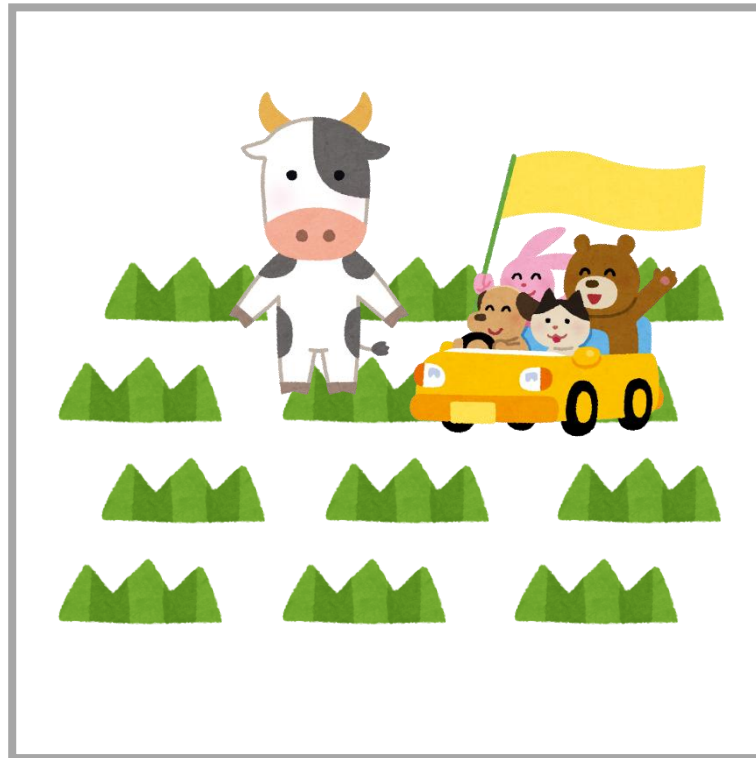


# Fences 解説

解説：村井

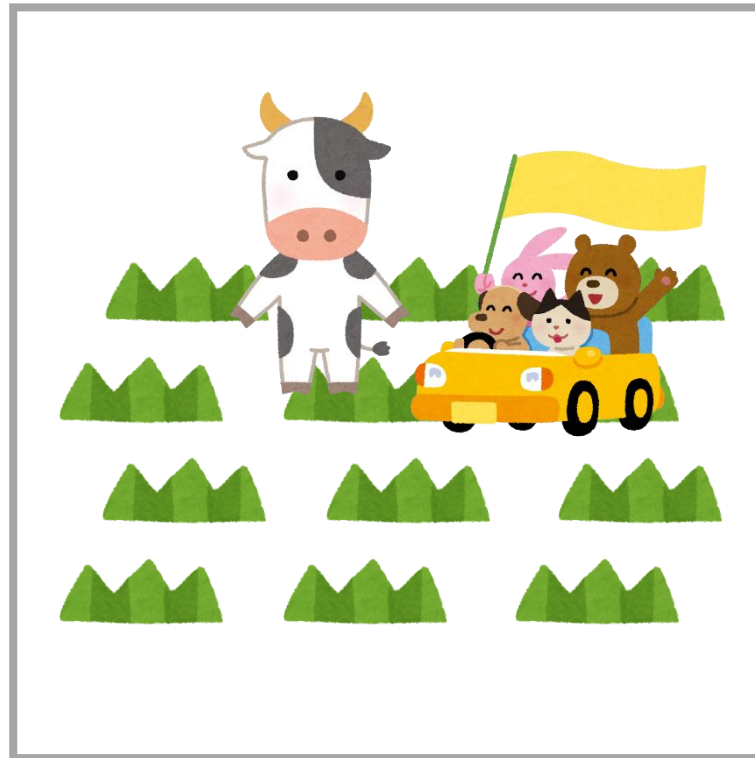
# 問題概要

牧草地がある



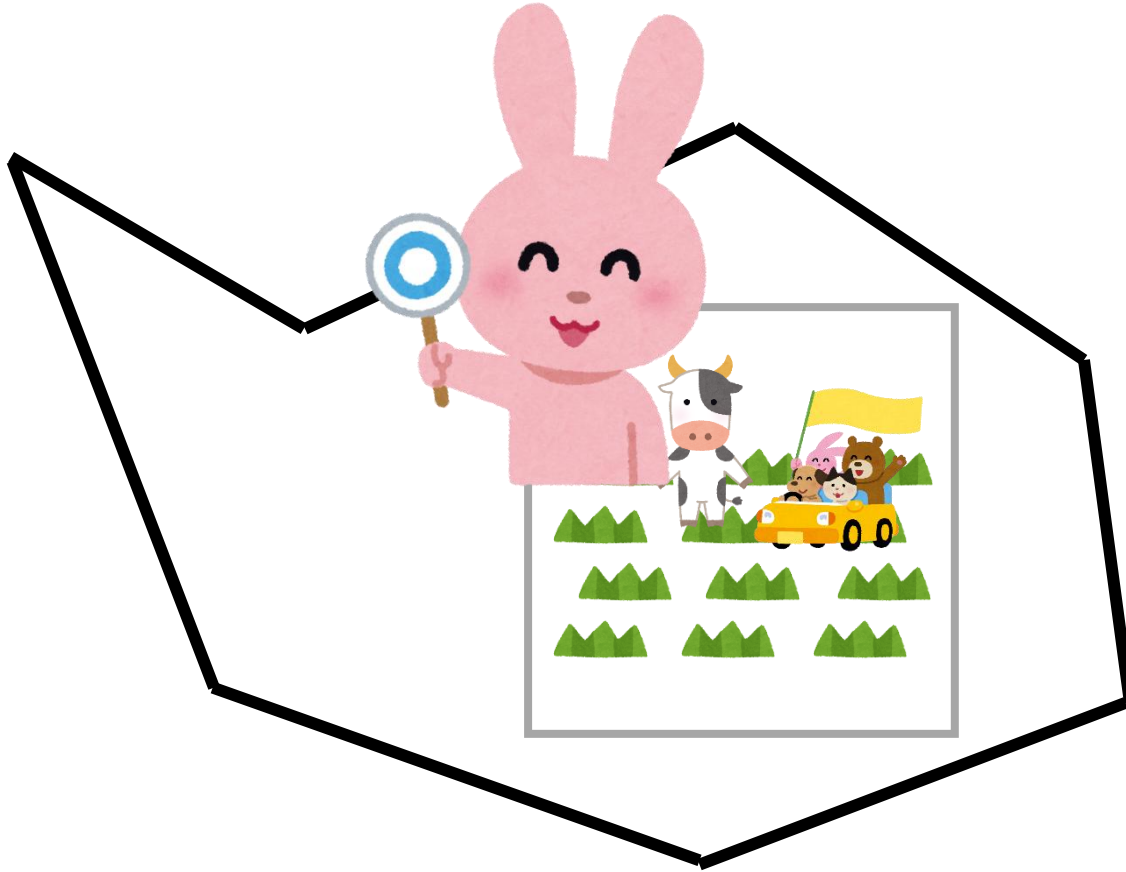
# 問題概要

牛が逃げ出さないように、牧草地を柵で囲いたい



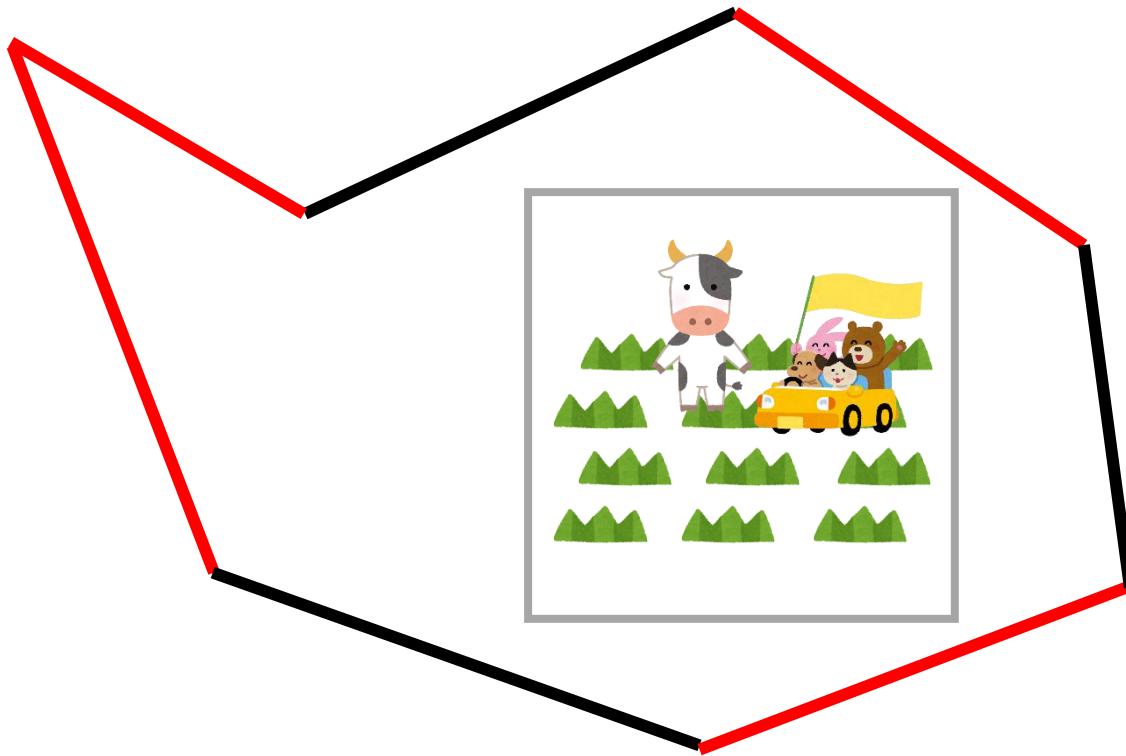
# 問題概要

牛が逃げ出さないように、牧草地を柵で囲いたい



# 問題概要

新しく設置する柵の長さの合計を最小化したい



# はじめに

- この問題は「幾何」問題です
- 幾何問題を解くにあたっては、必要な知識がいくつかあるので、去年の講義スライドなどを参考にしてください

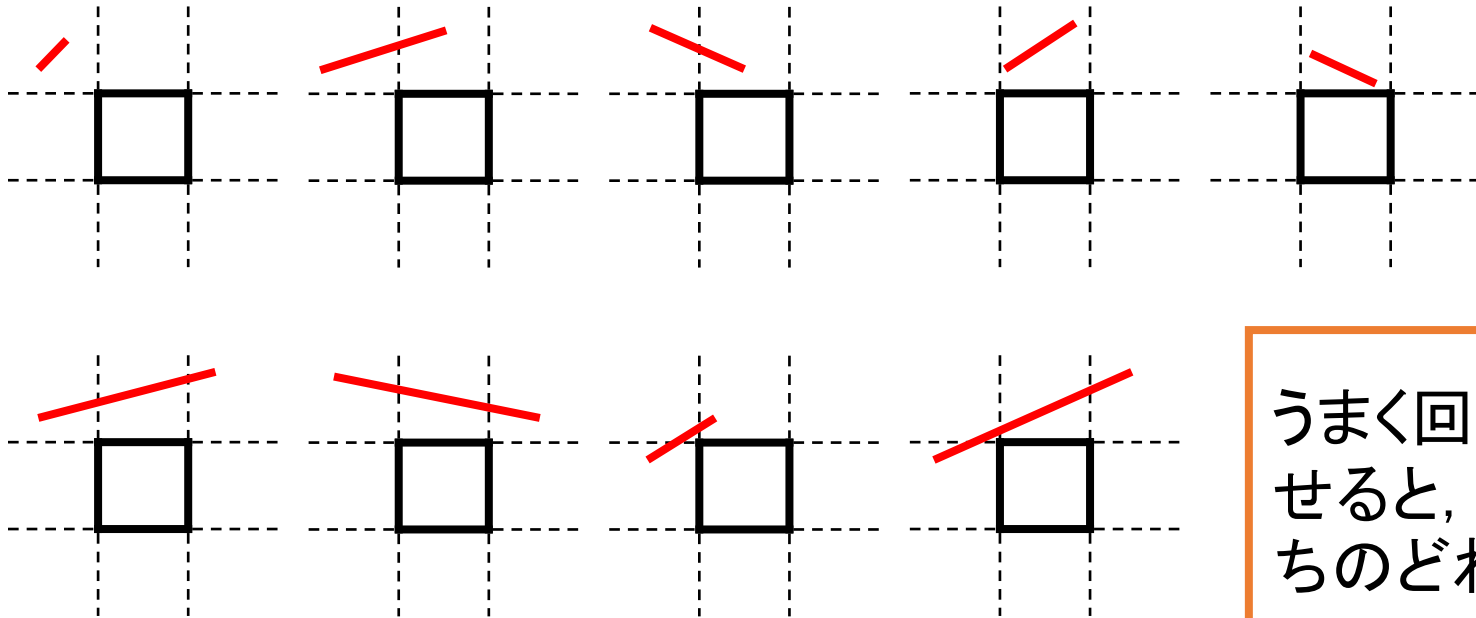
[https://www.ioi-jp.org/camp/2017/2017-sp\\_camp-hide.pdf](https://www.ioi-jp.org/camp/2017/2017-sp_camp-hide.pdf)

# 小課題 1

- $N = 1$
- 最初に柵が 1 個しかない

# 柵の置かれ方のパターン

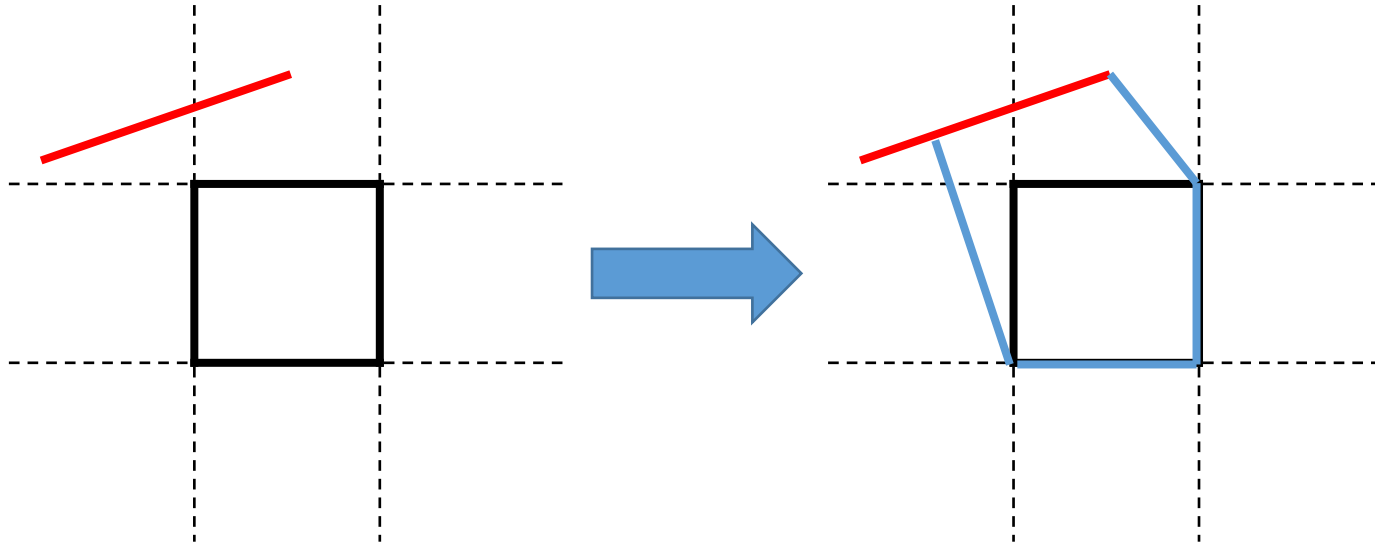
本質的にはそんなに多くないので全部場合分けする



うまく回転, 反転させると, これらのうちのどれかになる

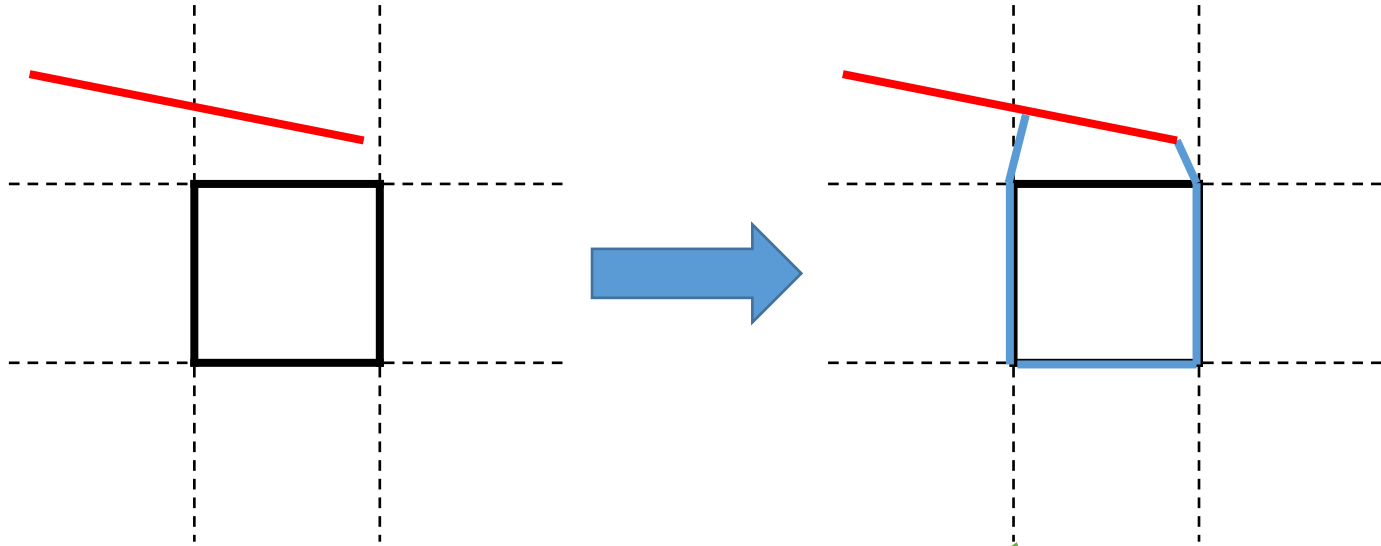


# 場合分けの例



牧草地の左上の角は無視して、  
左下 -> 柵 -> 右上 という感じで結ぶ

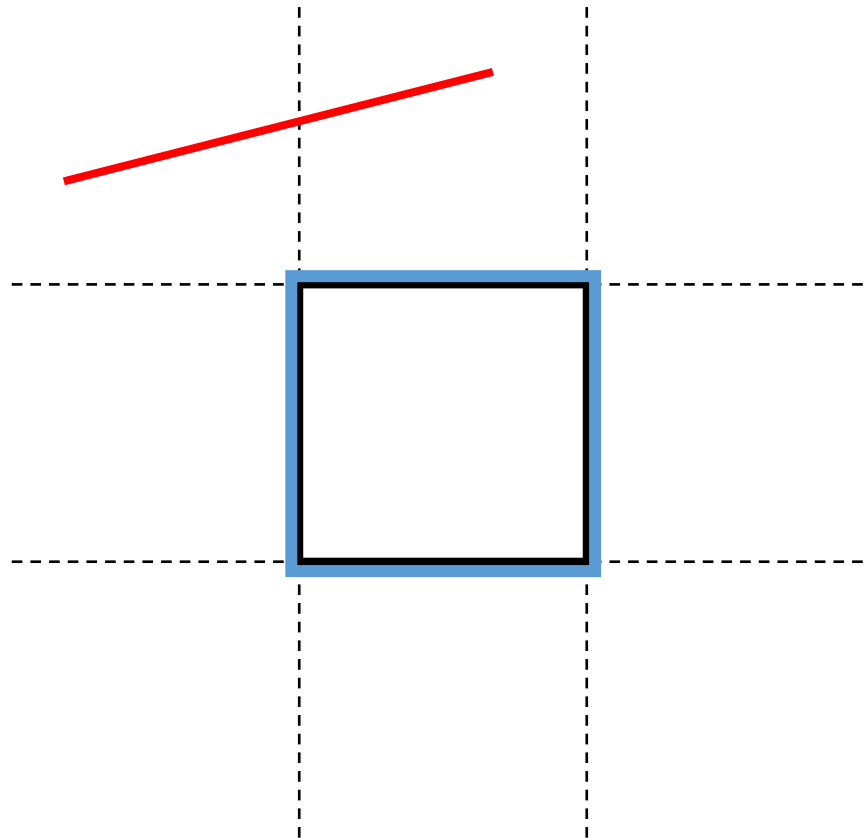
# 場合分けの例



左上 -> 柵 -> 右上 -> ...

# 例外的？なパターン

既存の柵を無視したほうがいい場合に注意



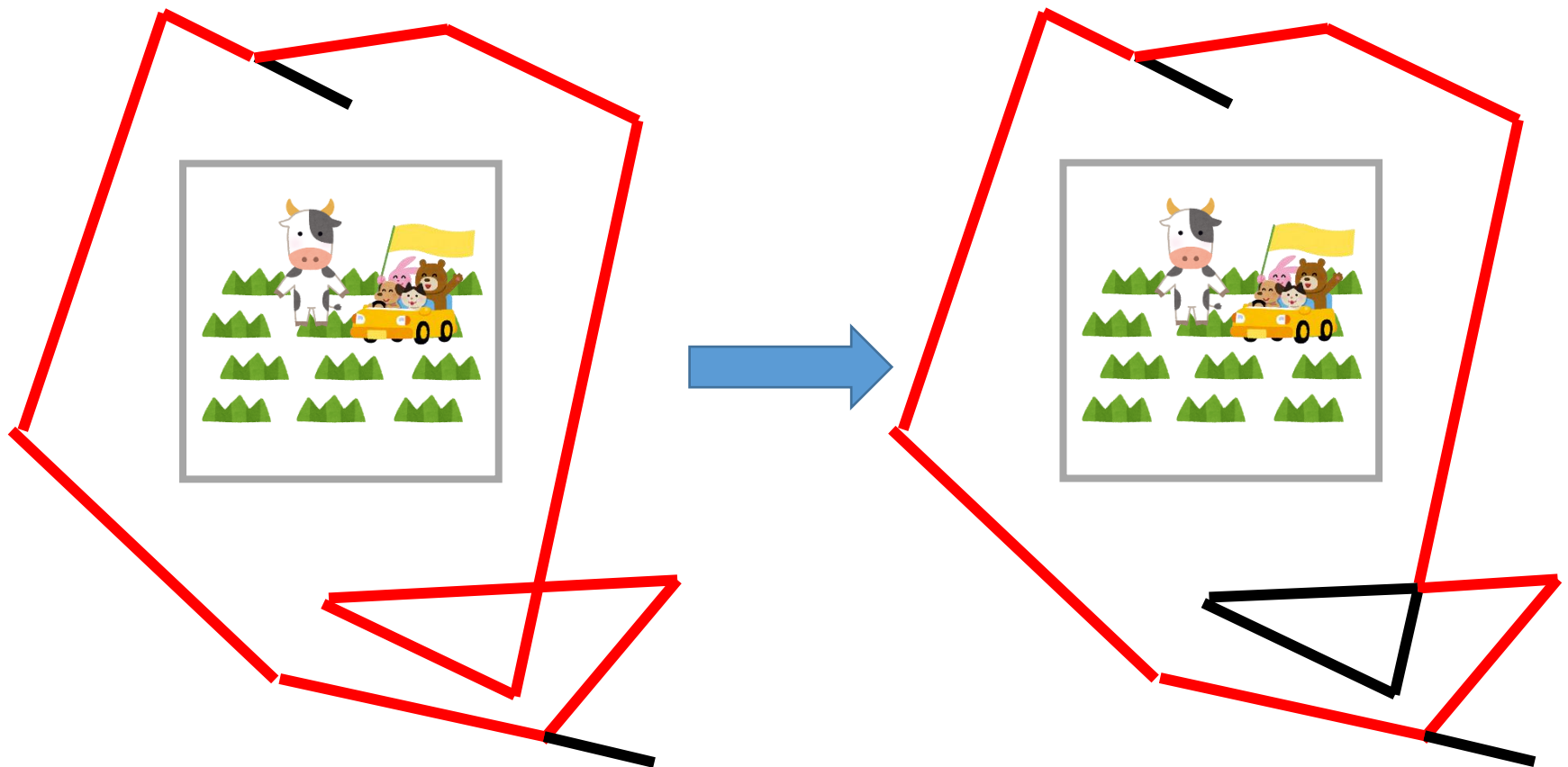
## 小課題 2

- $N \leq 6$
- 場合分けはとてもやる気が起きない

そもそも「牧草地を柵で囲う」ってなんだ？

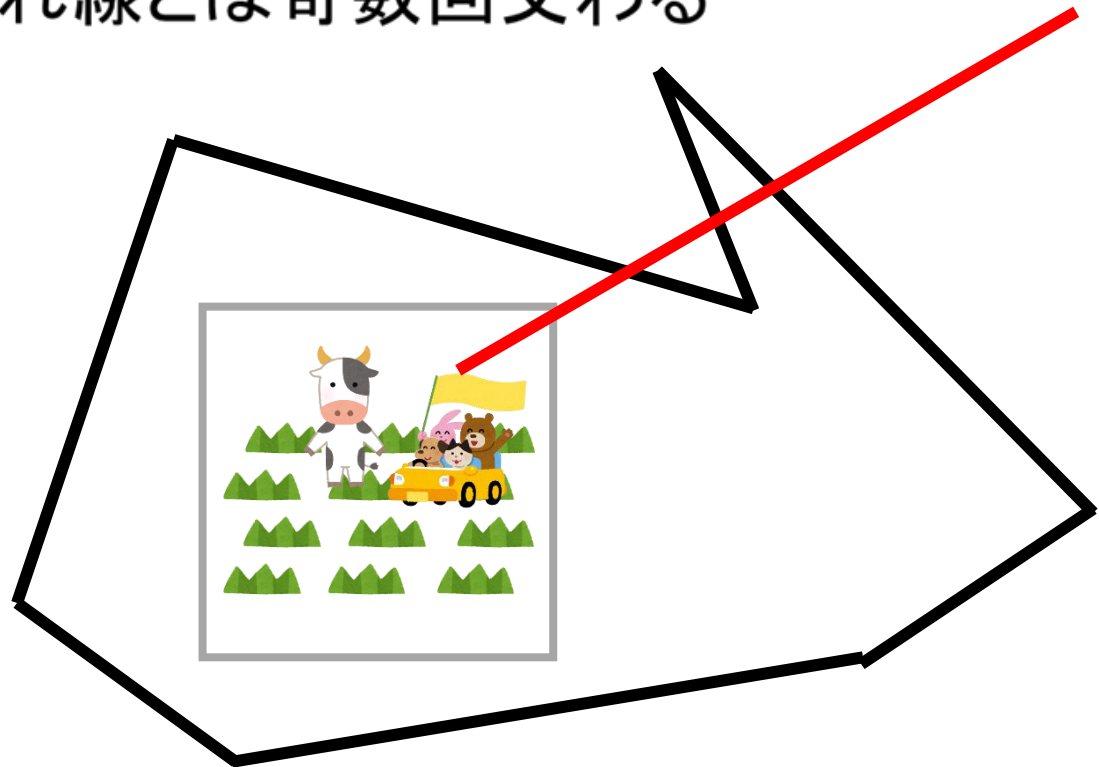
# 牧草地の囲い方

囲っている柵の部分に自己交差はないと思える



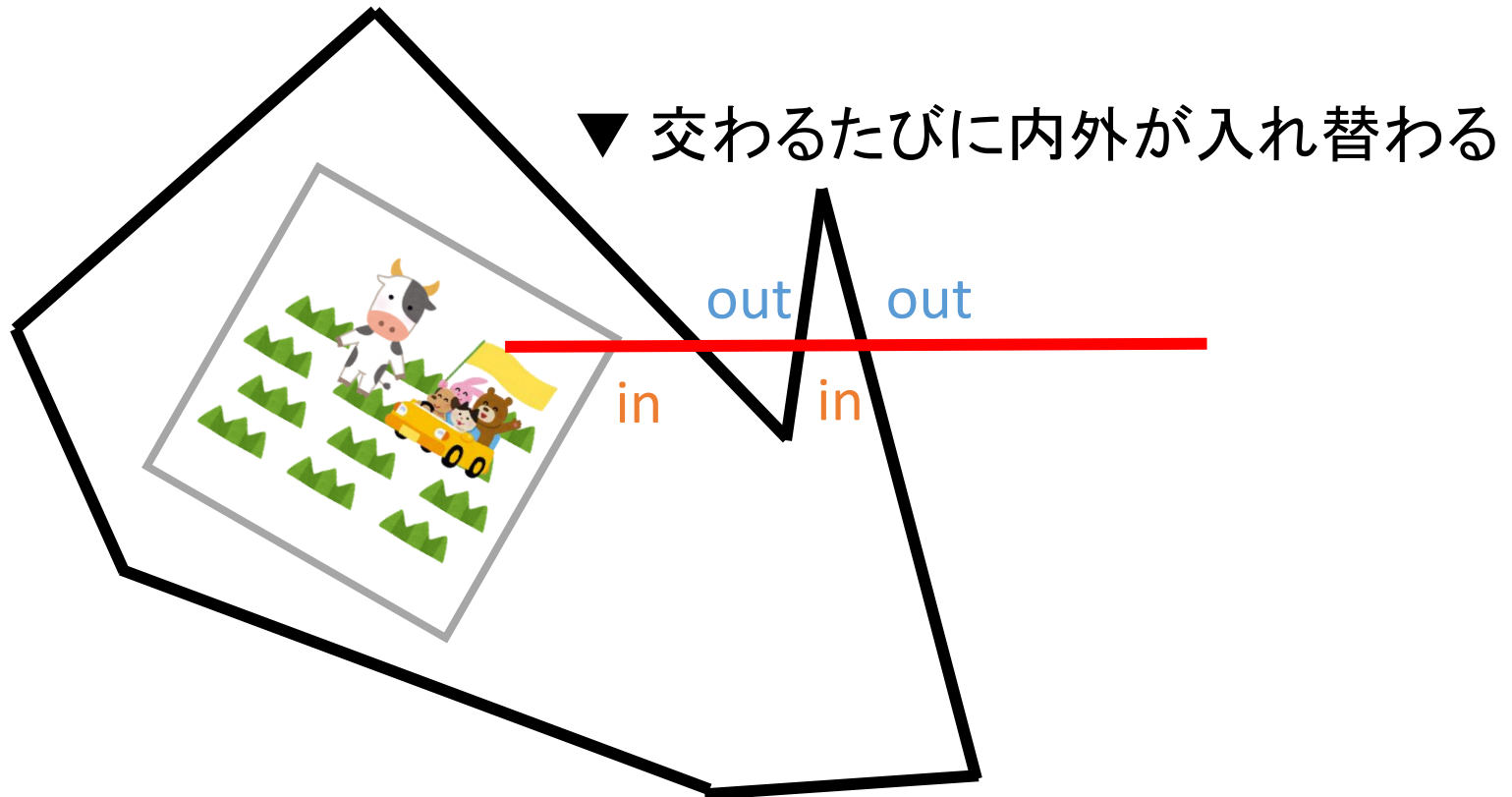
# 牧草地を囲う閉じた折れ線

牧草地の内部から、外へ至る適当な半直線  $m$  を考えると、この折れ線とは奇数回交わる



# 牧草地を囲う閉じた折れ線

牧草地の内部から、外へ至る適当な半直線  $m$  を考えると、この折れ線とは奇数回交わる

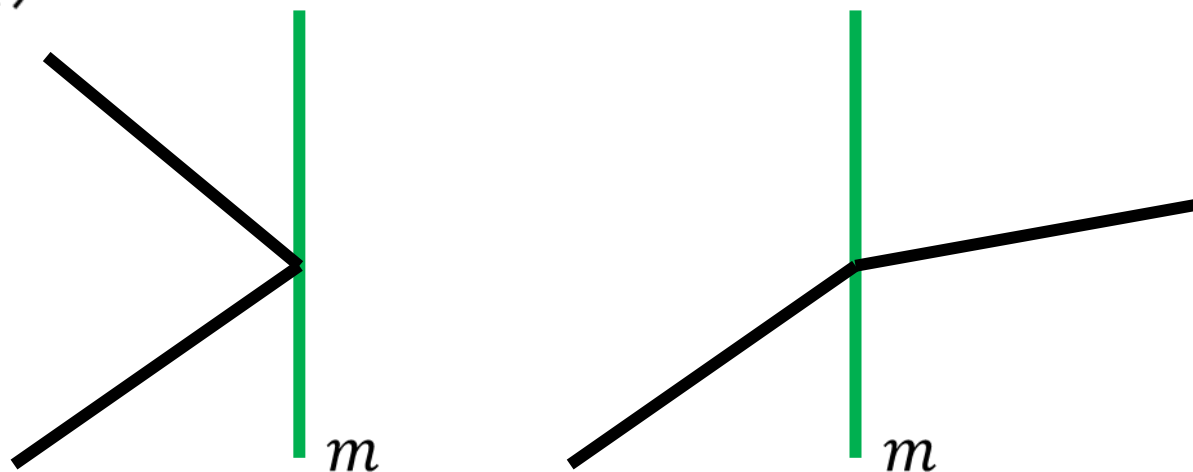


# 問題の言い換え

つまり、「牧草地を囲う」というのは次のように言い換えられる

牧草地の内部から、外部へ至る半直線  $m$  と奇数回交差するような、閉じた折れ線を描く

(厳密には、 $m$  と折れ線が「接する」ような場合に注意が必要)





# 折れ線の描き方

既存の柵を使う順番を決める

-> どこで  $m$  を横切るかも決める

-> 柵と柵の間は「最短」経路で結べばよい？

# 最短経路？

いろいろな条件がある

- $m$  と交わる回数の偶奇ごとに考える
- 牧草地の内部に入らない

どうやって求める？

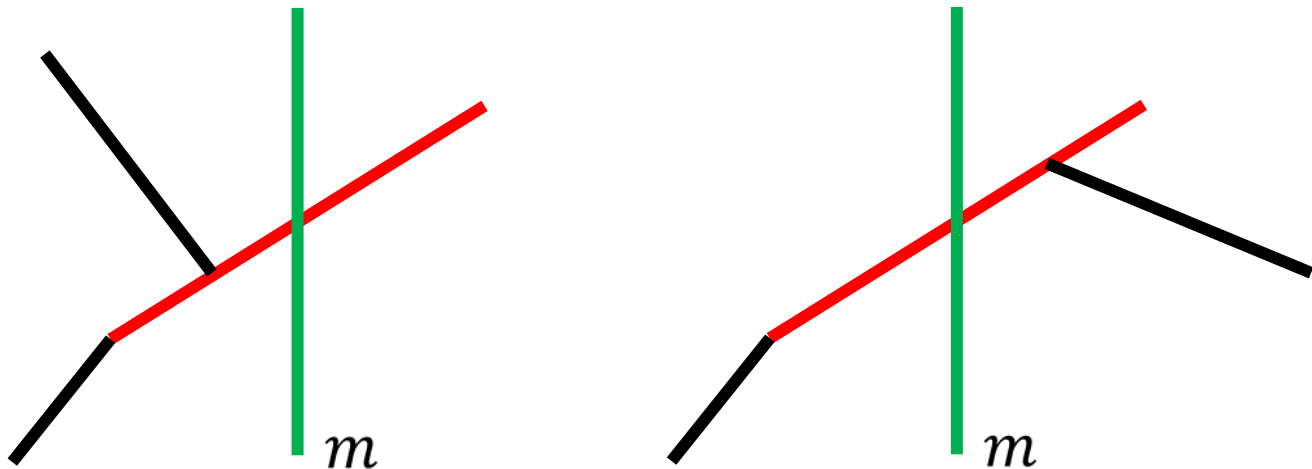
# $m$ と交わる回数の偶奇？

既存の柵上で  $m$  と交わるとちょっと困る

- 新たな柵をどこからつなげるかによって、この偶奇は変わってしまう

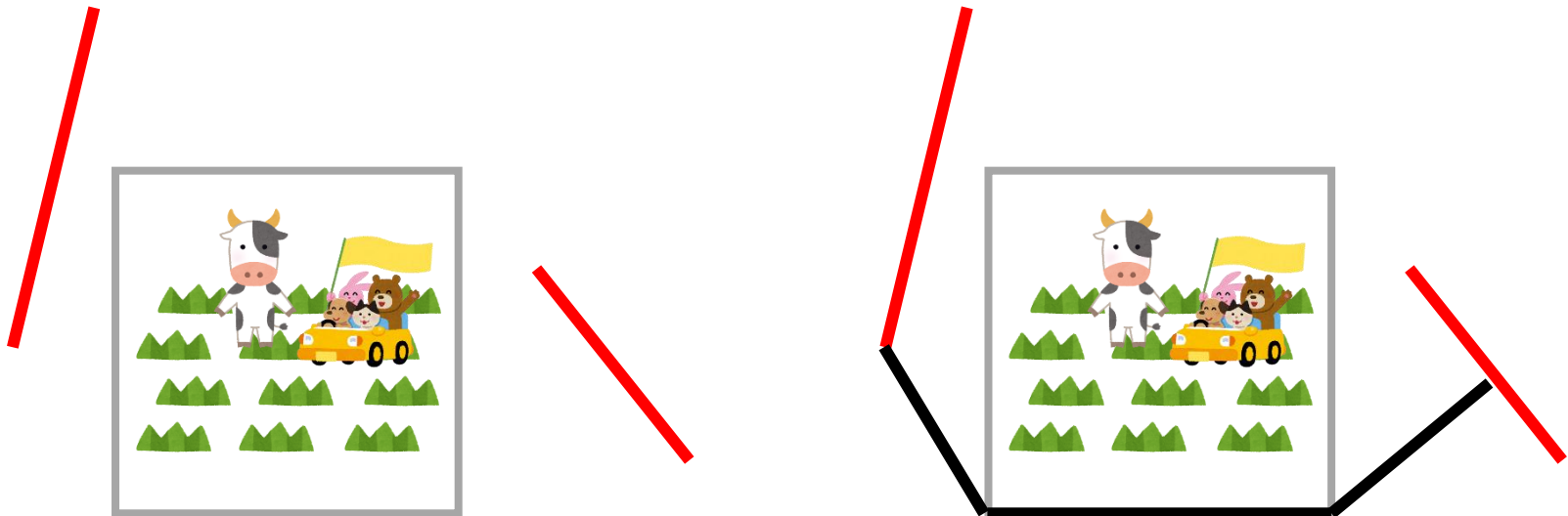
柵  $\rightarrow$  柵ではなく、端点  $\rightarrow$  端点で考えるとよい

- 柵ごとに、どちらの端点を基準にするかを固定



# 最短経路で考えるべき点

最短経路は折れ線になるが、その途中で折れる点としては「牧草地の四隅」以外は考えなくてよい



# 最短経路に含まれうる経路

- 柵と柵(線分と線分)の最短経路
- 柵(線分)と、牧草地の隅(点)の最短経路
- 牧草地の隅同士の最短経路

これらを求めておいて、牧草地の内部に入るものは除外する.

また、各経路が  $m$  と交わるかどうか覚えておく.

# 柵と柵の間の最短距離

- 通る点の順番を全探索で試せば十分
- $m$  との交差回数を求めつつ長さを求める
- 交差回数の偶奇のそれぞれについて, 最短距離が求まる
- 最短路問題にして Dijkstra などをしてよい

# 牧草地を囲う経路

- 柵のペア,  $m$  との交差回数の偶奇ごとに, 最短距離が求まった
- 柵を使う順番, 各移動での交差回数の偶奇を決めて全探索できる
  - $O(n! \cdot 2^n)$

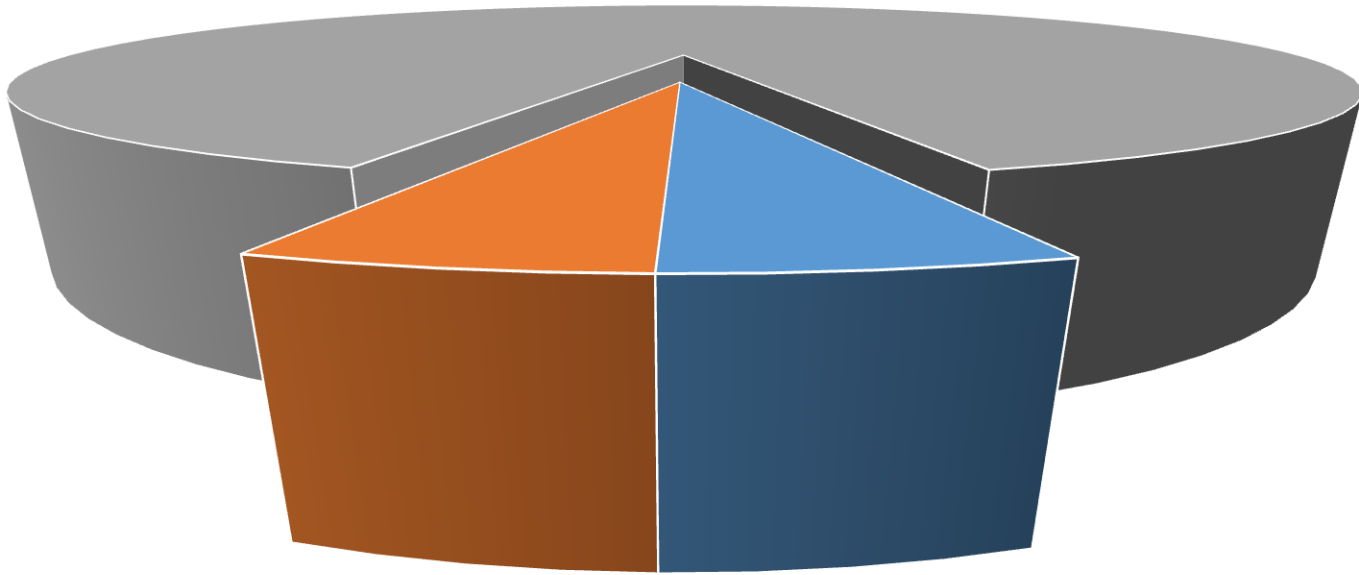
## 小課題 3

- $n \leq 100$
- 全探索  $O(n! \cdot 2^n)$  とかは間に合わない
- 通る柵を 1 つ決めると, そこから「 $m$  と奇数回交わって同じ柵に戻ってくる」パスを求めればよいことがわかる
- (柵, 交差回数の偶奇) でグラフを作って最短路
- Warshal-Floyd など  $O(n^3)$

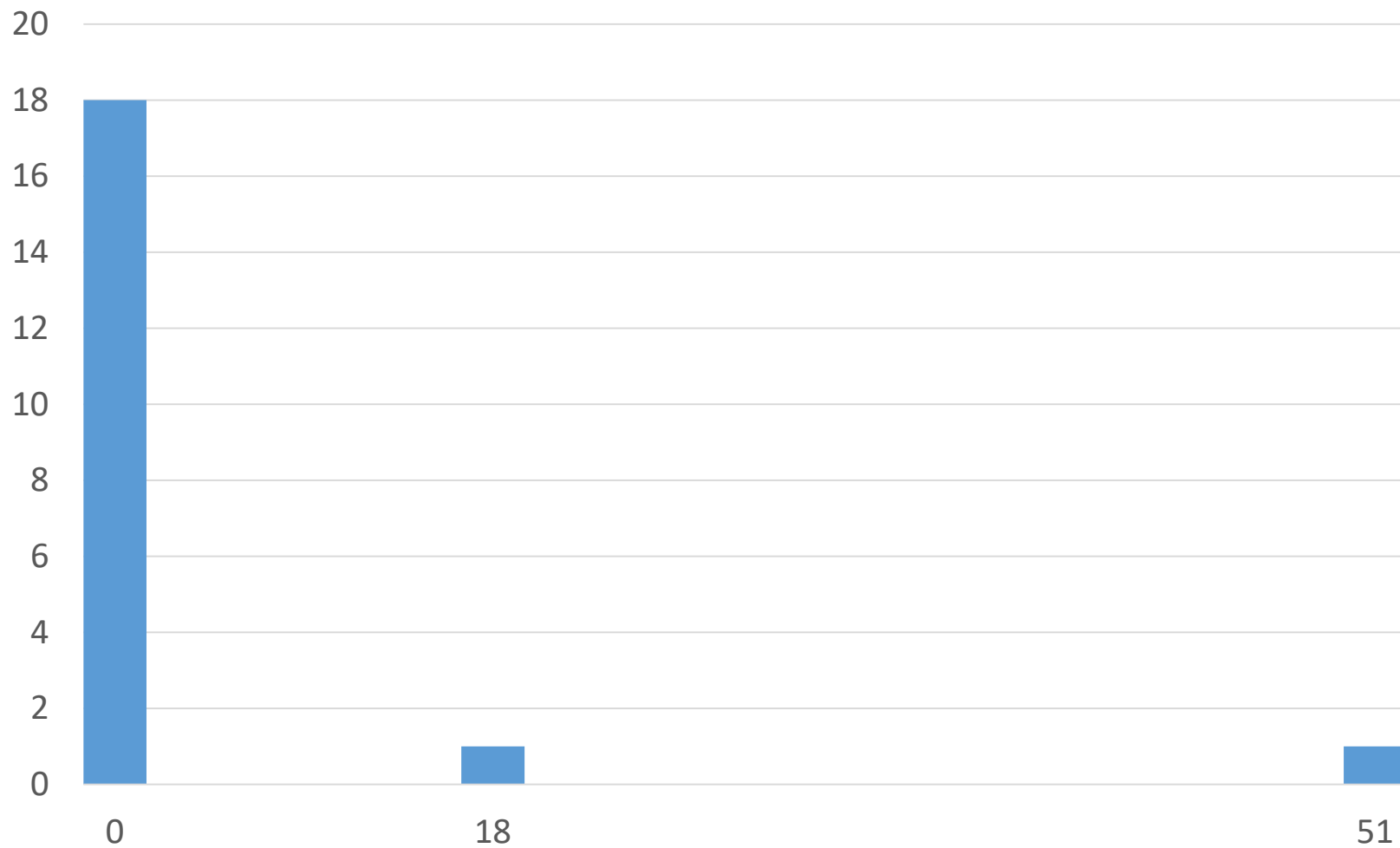


# 得点分布

■ 51 ■ 18 ■ 0

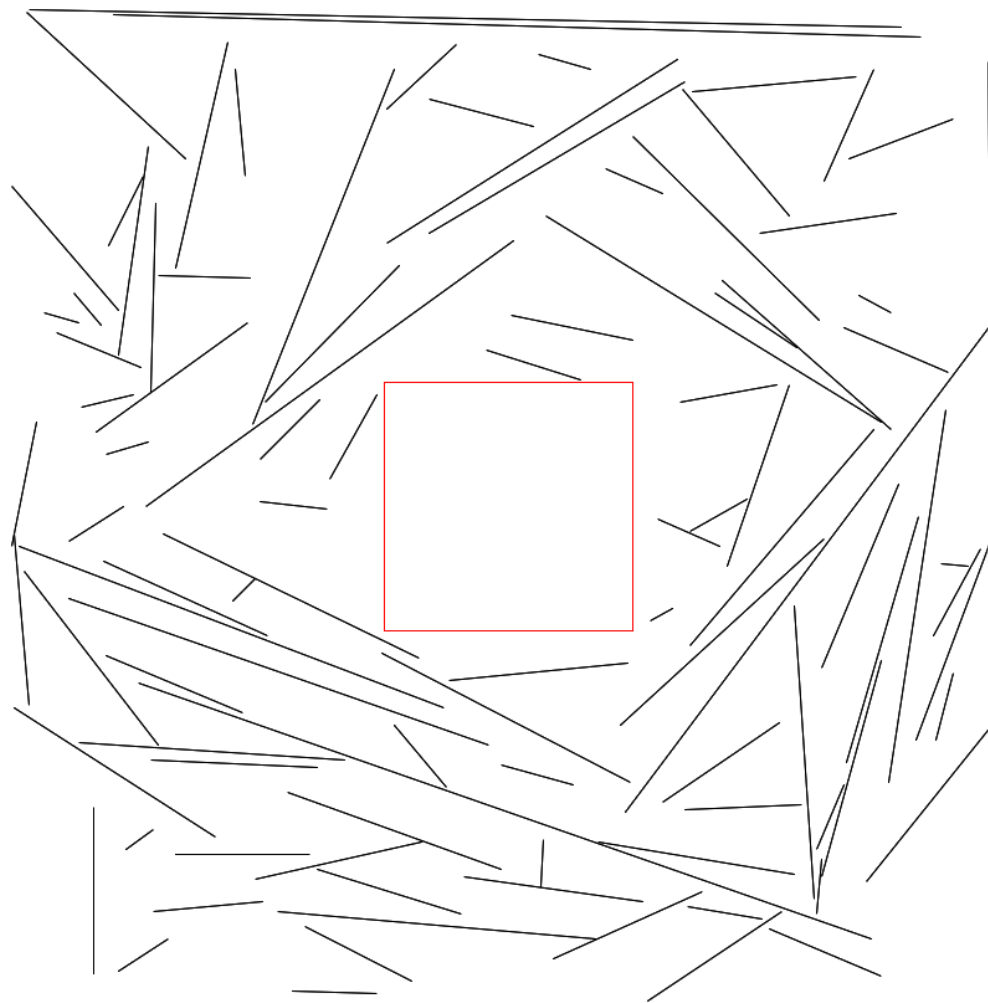


# 得点分布



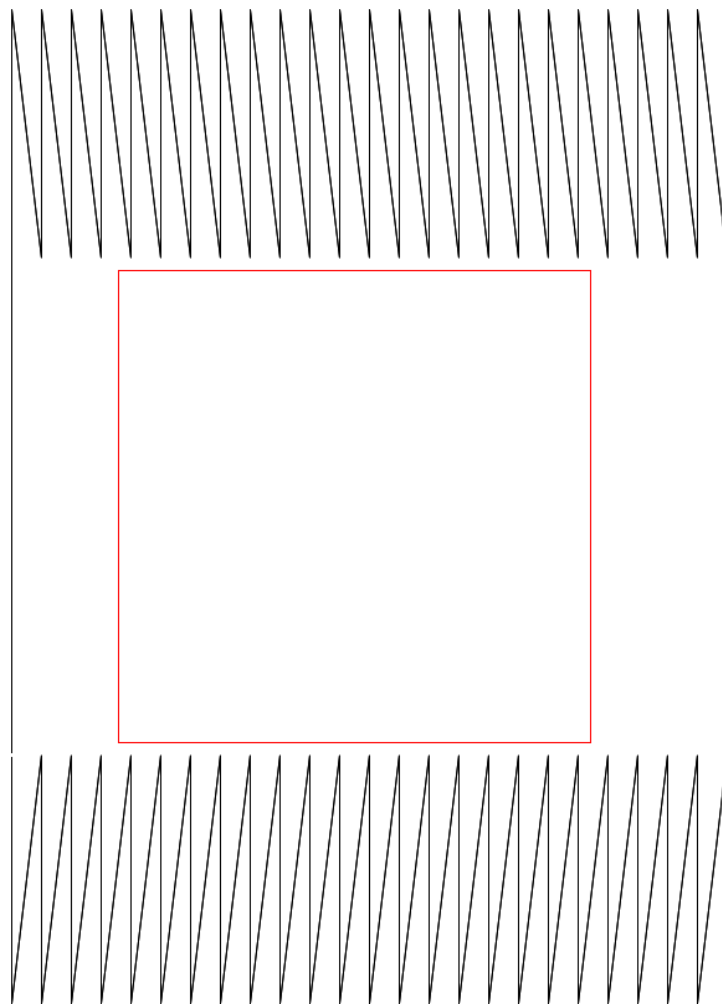
# おまけ

• 03-02



# おまけ

- 03-21



# おまけ

• 03-24

