良い
- ある辺について情報を埋めたいときに必ず片方のみが決まっている
 - 2通りの埋め方が出来る
 - 0か1
 - 2通りの情報を伝えられる
 - 大きい方に進むべきか
小さい方に進むべきか



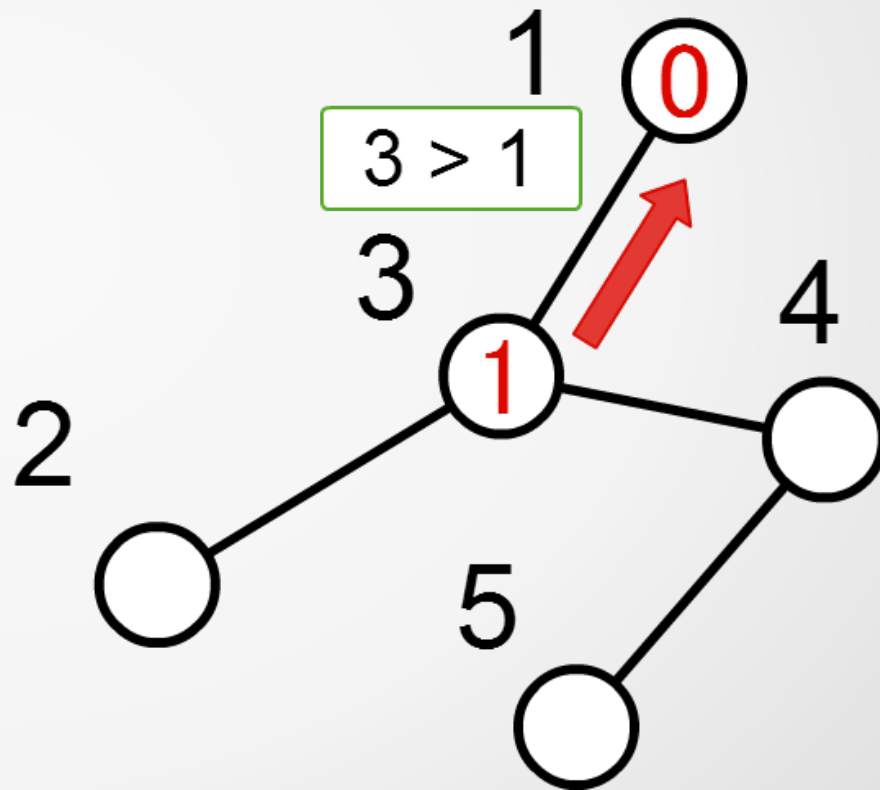
小課題4解法

- Tに近い順番に頂点に整数を書いていけば良い
- ある辺について情報を埋めたいときに必ず片方のみが決まっている
 - 2通りの埋め方が出来る
 - 0か1
 - 2通りの情報を伝えられる
 - 大きい方に進むべきか
小さい方に進むべきか



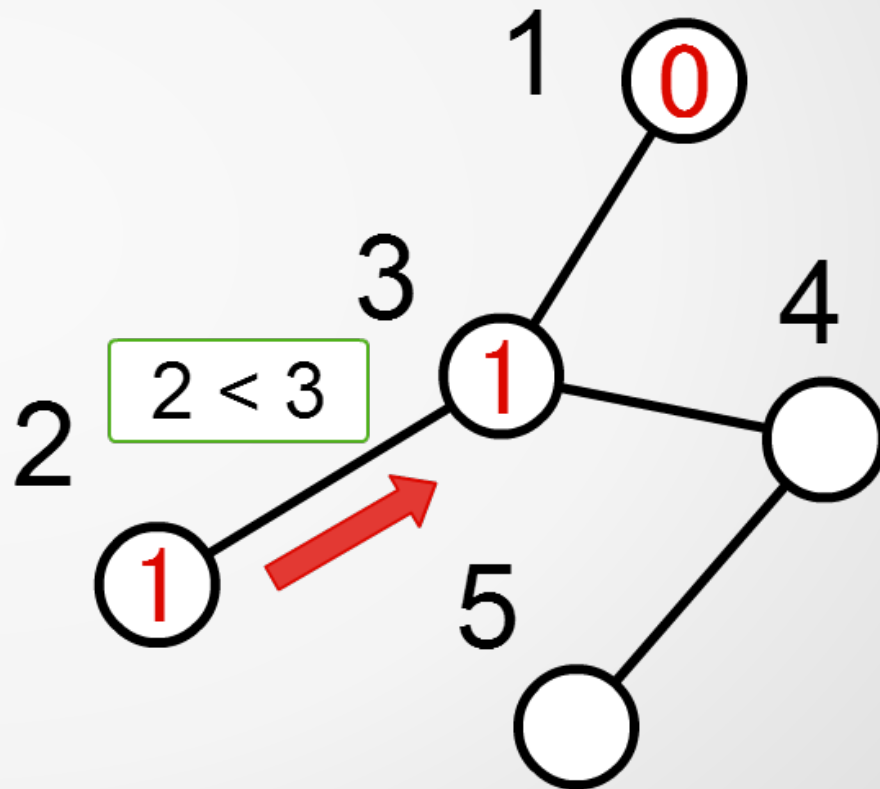
小課題4解法

- Tに近い順番に頂点に整数を書いていけば良い
- ある辺について情報を埋めたいときに必ず片方のみが決まっている
 - 2通りの埋め方が出来る
 - 0か1
 - 2通りの情報を伝えられる
 - 大きい方に進むべきか
小さい方に進むべきか



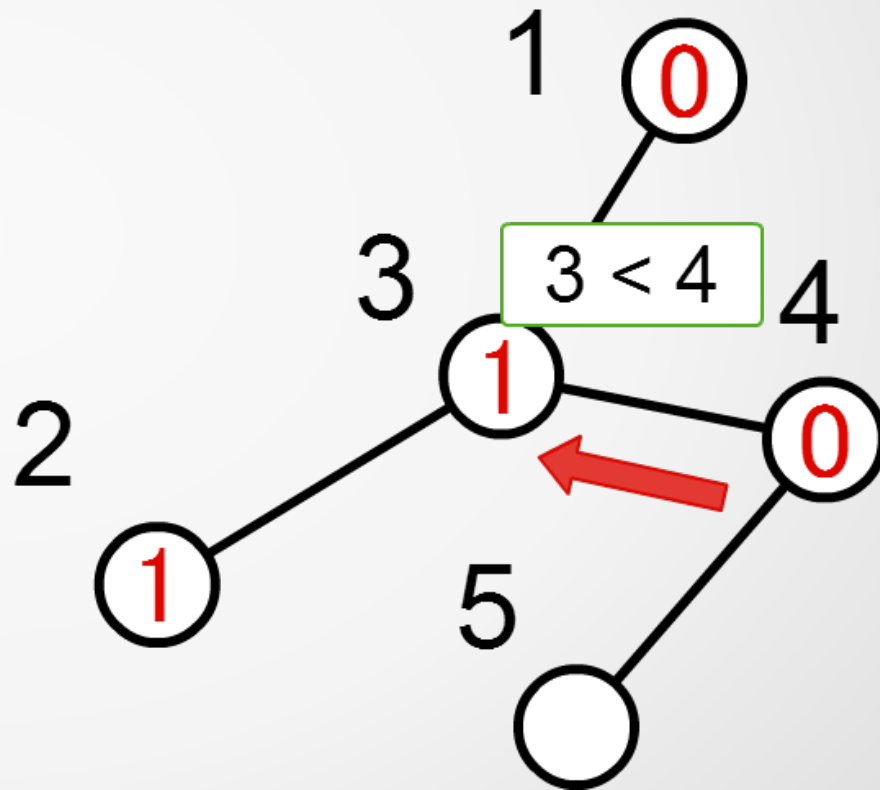
小課題4解法

- Tに近い順番に頂点に整数を書いていけば良い
- ある辺について情報を埋めたいときに必ず片方のみが決まっている
 - 2通りの埋め方が出来る
 - 0か1
 - 2通りの情報を伝えられる
 - 大きい方に進むべきか
小さい方に進むべきか



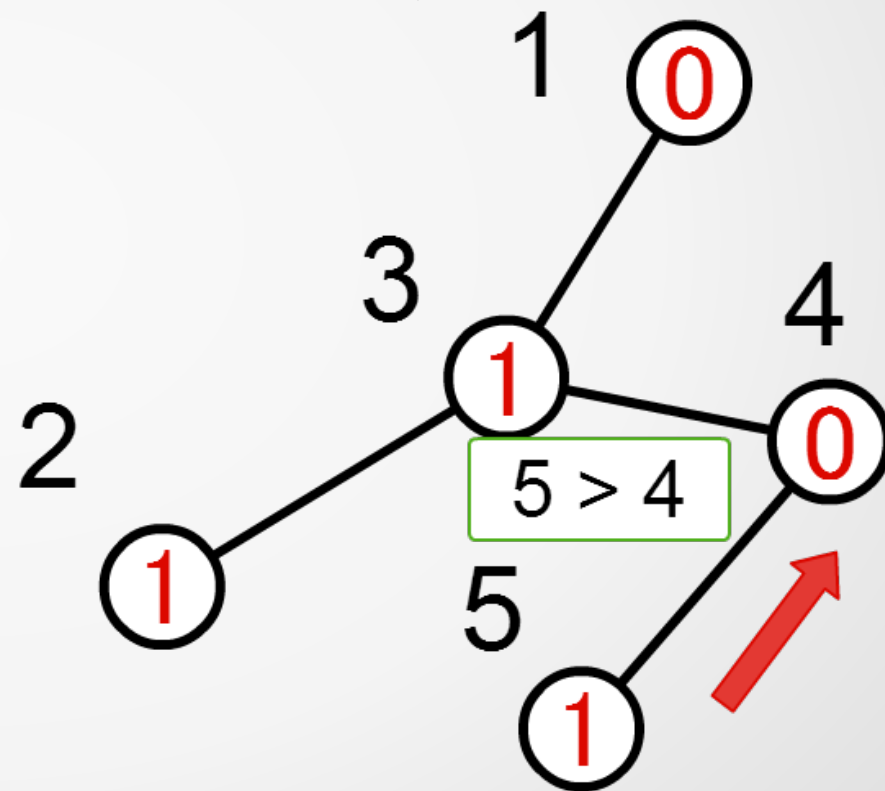
小課題4解法

- Tに近い順番に頂点に整数を書いていけば良い
- ある辺について情報を埋めたいときに必ず片方のみが決まっている
 - 2通りの埋め方が出来る
 - 0か1
 - 2通りの情報を伝えられる
 - 大きい方に進むべきか
小さい方に進むべきか



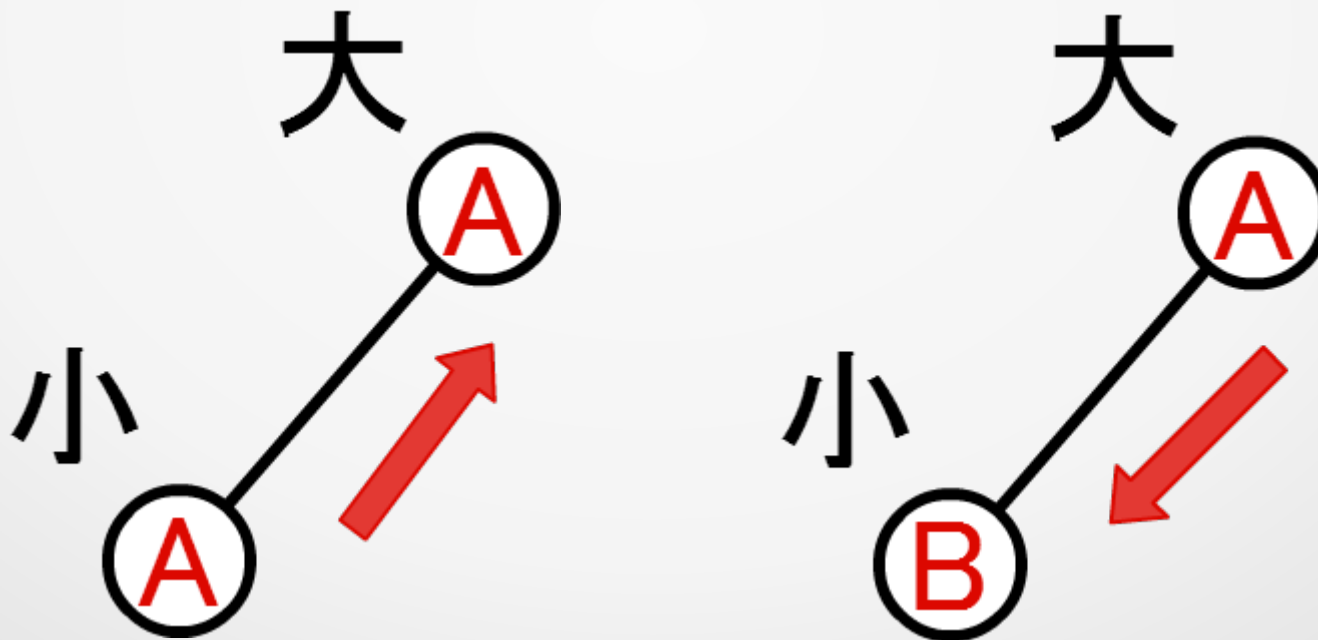
小課題4解法

- Tに近い順番に頂点に整数を書いていけば良い
- ある辺について情報を埋めたいときに必ず片方のみが決まっている
 - 2通りの埋め方が出来る
 - 0か1
 - 2通りの情報を伝えられる
 - 大きい方に進むべきか
小さい方に進むべきか



小課題4解法

- Bruno
 - 隣接する各辺について調べて、外向きに進むべき辺があるならば、その通り進む
 - そのような辺がなければ $S = T$



小課題4実装

- Anna
 - 各頂点*i*について*T*からの距離*d[i]*を求める (DFS)
 - 頂点*T*に0を書く
 - *d[i]*が小さい順に頂点をみていく
 - 隣接する辺の頂点のうちすでに整数が書かれている頂点(*b*)が一つだけある
 - その値に応じて、今いる頂点(*a*)の整数を書く
 - 頂点*x*の頂点番号を*p[x]*, 書かれた整数を*q[x]*とすると
 - $\text{if}(q[a] < q[b])p[a] = p[b]$
 - $\text{if}(q[a] > q[b])p[a] = !p[b]$

小課題4実装

- Anna
 - 各頂点*i*についてTからの距離*d[i]*を求める (DFS)
 - 頂点Tに0を書く
 - *d[i]*が小さい順に頂点をみていく
 - 隣接する辺の頂点のうちすでに整数が書かれている頂点(*b*)が一つだけある
 - その値に応じて、今いる頂点(*a*)の整数を書く
 - 頂点*x*の頂点番号を*p[x]*, 書かれた整数を*q[x]*とすると
 - $\text{if}(q[a] < q[b])p[a] = p[b]$
 - $\text{if}(q[a] > q[b])p[a] = !p[b]$

極めて軽実装

小課題4実装

- Bruno
 - 今いる頂点(A), 隣の頂点(B)
 - $\text{if}(p[A] == p[B] \ \&\& \ q[A] < q[B])$ Bに進む
 - $\text{if}(p[A] != p[B] \ \&\& \ q[A] > q[B])$ Bに進む
 - どこにも進まなかったら aにとどまる

小課題4実装

- Bruno
 - 今いる頂点(A), 隣の頂点(B)
 - `if(p[A] == p[B] && q[A] < q[B])` Bに進む
 - `if(p[A] != p[B] && q[A] > q[B])` Bに進む
 - どこにも進まなかったら aにとどまる

極めて軽実装

Navigation総評

- 考察
 - 難しい

Navigation総評

- 考察
 - 難しい
- 知識
 - 特に難しいものは必要ない

Navigation総評

- 考察
 - 難しい
- 知識
 - 特に難しいものは必要ない
- 実装
 - 極めて軽い

ところで

去年のIOIに
Game
という問題が出ました

IOI2014 Day1 Game

- 考察
 - 難しい

IOI2014 Day1 Game

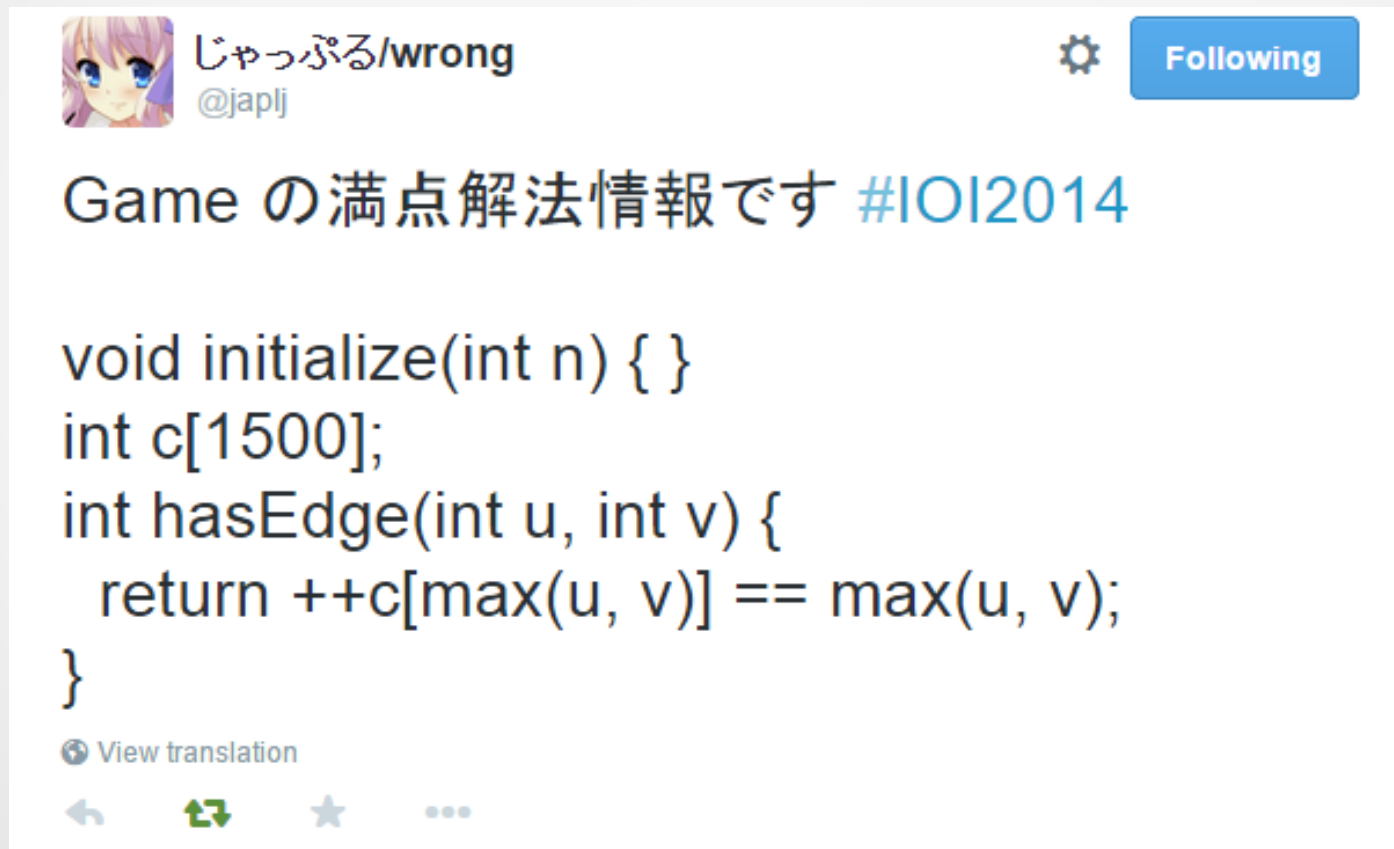
- 考察
 - 難しい
- 知識
 - グラフと会話ができる程度

IOI2014 Day1 Game

- 考察
 - 難しい
- 知識
 - グラフと会話ができる程度
- 実装
 - 極めて軽い

IOI2014 Day1 Game

- 1行で解ける



The image shows a screenshot of a tweet from the user 'じゃっぶる/wrong' (@japlj). The tweet text is 'Game の満点解法情報です #IOI2014'. Below the text is a C++ code snippet. The code defines an 'initialize' function and a 'hasEdge' function. The 'hasEdge' function returns true if the count of edges with a maximum value greater than or equal to the given value is positive. The tweet interface includes a profile picture, a gear icon, a 'Following' button, and interaction icons (reply, retweet, like, and more options).

じゃっぶる/wrong @japlj

Game の満点解法情報です #IOI2014

```
void initialize(int n) { }
int c[1500];
int hasEdge(int u, int v) {
    return ++c[max(u, v)] == max(u, v);
}
```

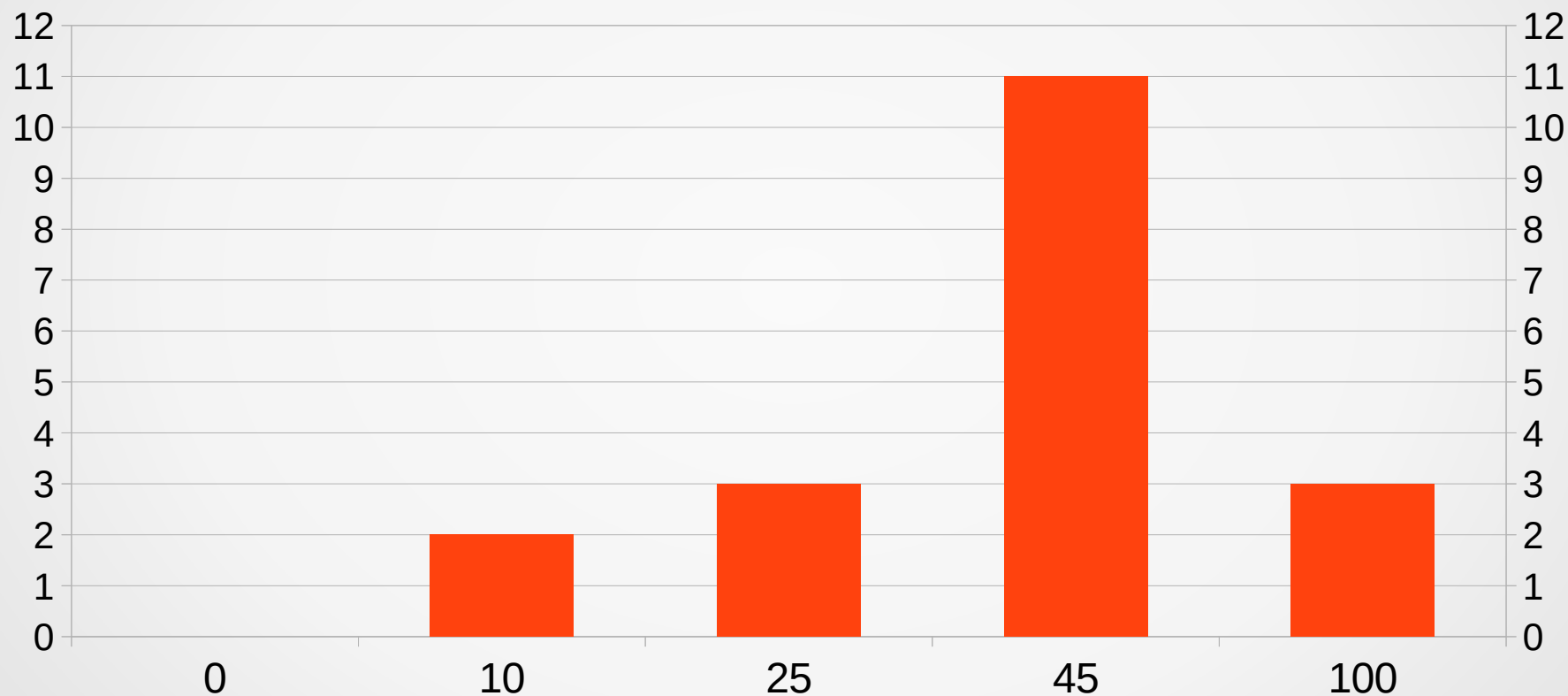
[View translation](#)

教訓

春合宿やIOIにはひらめくだけの問題
が出ることもある

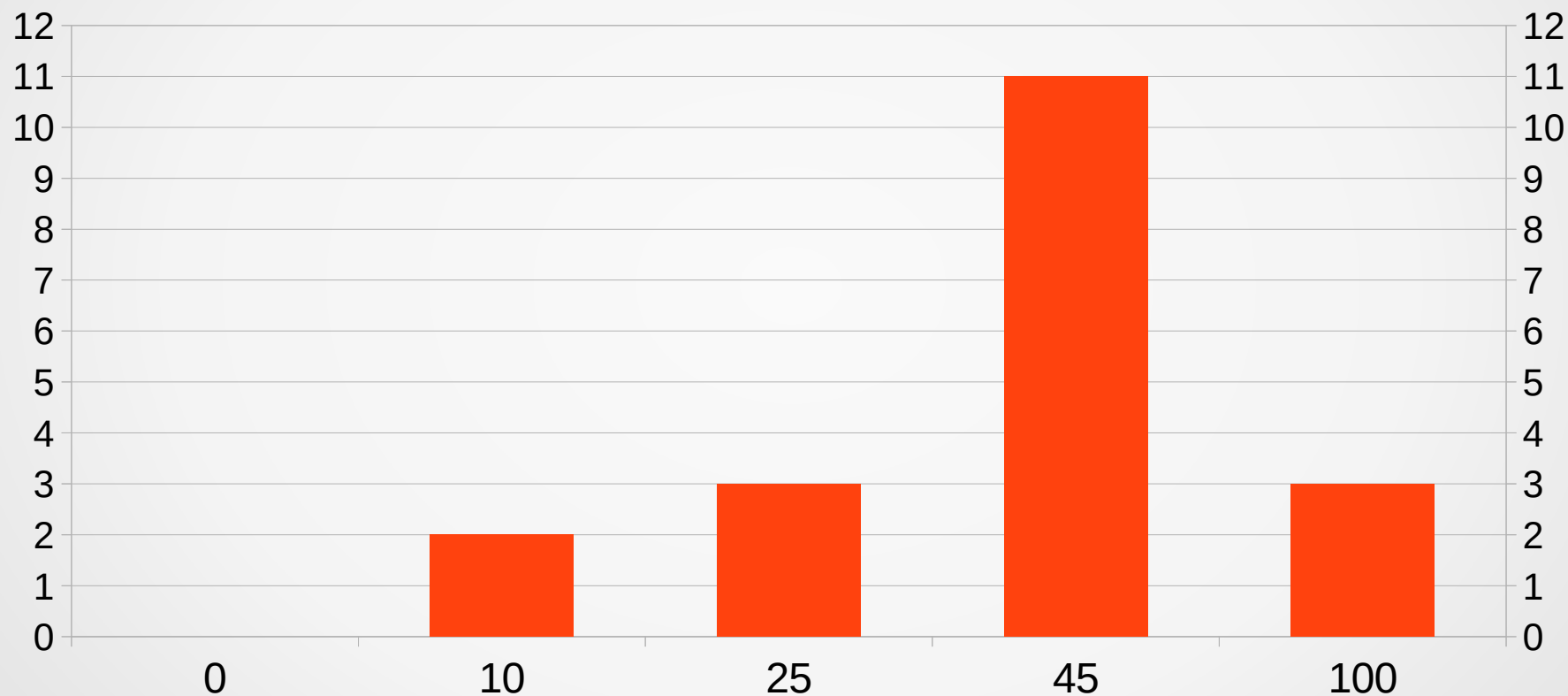
実装が軽いという理由で解の候補から
外すのはよくない

得点分布



Navigation 解説

得点分布



Great!!!