



cultivation

井上卓哉(@yokozuna\_57)

---

# 問題概要

- 縦R行、横C列のマス目が与えられる。
  - NマスにJOI草が自生している。
  - JOI草は風によって生息圏を広げる。
  - （風向きにひとマス拡張される。）
  - JOI草の生息圏をマス目全体に広げたい。
- 
- 最小で何年で可能か。

# 例

- 入出力例 1
- \_\_W\_\_W
- \_\_\_\_\_W\_\_
- \_\_\_\_\_

# 例

- 西向きの風
- WWWW
- \_\_WW\_\_
- \_\_\_\_\_

# 例

- 南向きの風
- WWWWW
- WWWWW
- \_\_WW\_\_

# 例

- 南向きの風
- WWWW
- WWWW
- WWWW
  
- よって3年

# 制限

- $1 \leq N \leq 300$
- $1 \leq R \leq 1000000000 (= 10^9)$
- $1 \leq C \leq 1000000000 (= 10^9)$
- $1 \leq S_i \leq R (1 \leq i \leq N)$
- $1 \leq E_i \leq C (1 \leq i \leq N)$
- 最初に自生していないマスがある。
- $(S_i, E_i) \neq (S_j, E_j) (1 \leq i < j \leq N)$

# 小課題 1

- $R \leq 4$
- $C \leq 4$
  
- マス目ちっちゃい
- => シミュレーションできそう
  
- できます



# 小課題 1

- なぜか？
- JOI草が自生しているひとマスに注目すると、そこから広がる生息圏は長方形になる。

# 小課題 1

○ 例

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ W \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

# 小課題 1

○ 例

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ W \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ W \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

# 小課題 1

○ 例

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ WW \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ WW \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

# 小課題 1

○ 例

○ \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ WW \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ WW \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_ WW \_\_\_\_\_

○ \_\_\_\_\_

# 小課題 1

- どのマスからでも $R+C-2$ 年で全体に広げられる。
- $2^{(R+C-2)}$ 通り試せば良い。
- 5点。

## 小課題 2

- $R \leq 40$
- $C \leq 40$
  
- ちょっと大きくなった。

## 小課題 2

- 風を吹かせる順番は関係ない。
- 東、東、東、西、西、南も
- 東、東、西、南、東、西も同じ
- 東西南北の回数を決めて調べる。
- ( $R^2C^2$ 通り)



## 小課題 2

- どうやって調べるか？
- 長方形の範囲に1足して、すべてのマスがせい  
いかどうかを調べれば良い。
- 累積和
- これで $O(R^3C^3)$

## 小課題 2

- これだとTLE。
- 最大でも $R+C-2$ であることを用いる。
- 3方向決めたあとに残り一方向の回数を調べるのは $O(RC)$ のでできるので $O(R^3C^2)$ でもできる。
- 15点。

## 小課題 3

- $R \leq 40$
- 行数が少ないので各行について考える。

## 小課題 3

- 南北方向の風を決めてしまえば残りの操作は各行で独立に考えられる。
- 各行について、その行いっばいに生息圏を広げるための条件は
- 東の風が $a$ 回以上、西の風が $b$ 回以上、合わせて $c$ 回以上
- という形で表される。

## 小課題 3

○ なぜか？

○ \_\_\_\_\_W\_\_\_\_\_W\_\_\_\_\_W\_\_\_\_\_W\_\_\_\_\_

## 小課題 3

- 南北方向の風の決め方が $O(R^2)$ 。
- 各行について $O(RN)$ で調べられる。
- 各行についての結果を合わせるのは $O(R)$ 。
  
- 全体で $O(R^3N)$ 。
  
- 30点。

## 小課題 4

- $N \leq 25$
- 各列ごとに考えてみる

## 小課題 4

- 東向きの風の回数、西向きの風の回数の組み合わせの候補を考える。
- 列の状態の集合が一致するものは省く。
- (列の状態の集合が同じなら東向きの風と西向きの風の合計が最小になるもの一つを候補とすればよい。)



## 小課題 4

- 東向きの風が吹くのと西向きの風が吹くのとではあまり状態が変わらない。
- 全部東向きの風だと思って畑を平行移動させれば良い。

## 小課題 4

- 西向きの風をひとつ減らして東向きの風をひとつ増やすと何が起こるのか。
- 畑全体がひとつ西に平行移動したのと同じ。
- 一番東の列が消えて西に一列増える。
- 列の状態の集合の変化を考えると、西に増える列の状態が既出の間この操作をしても損しない。

## 小課題 4

- 西向きの風は $E_{1-1}, E_{2-1}, \dots, E_{n-1}$ の $n$ 通りに絞られる。
- 西向きの風を決めると、東向きの風は $O(n^2)$ 通りに絞られる。
- (理由：列の状態は $O(n^2)$ )
  
- 以上より東向きの風の回数、西向きの風の回数の組み合わせの候補は $O(n^3)$

## 小課題 4

- 東西方向の風が決まった後
- 列を西から順番に見ていくときれつの状態が変化するのは $O(N)$ 回。
- それぞれの状態について $O(N \log N)$ あれば調べられる。
- 全体で $O(N^5 \log N)$ 。
- 60点。

# 小課題 5

- $N \leq 100$

## 小課題 4 (再掲)

- 東向きの風が吹くのと西向きの風が吹くのとではあまり状態が変わらない。
- 全部東向きの風だと思って畑を平行移動させれば良い。

## 小課題 5

- 東西方向の風の回数が確定すれば、各列について、南北の風に対するJOI草の生息圏がその列いっぱい広がるための条件が
- 「南向きの風が $a$ 回以上、北向きの風が $b$ 回以上、合わせて $c$ 回以上」
- の形式で求まる。

## 小課題 5

- 「南向きの風が $a$ 回以上、北向きの風が $b$ 回以上、合わせて $c$ 回以上」の $a, b, c$ は東西方向の風が吹く回数関数として表される。



## 小課題 5

- 西向きの風が吹かない場合を考えると、
- それぞれのJOI草が存在する列の一つ西側の列と一番東の列が「不利」
  
- 西向きの風が吹く場合も畑全体を平行移動させる事を考えれば、「不利」になる列の位置は一番東の列以外変わらない。

## 小課題 5

- 「不利」とは何か。
- 「不利」でない列は一列東の列よりも一年早くJOI草が生える。
- 全ての「不利」な列いっぱい JOI草の生息圏が広がれば良い。

## 小課題 5

- 東西方向の風のうち、西向きの風は何回にするのか。
- 西向きの風の回数を増やすほど、畑は東に平行移動していき、最も東の列のJOI草が生えるのは遅くなる。
- 不利な列が減る時の $O(N)$ 種類だけ考えれば良い。

## 小課題 5

- 不利な列は西向きの風の回数それぞれについて  $O(N)$  個。
- それぞれの列について、 $a, b, c$  (の関数) はそれぞれ  $O(N^2)$  でできる。
- $N$  個の階段状のグラフの段の数はそれぞれ  $O(N)$  個なので、各列での結果を合わせるのには  $O(N^2 \log N)$ 。

## 小課題 5

- 全体で $O(N^4)$ 。
- 80点。

## 小課題 6

- 追加の制限はない。

## 小課題 5 (再掲)

- 西向きの風が吹かない場合を考えると、
- それぞれのJOI草が存在する列の一つ西側の列と一番東の列が「不利」
  
- 西向きの風が吹く場合も畑全体を平行移動させる事を考えれば、「不利」になる列の位置は一番東の列以外変わらない。

## 小課題 5 (再掲)

- 西向きの風が吹かない場合を考えると、
- それぞれのJ〇I草が存在する列の一つ西側の列と一番東の列が「不利」
  
- 西向きの風が吹く場合も畑全体を平行移動させる事を考えれば、「不利」になる列の位置は一番東の列以外変わらない。



## 小課題 6

- 不利な列となりうる列は $O(N)$ 個。
- それぞれの列について、 $a, b, c$  (の関数) はそれぞれ $O(N^2)$ で求まる。
- $a, b, c$ の計算は全体で $O(N^3)$ 。

## 小課題 6

- 各列での結果を合わせるステップ
- $O(N^2 \log N)$  の  $\log N$  は階段状のグラフの段の位置をソートしている。
- 前計算すれば前計算が  $O(N^2 \log N)$ 、それぞれの西向きの風の回数に対して  $O(N^2)$  で処理できる。

## 小課題 6

- これで全体で $O(N^3)$ 。
- 100点。

# 得点分布

