ふたつの

坂部 圭哉

ふたつの

坂部 圭哉

ふたつの

交通機関　　　　　交通機関

坂部 圭哉

ふたつの

交通機関

交通機関

坂部 圭哉

IOI 2019

IOI 2019

IOI 2019

IOI 2019

IOI 2019

IOI 2019

IOI 2019

アゼルバイジャン

IOI 2019

Azerbaijan

IOI 2019

AzerBaijan

問題概要

- 連結な重み付き無向グラフ
- 一部の辺の情報はAzerに
残りの情報はBaijanに与えられる
- Azerは、頂点0からそれぞれの頂点までの距離を知りたい
- 58,000 ビットまで双方向に情報を送ることができる

小課題1 (A = 0)

- A = 0

小課題1 (A = 0)

- A = 0
- Azerの辺が無い

小課題1 (A = 0)

- A = 0
- Azerの辺が無い
- 全辺がBaijanにある

小課題1 (A = 0)

- A = 0
- Azerの辺が無い
- 全辺がBaijanにある

→Baijanは都市0からの距離(答え)が分かる

小課題1 (A = 0)

1. Baijanが距離を求める
2. 距離をAzerに送る

1.Baijanが距離を求める

- N ≦ 2,000
- Dijkstra法
  時間 O((N + B)logB)

2. 距離をAzerに送る

- $N \leqq 2{,}000 < 2^{11}$
- $(\text{重み}) \leqq 500 < 2^9$

2. 距離をAzerに送る

- $N \leqq 2{,}000 < 2^{11}$
- $(\text{重み}) \leqq 500 < 2^{9}$
- $(\text{距離}) < 2^{20}$

2. 距離をAzerに送る

- $N \leqq 2{,}000 < 2^{11}$
- $(\text{重み}) \leqq 500 < 2^{9}$
- $(\text{距離}) < 2^{20}$

→ (頂点, 距離)を送る

$1{,}999(11 + 20) = 61{,}969$ bit

2. 距離をAzerに送る

- N ≦ 2,000 < 2^{11}
- (重み) ≦ 500 < 2^{9}
- (距離) < 2^{20}

→ 頂点番号順に距離だけ
1,999 × 20 = 39,980 bit

2. 距離をAzerに送る

- 実装

BaijanはInitB内で
SendBを連続で呼び出す

Azerは累計bit数を覚えて
20bitごとに整数に変換

小課題2 (B ≦ 1,000)

- B ≦ 1,000

小課題2 (B ≦ 1,000)

- B ≦ 1,000
- Baijanの辺が少ない

小課題2 (B ≦ 1,000)

- B ≦ 1,000
- Baijanの辺が少ない

→Baijanの辺の情報を全て送れないだろうか

小課題2 ($B \leqq 1{,}000$)

- $S[j] \leqq 2{,}000 < 2^{11}$
- $T[j] \leqq 2{,}000 < 2^{11}$
- $D[j] \leqq 500 < 2^{9}$

→ (S[j], T[j], D[j]) を送る

$1{,}000(11+11+9) = 31{,}000$ bit

小課題3 (A + B = N - 1)

- A + B = N - 1

小課題3 (A + B = N - 1)

- A + B = N - 1
- 木

小課題3 (A + B = N - 1)

- A + B = N - 1
- 木
- B ≦ N – 1, 多くない

→Baijanの全辺を
送れないだろうか

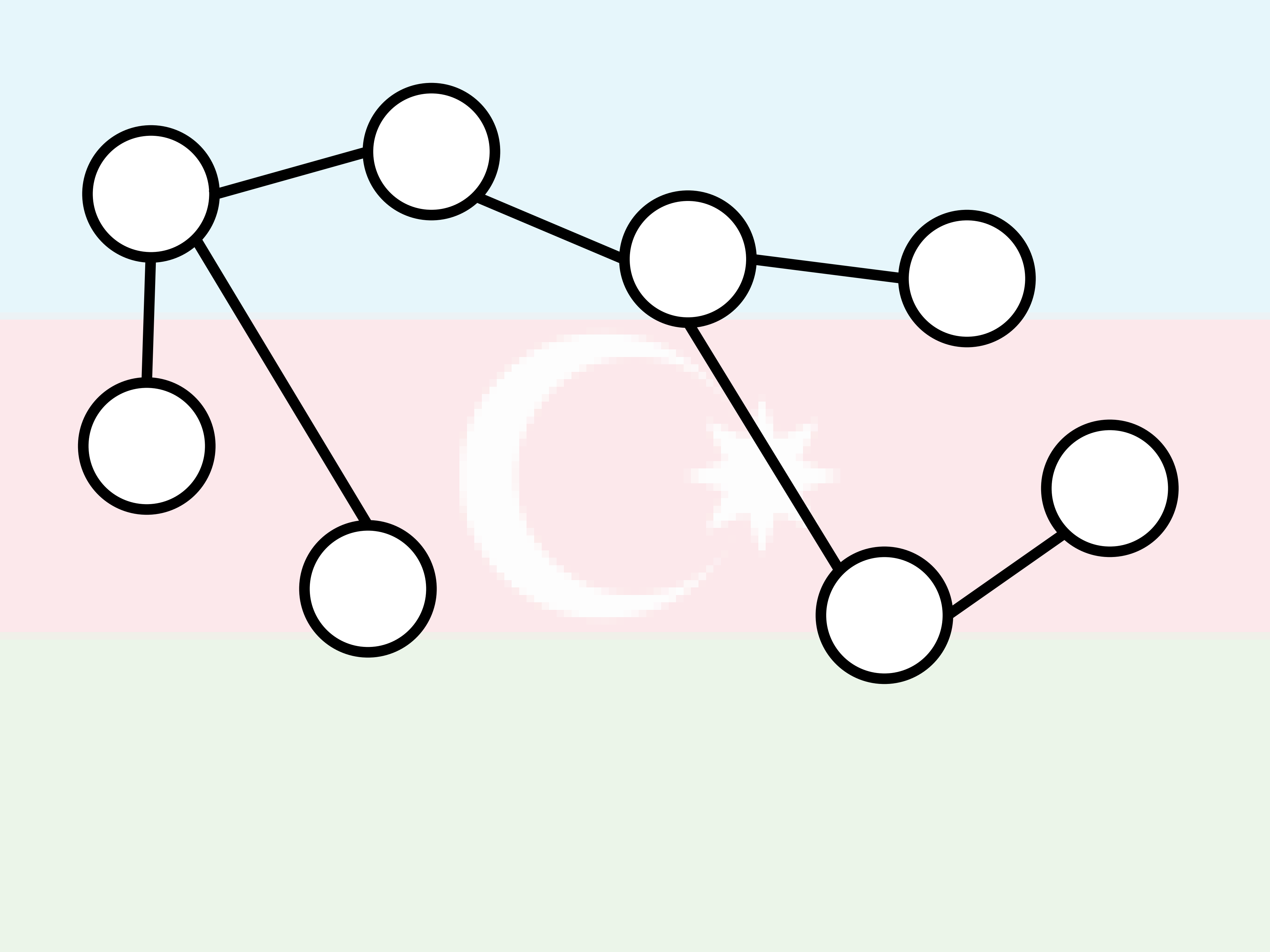
小課題3 (A + B = N - 1)

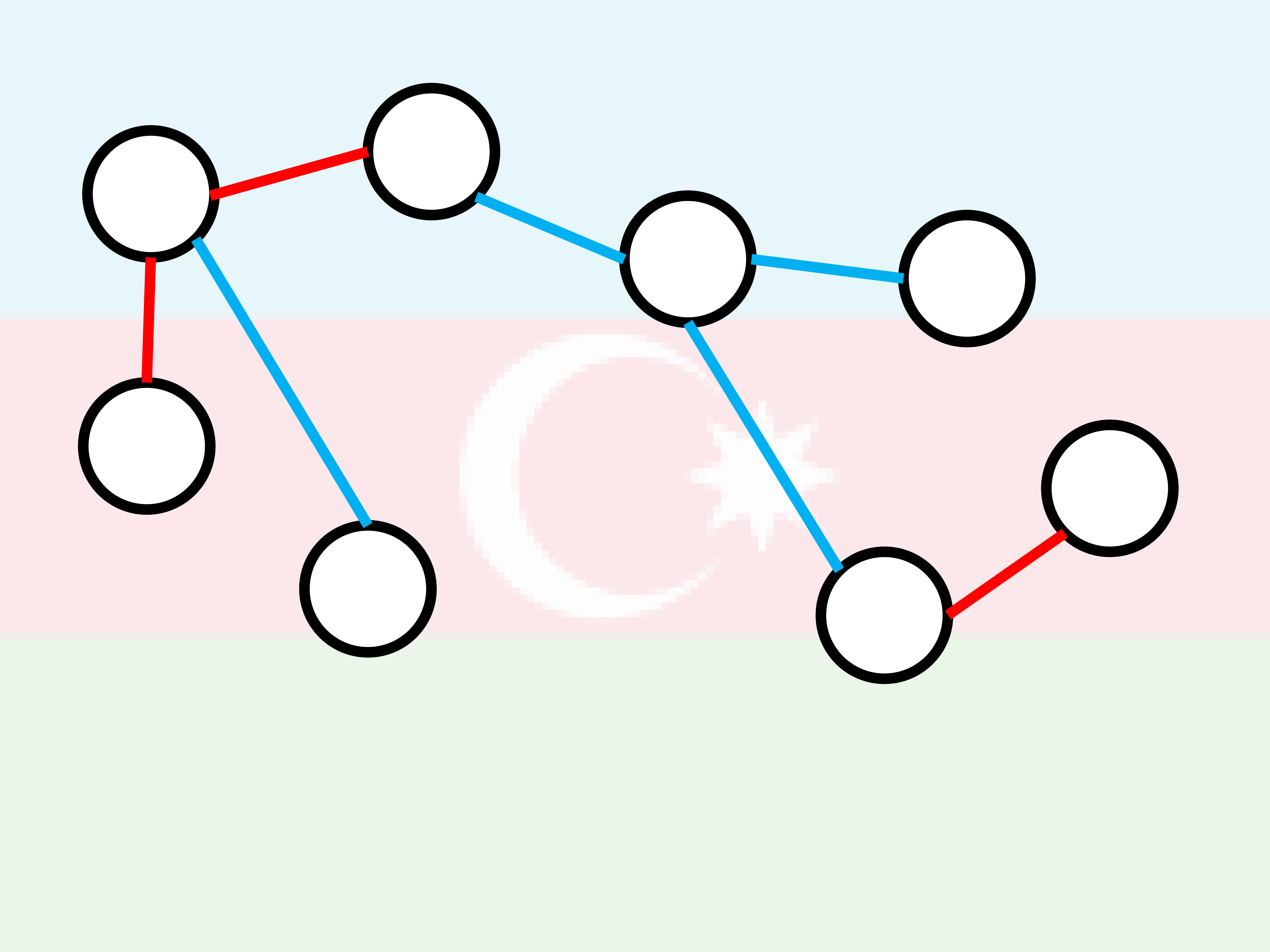
もし愚直に送ると…

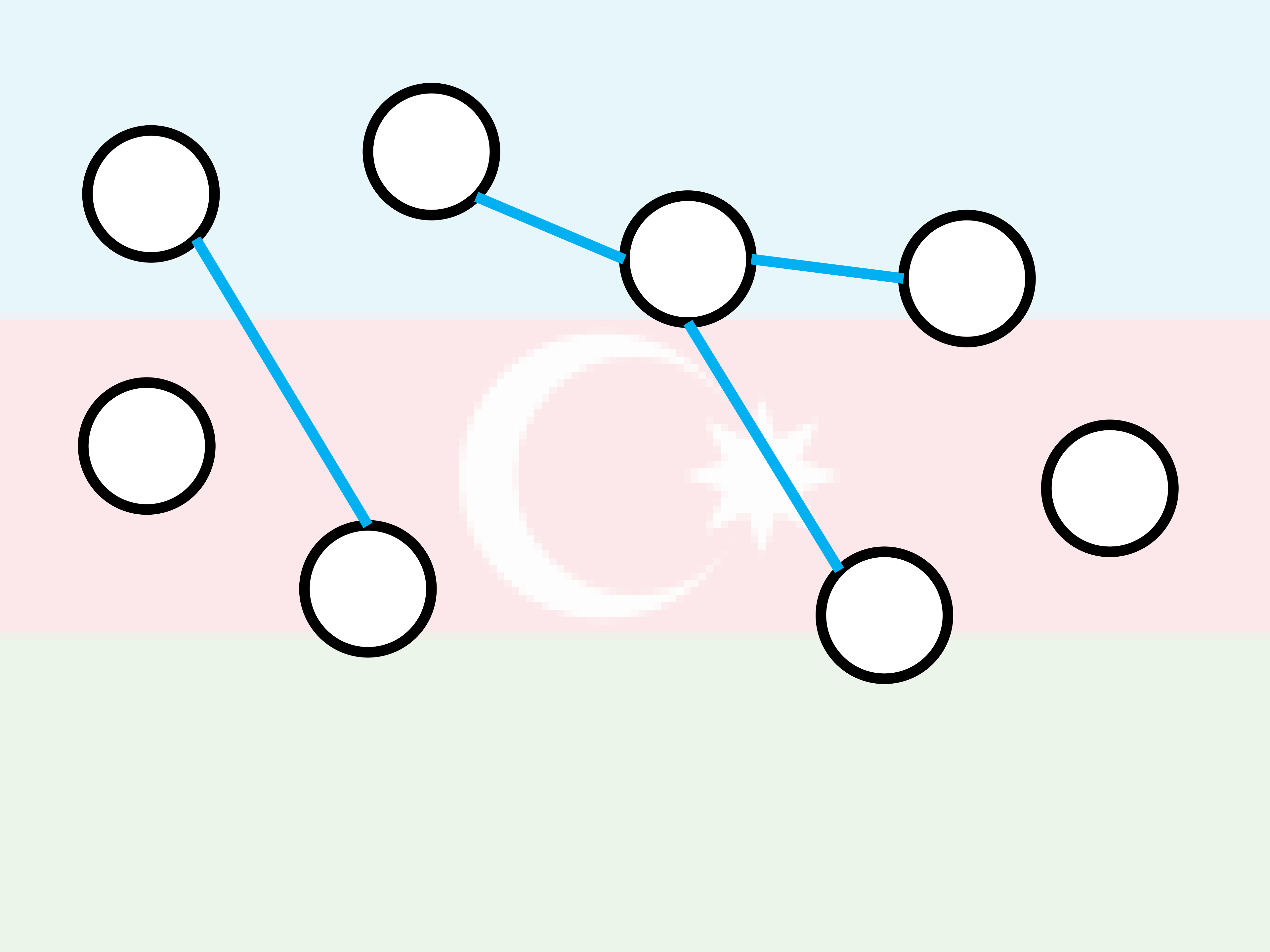
1,999(11+11+9)=61,969 bit

小課題3 (A + B = N - 1)

木の性質を考える







小課題3 (A + B = N - 1)

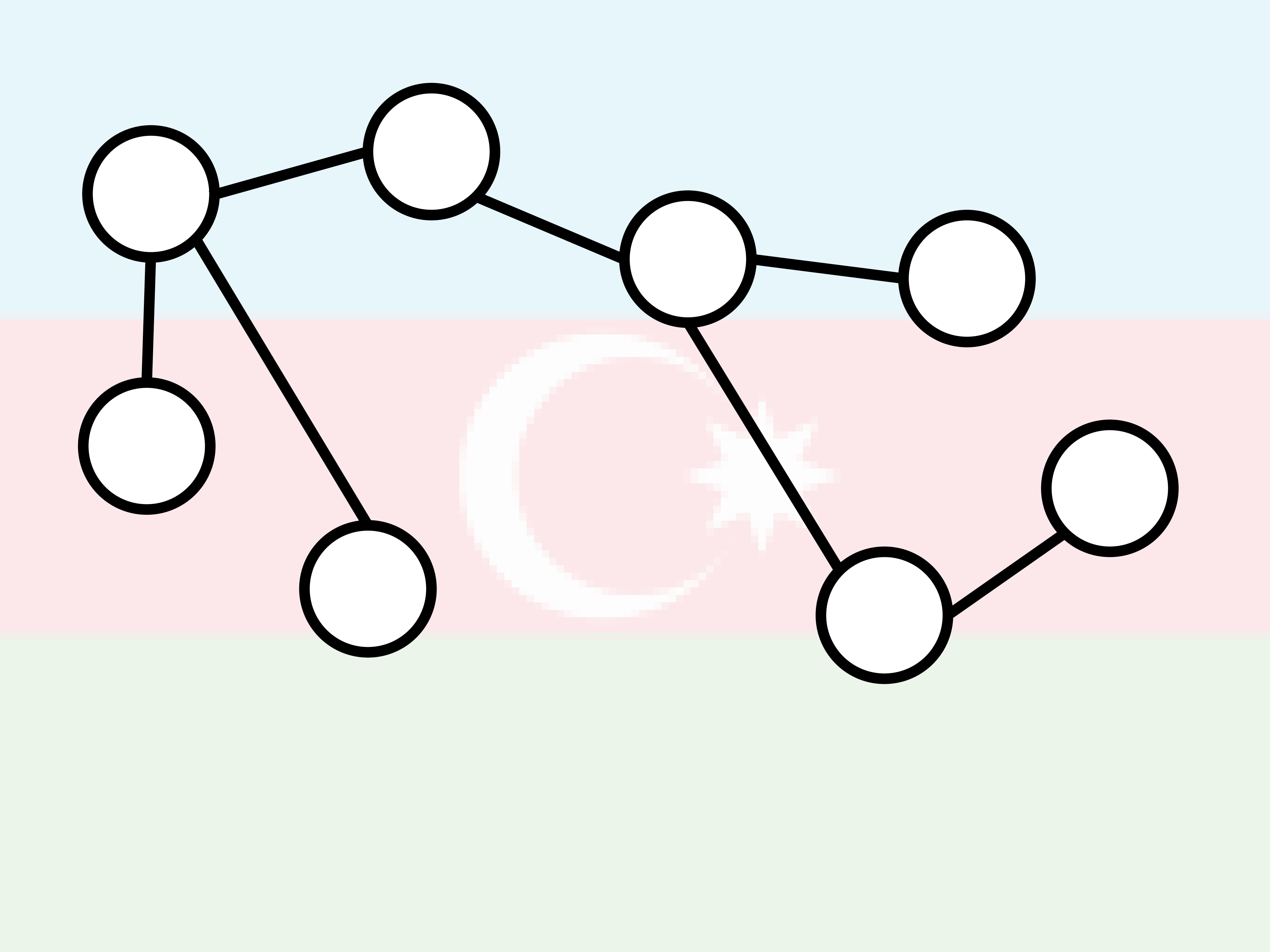
Baijanの持っている辺は

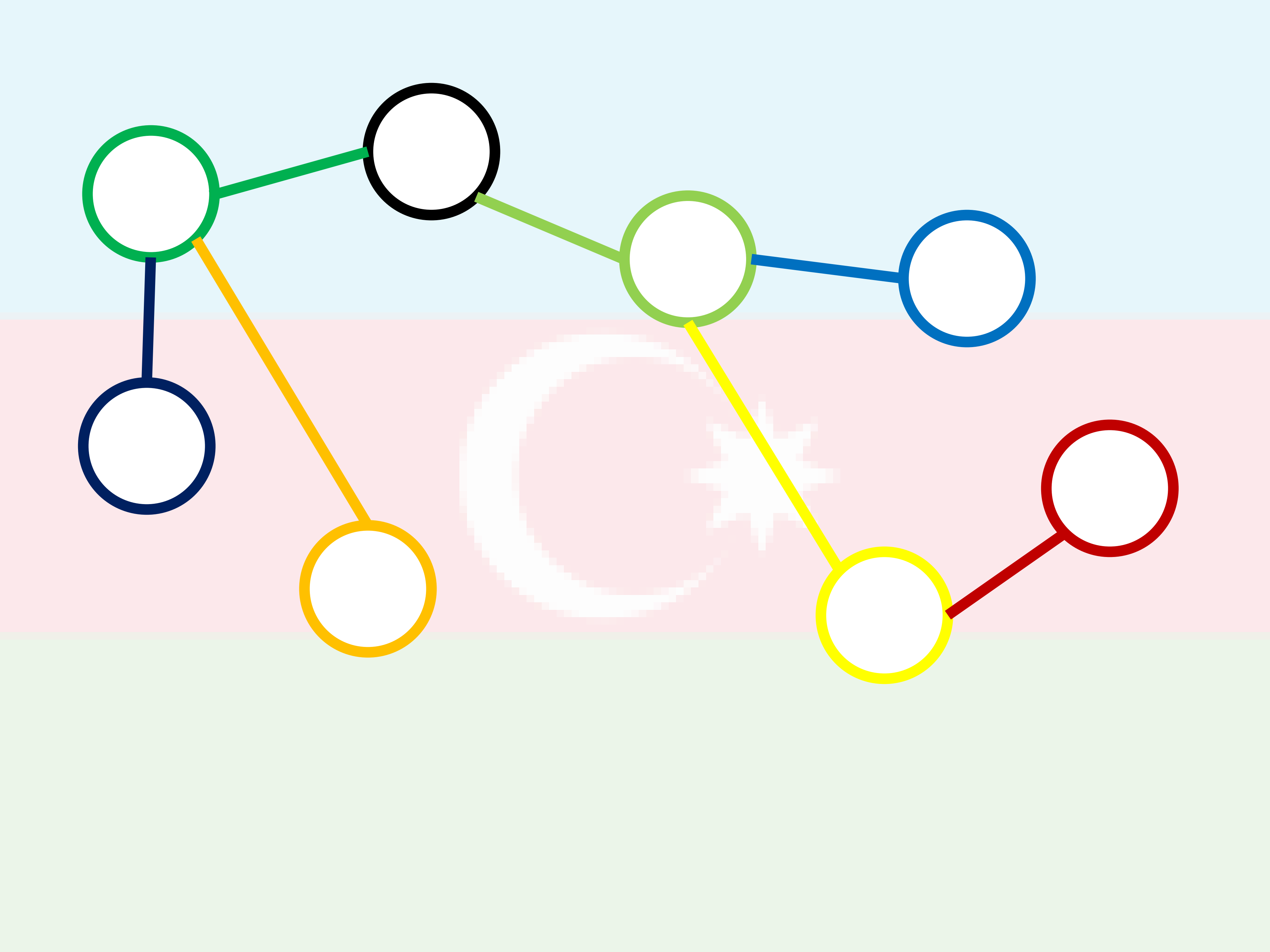
小課題3 (A + B = N - 1)

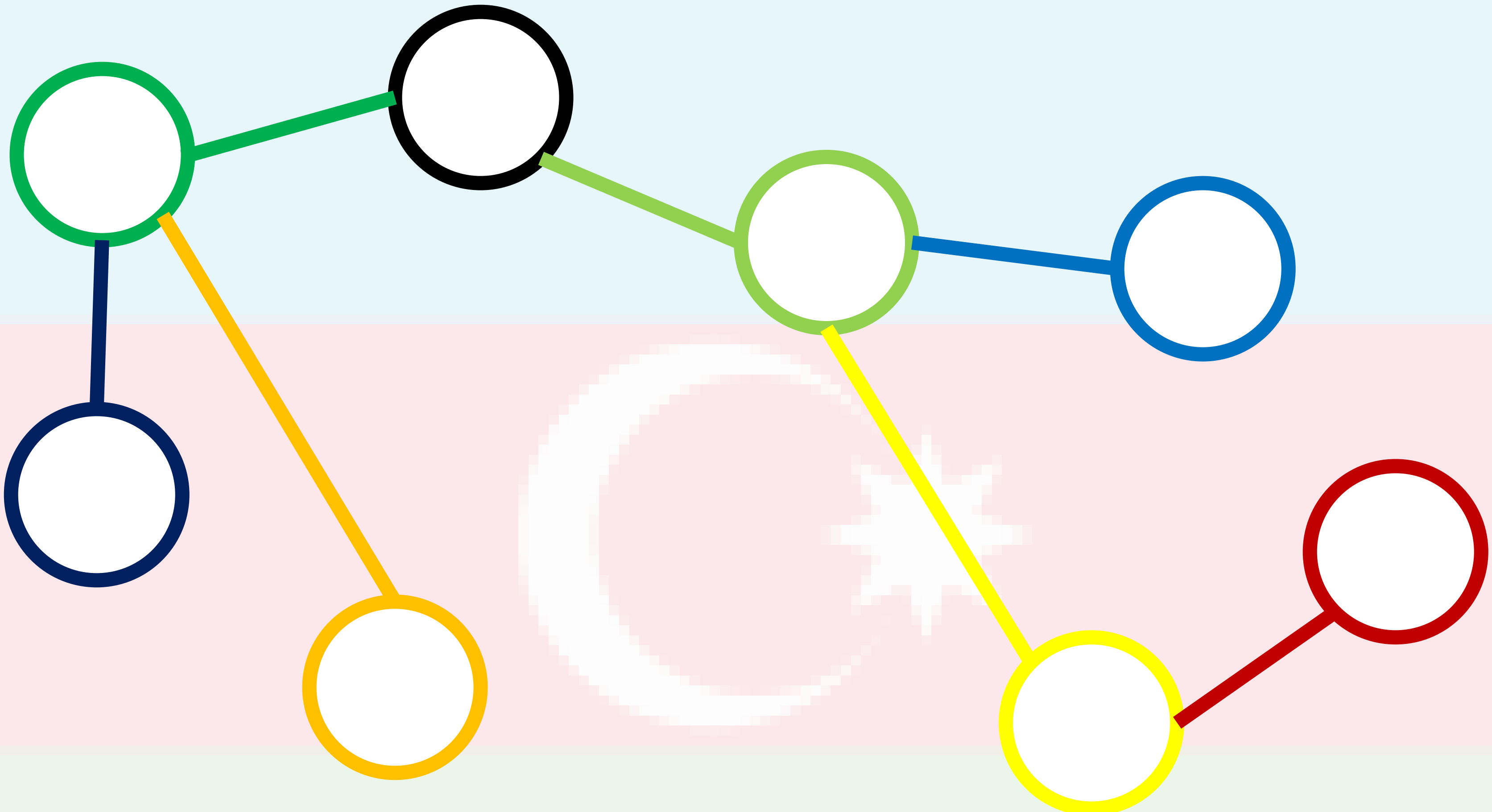
Baijanの持っている辺は

森 …木の集合体

もう少し木の性質を考える







1頂点を除き、頂点と辺が対応
(この対応はDFS等で得られる)

小課題3 (A + B = N - 1)

1. Baijanの辺を
頂点と対応づける

2. k 回目には、
頂点 k に対応する辺の情報
(反対の頂点, 重み)を送る

1,999(11 + 9) = 39,980 bit

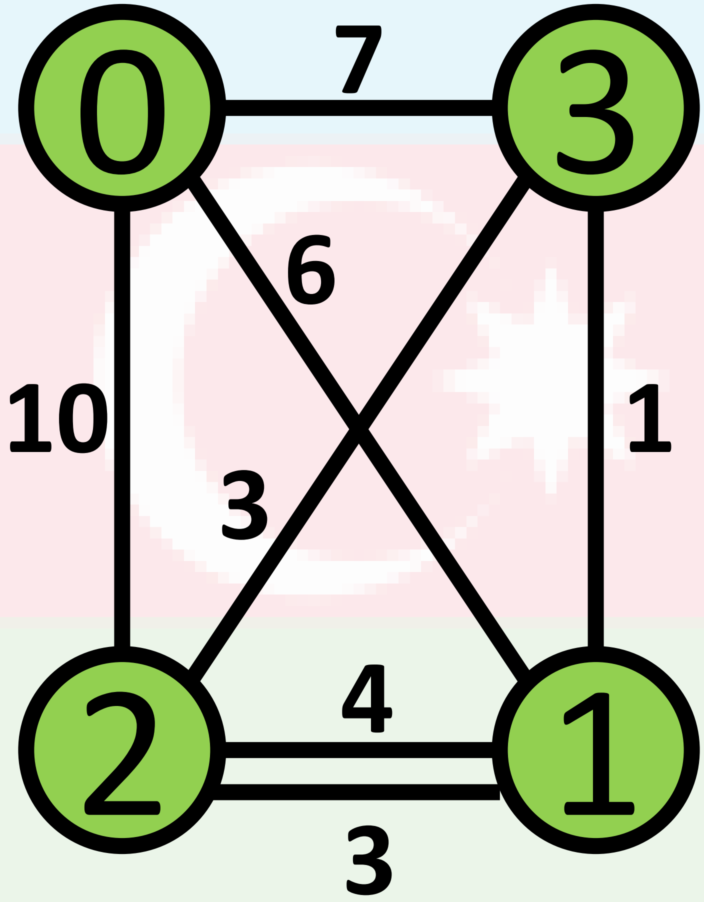
小課題4 (N ≦ 900)

- 特に嬉しい性質なし

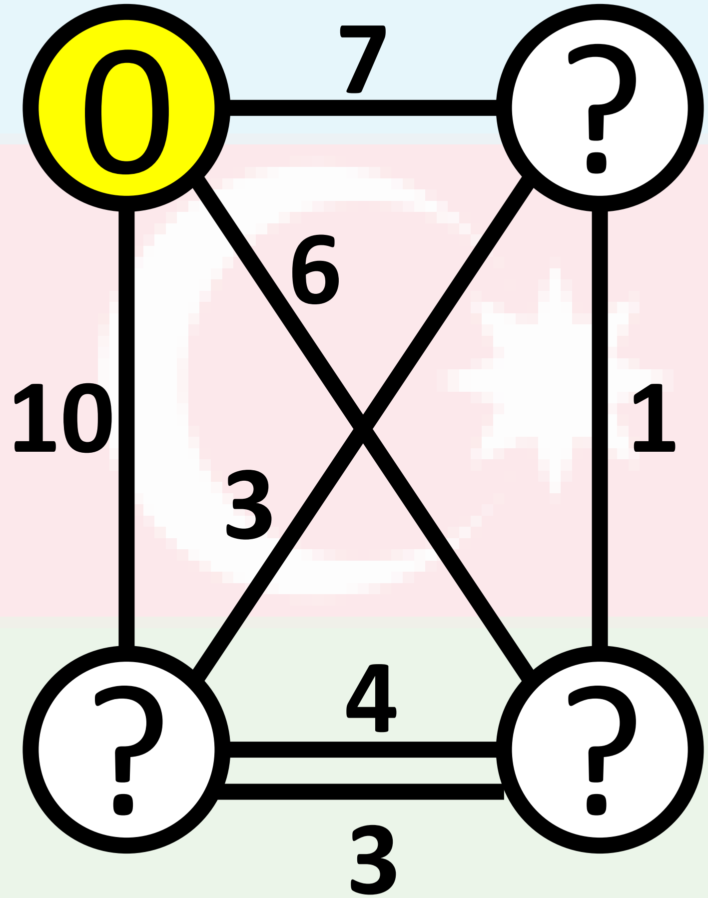
小課題4 (N ≦ 900)

- 嬉しい性質なし
- 「一点から各頂点までの距離を知りたい」
- Dijkstra法を応用できる?

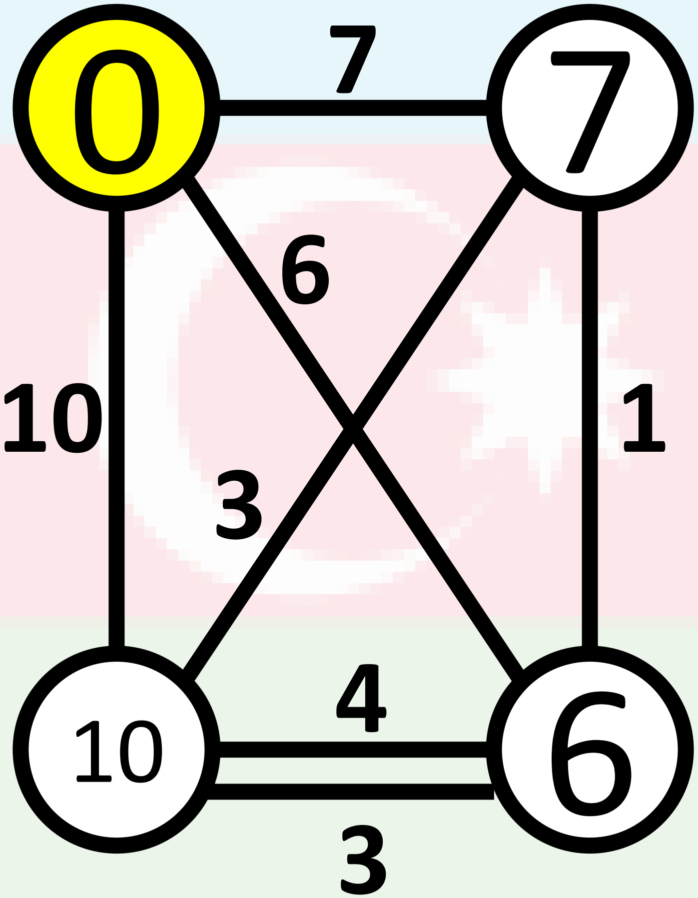
Dijkstra法



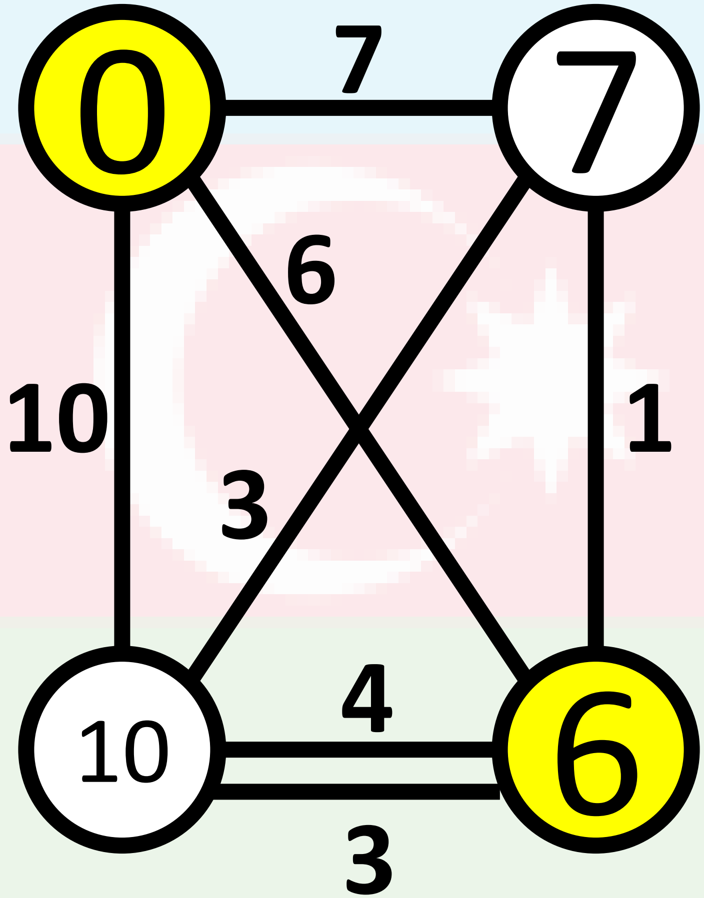
Dijkstra法



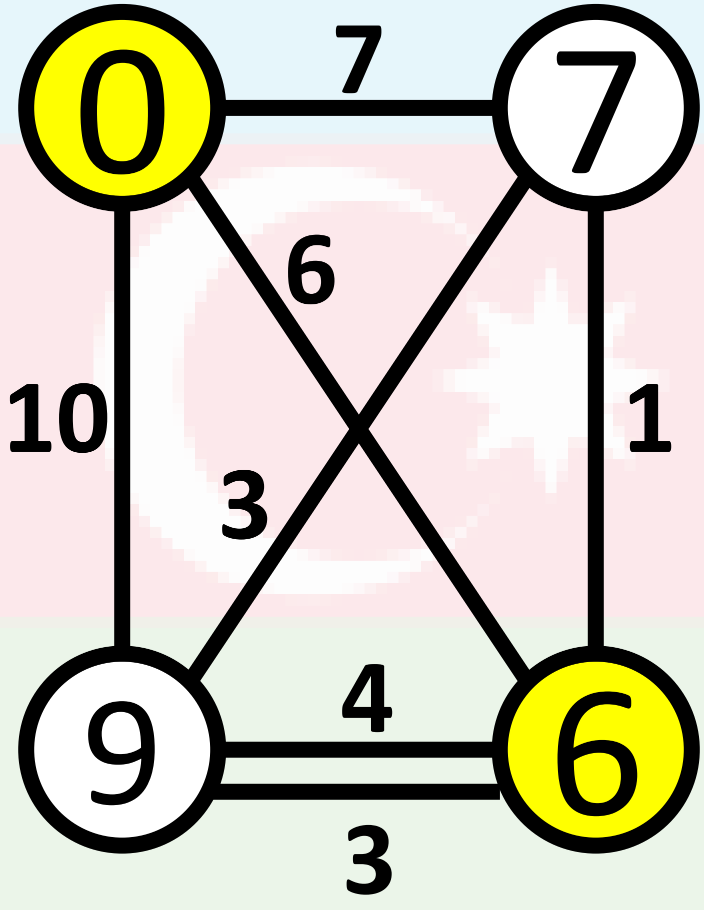
Dijkstra法



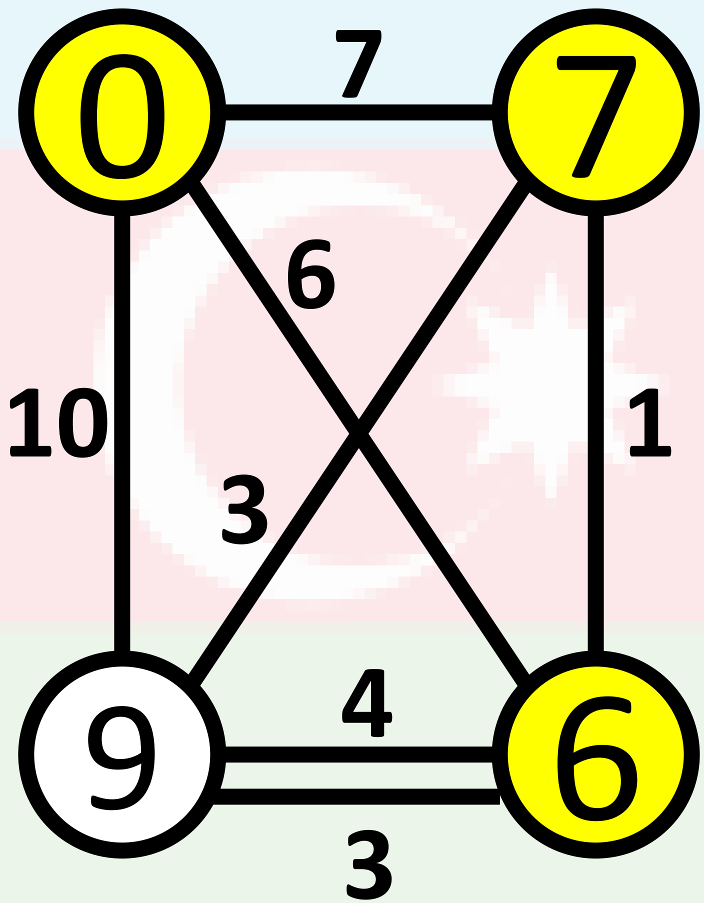
Dijkstra法



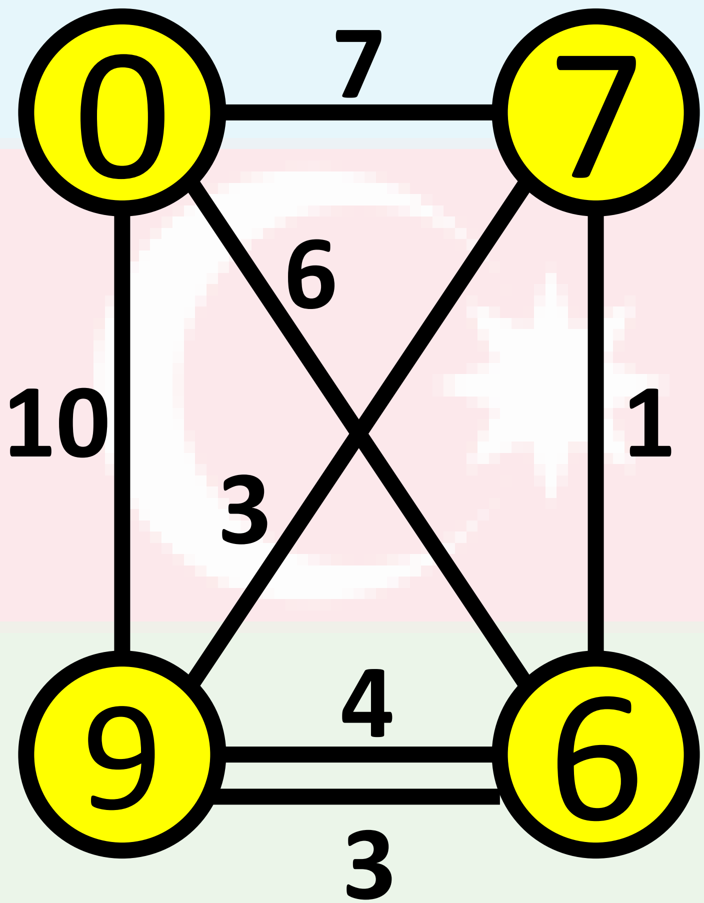
Dijkstra法



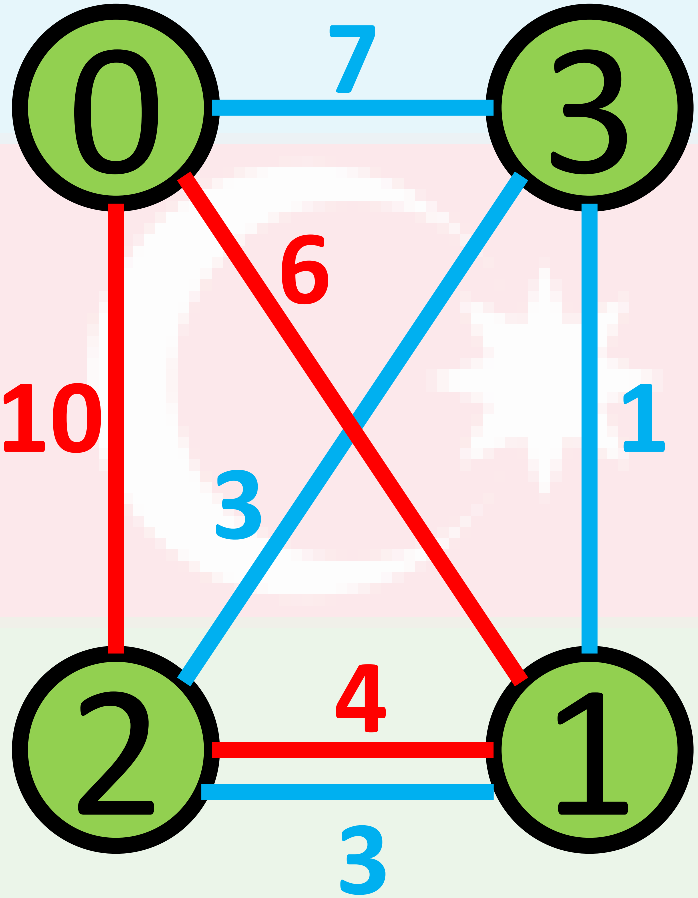
Dijkstra法



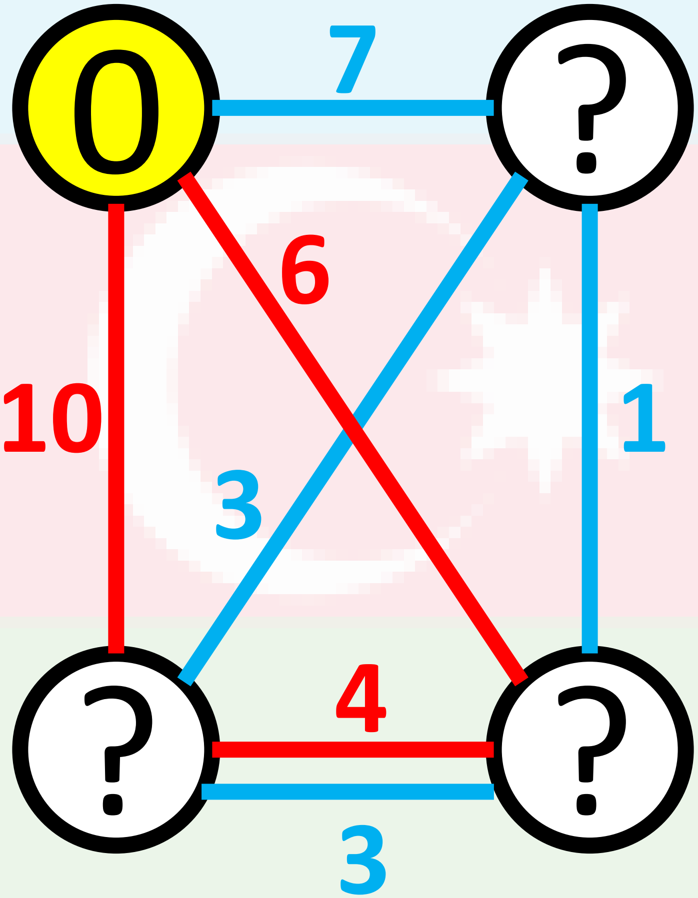
Dijkstra法



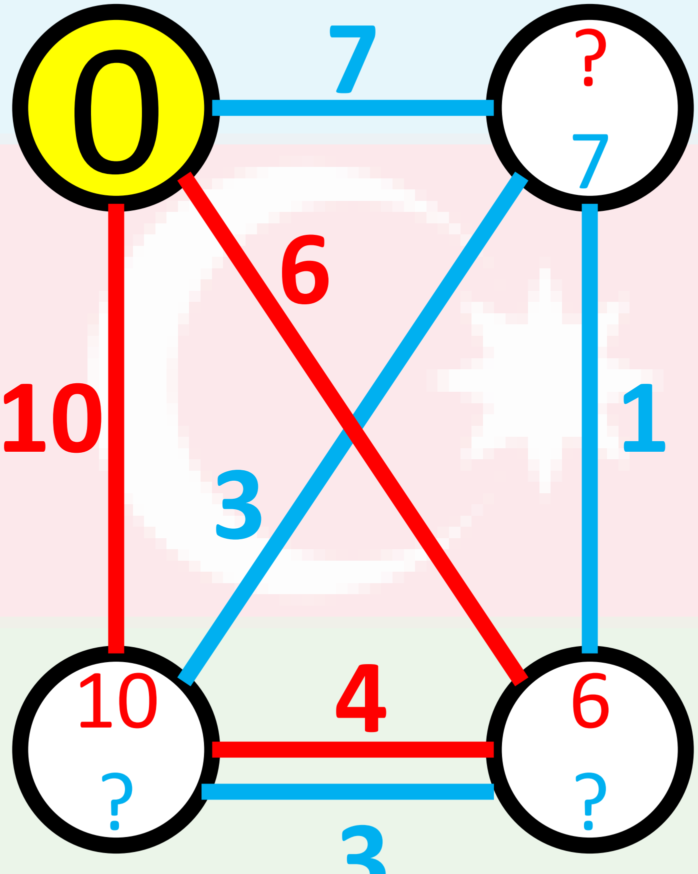
辺が2種類あるとき



辺が2種類あるとき

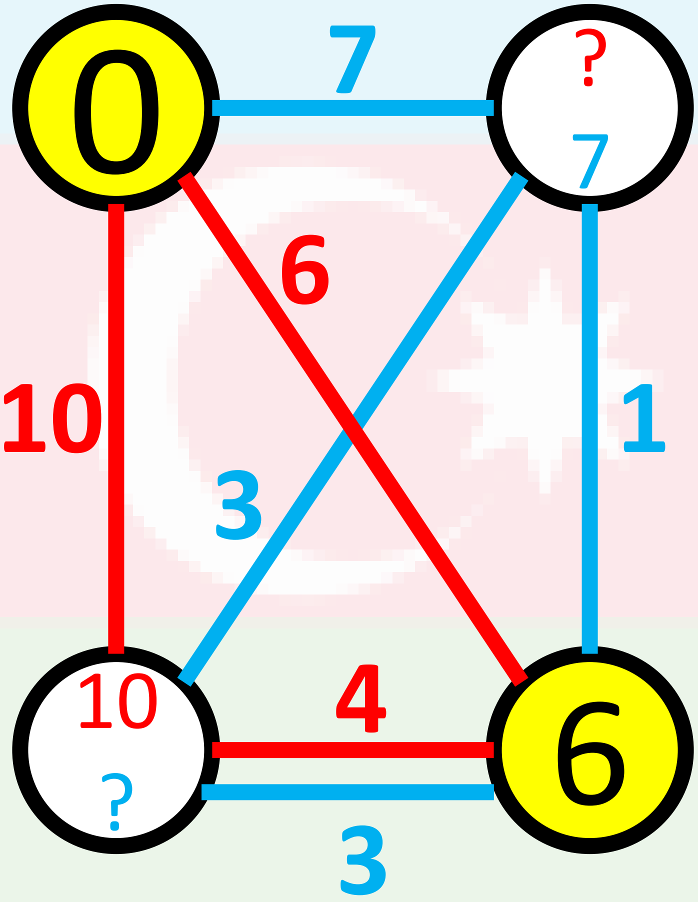


辺が2種類あるとき



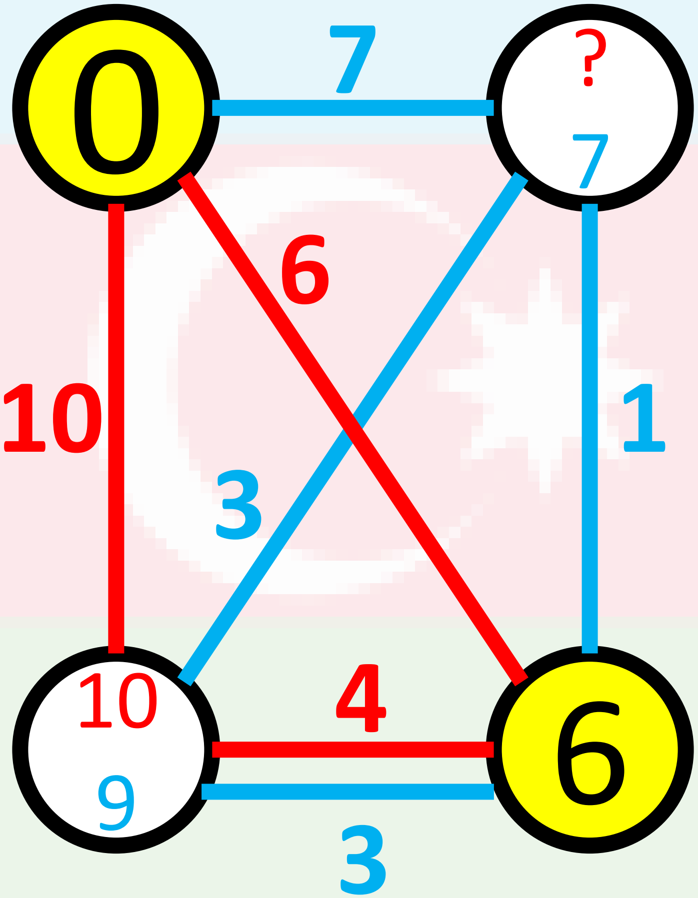
辿る辺の種類で最小値を2種類持つ

辺が2種類あるとき



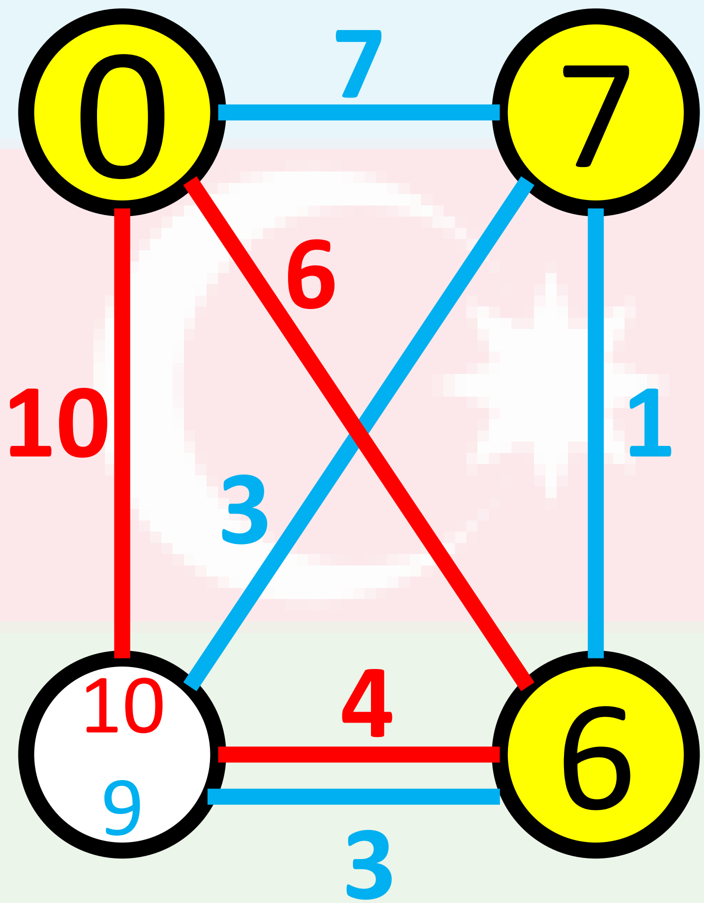
辿る辺の種類で最小値を2種類持つ

辺が2種類あるとき



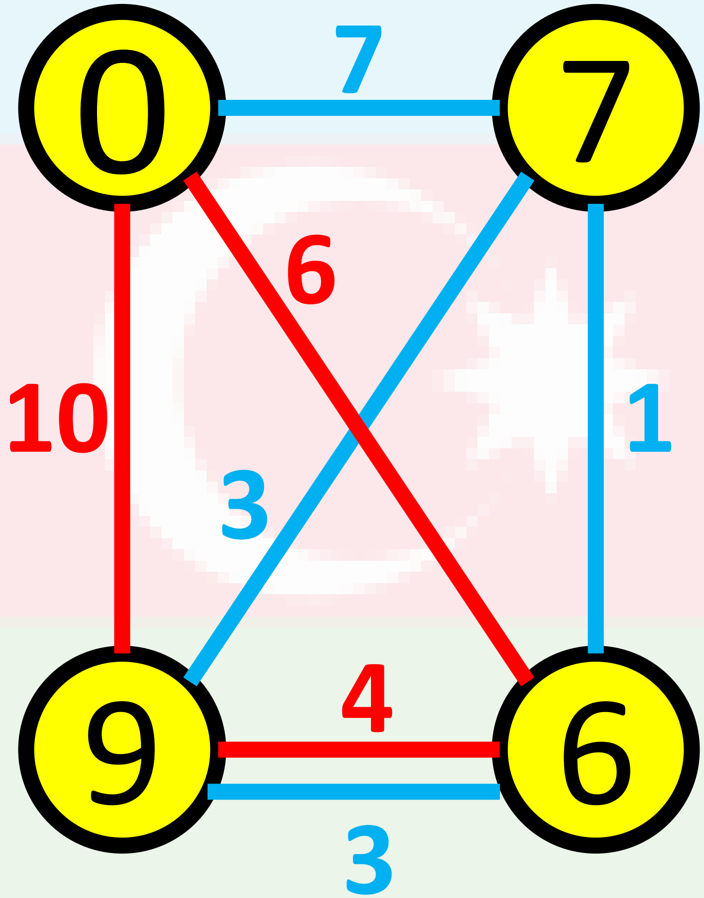
辿る辺の種類で最小値を2種類持つ

辺が2種類あるとき



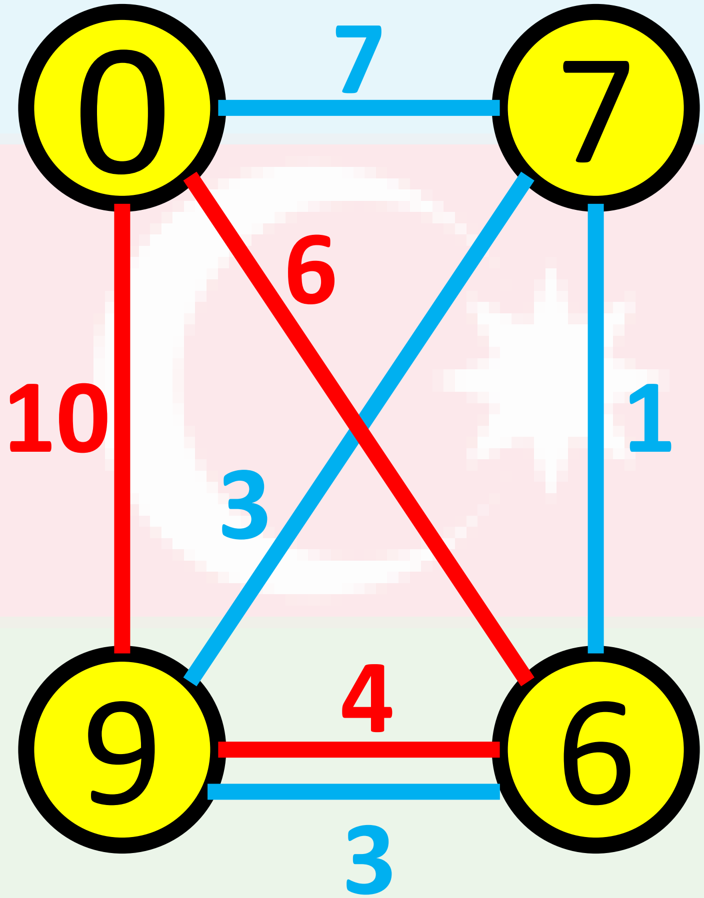
辿る辺の種類で最小値を2種類持つ

辺が2種類あるとき



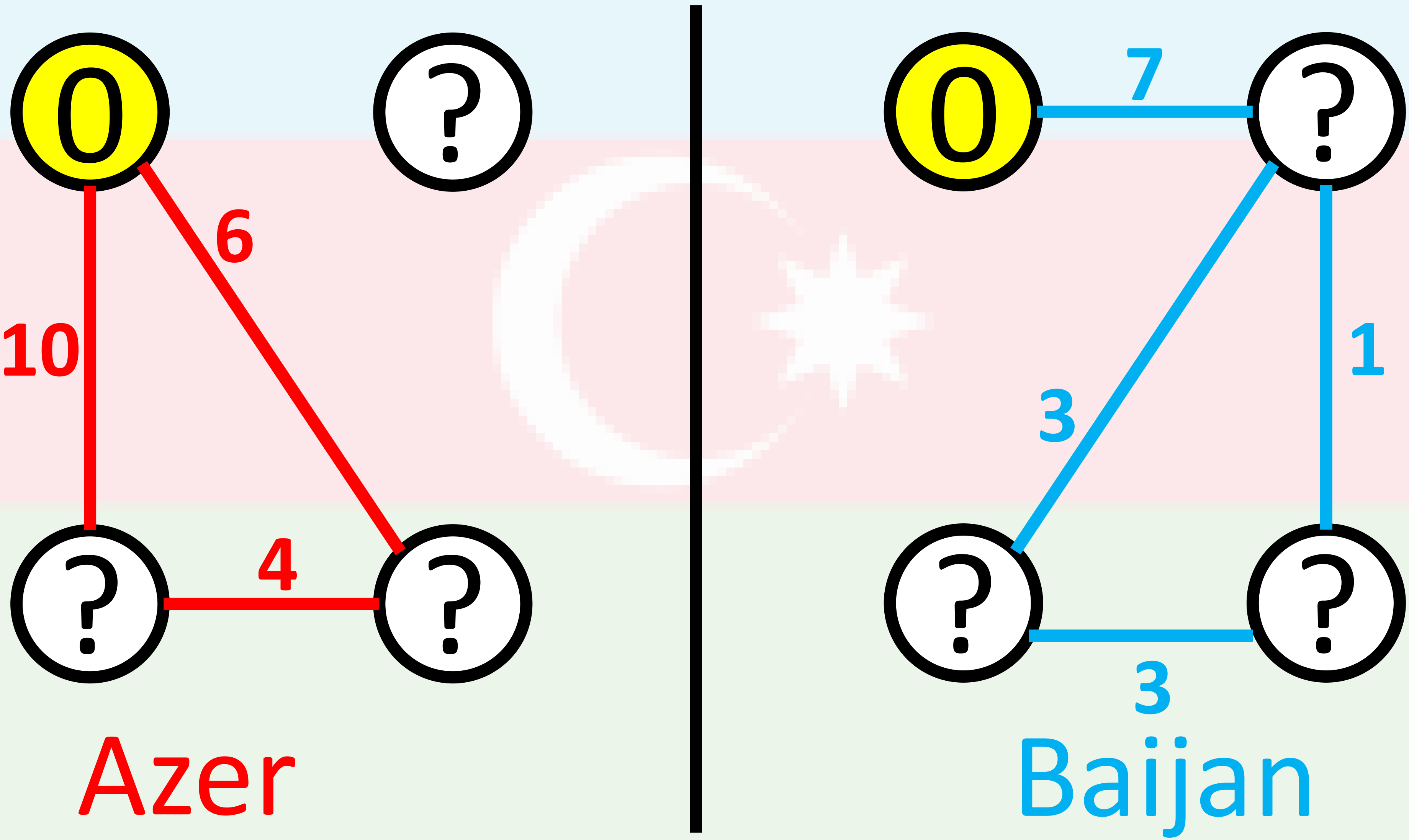
辿る辺の種類で最小値を2種類持つ

辺が2種類あるとき

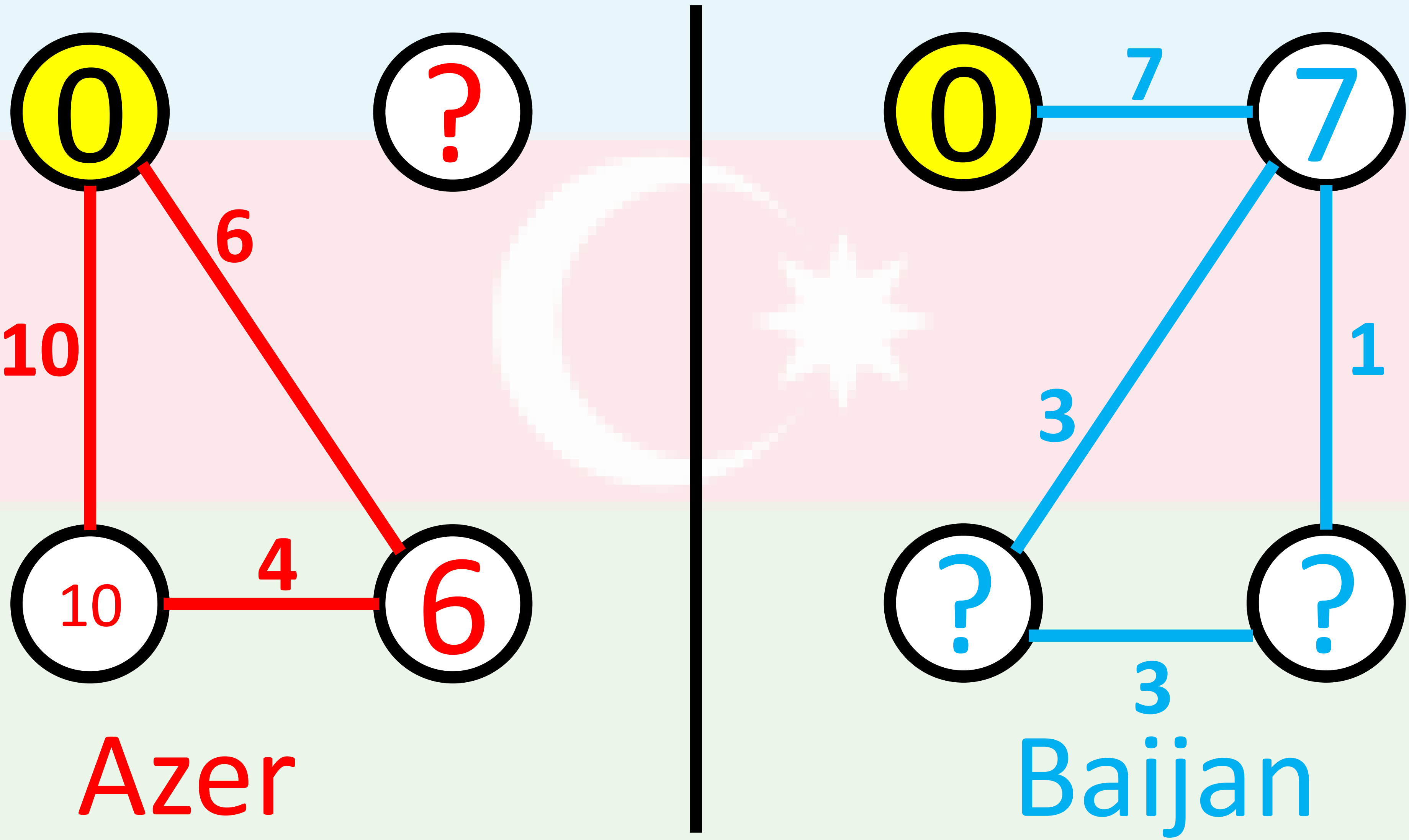


これを2人でできないか?

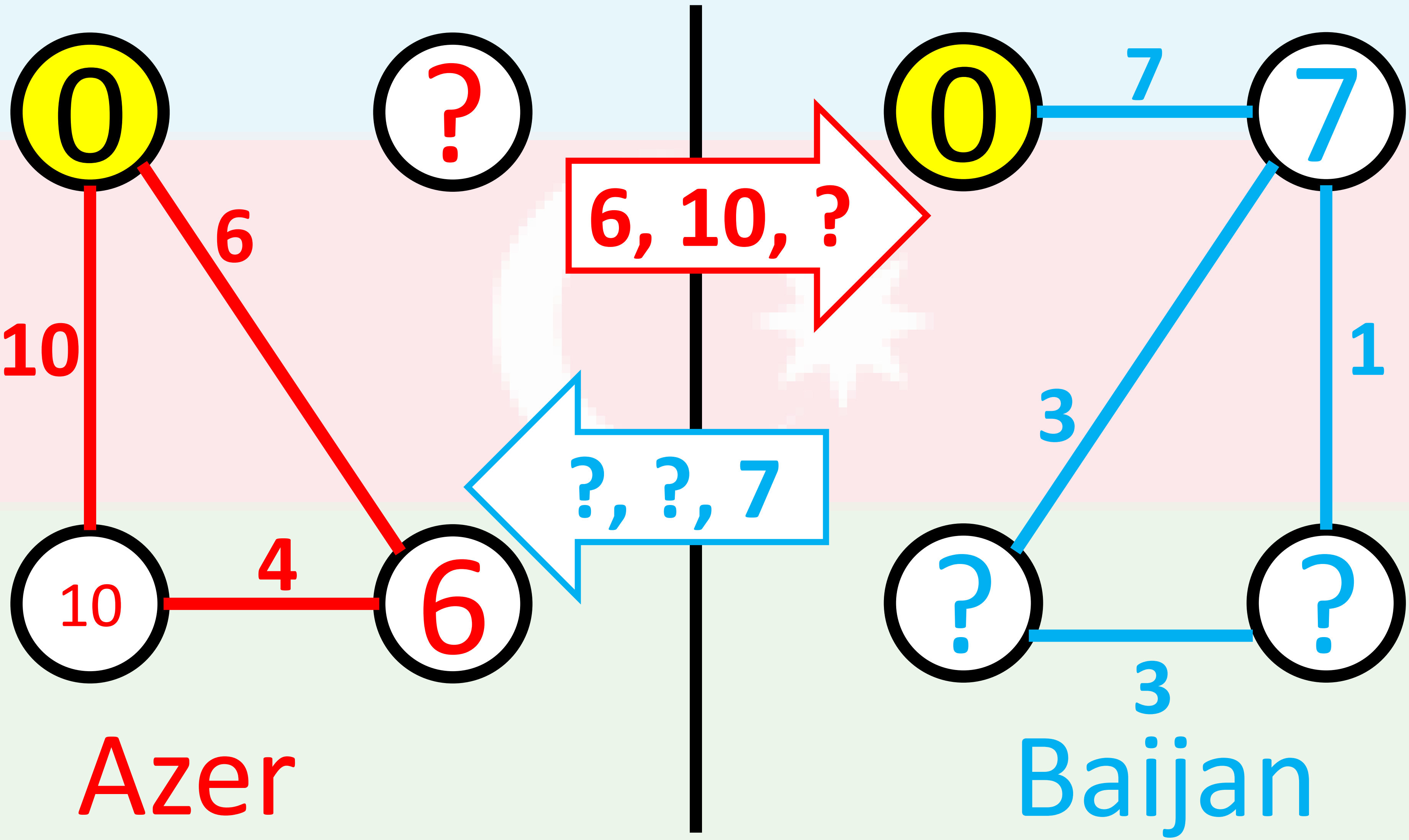
2人でやってみる



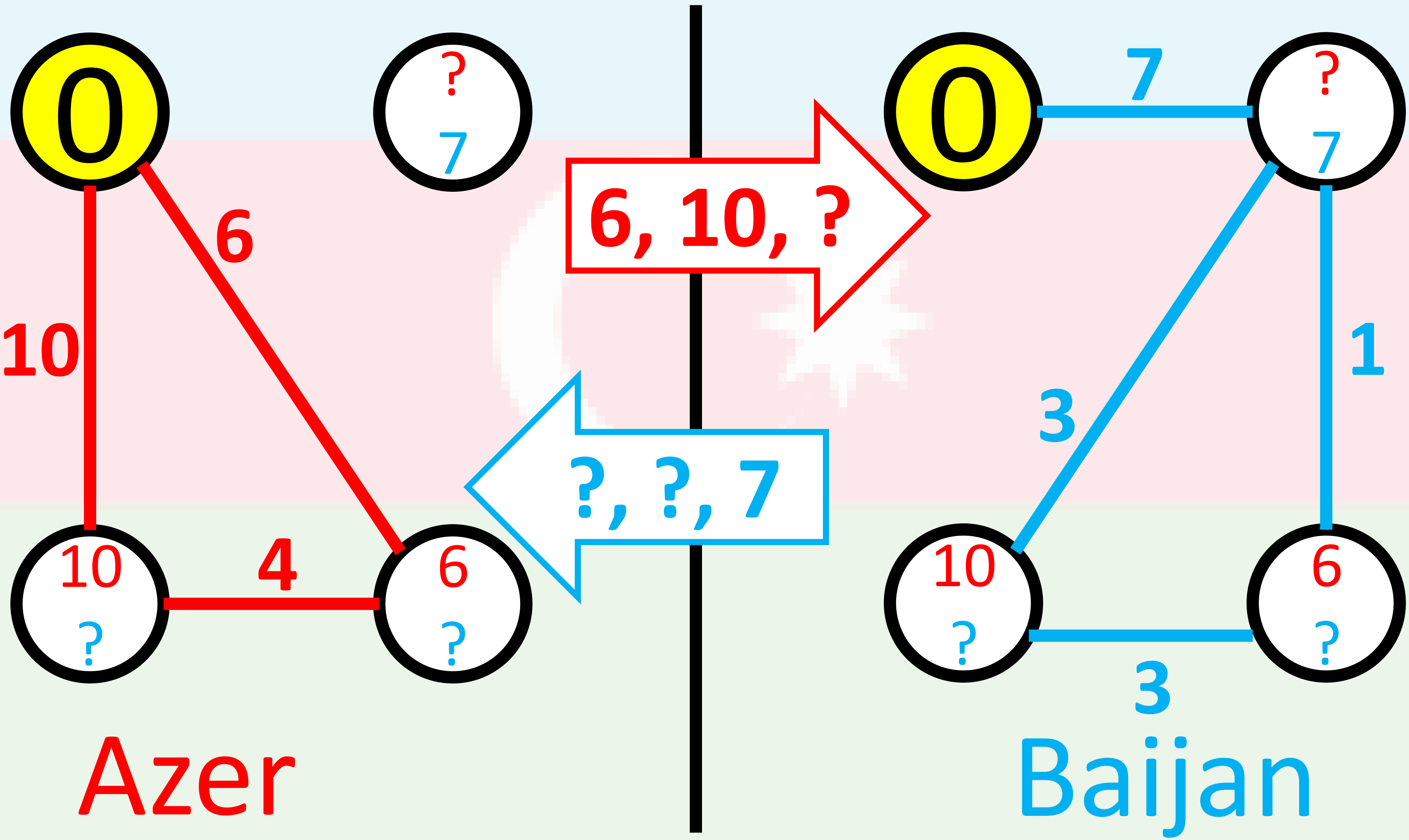
2人でやってみる



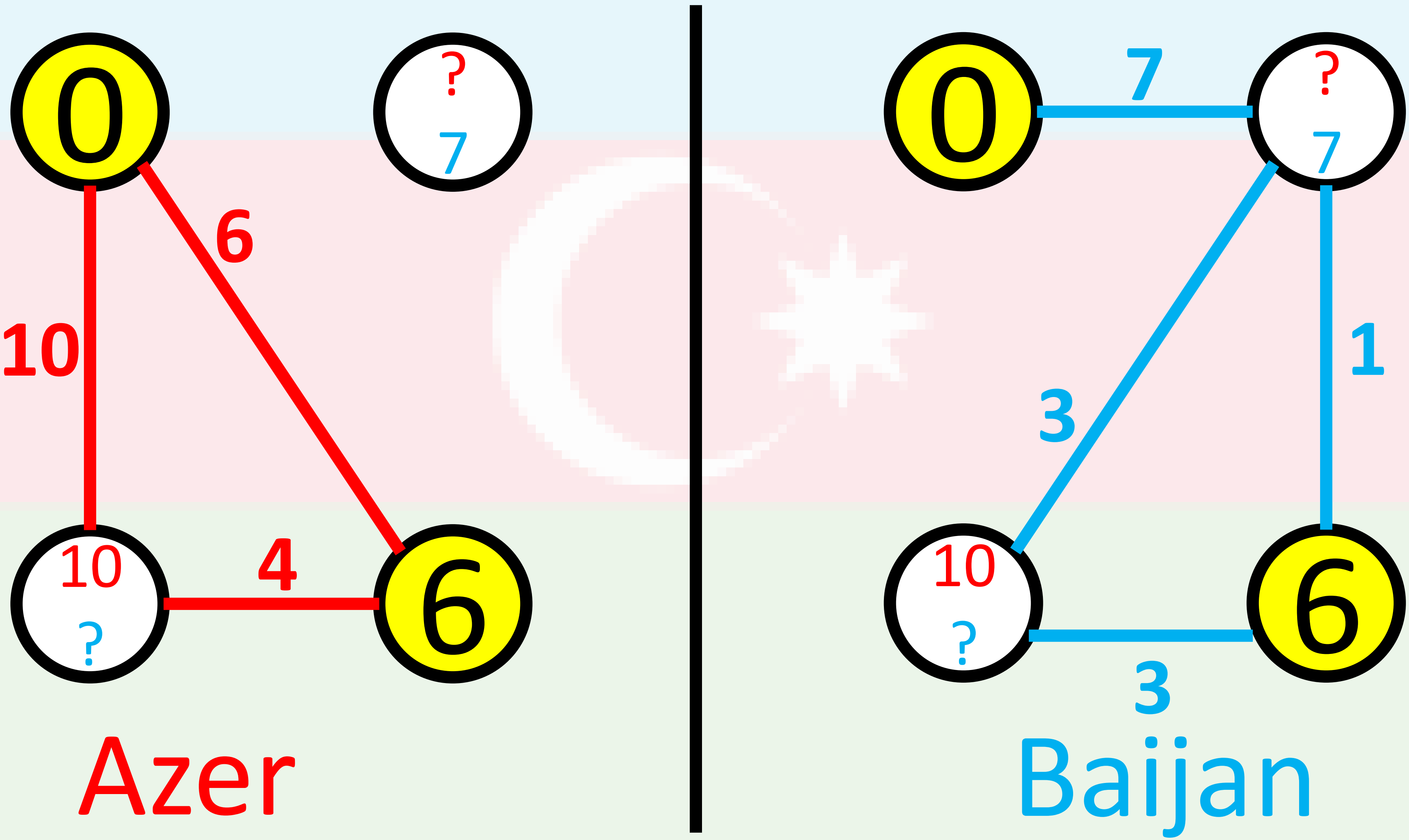
2人でやってみる



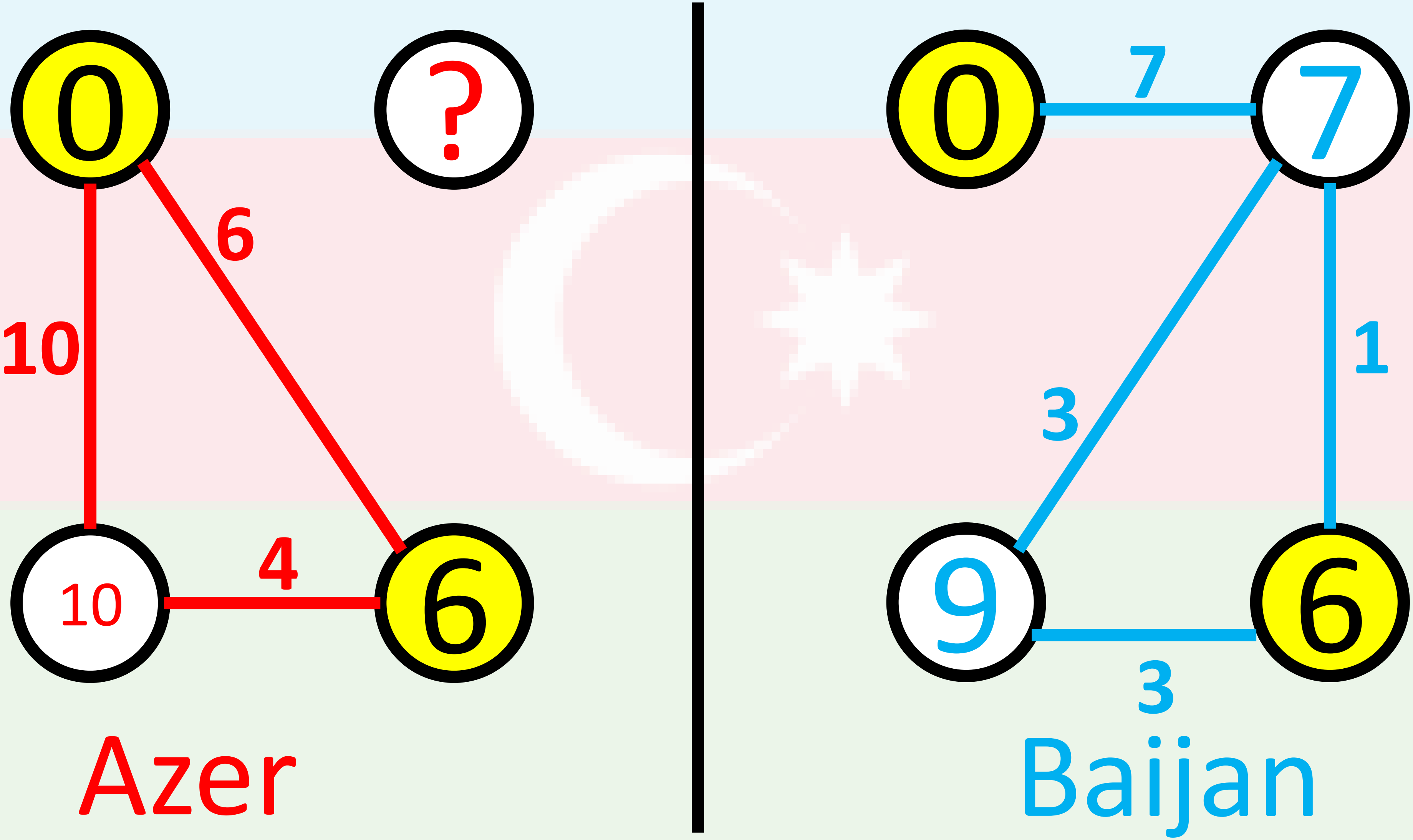
2人でやってみる



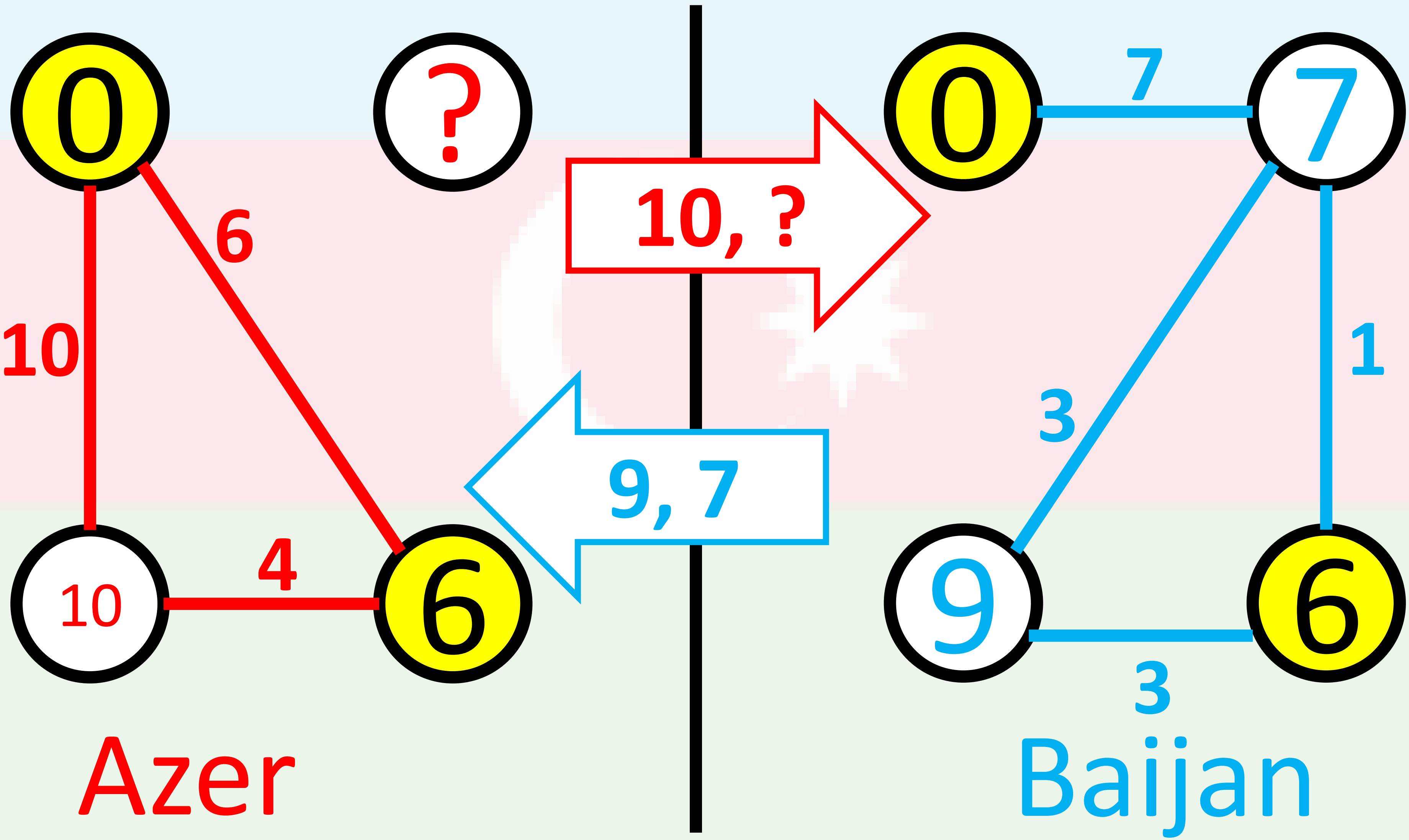
2人でやってみる



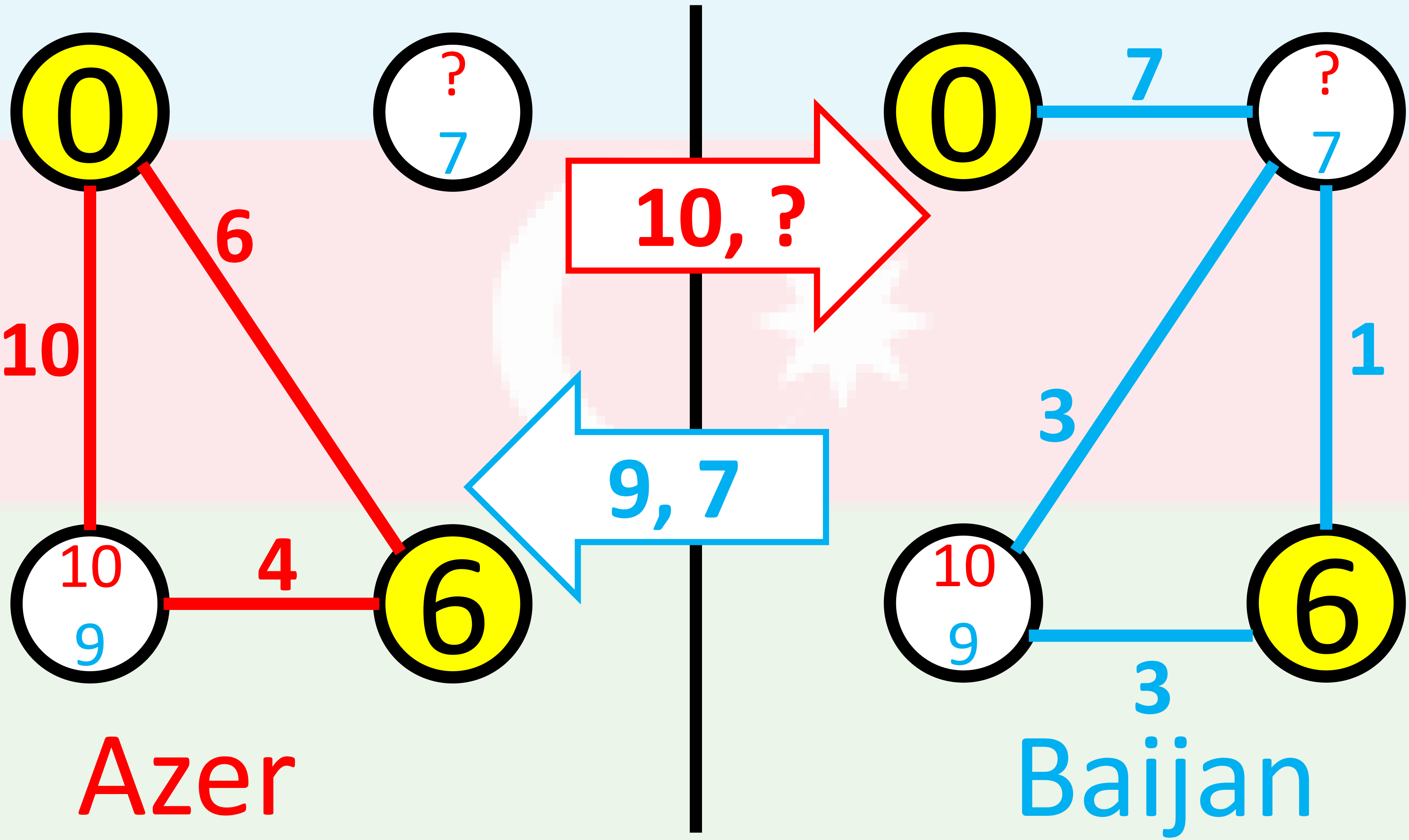
2人でやってみる



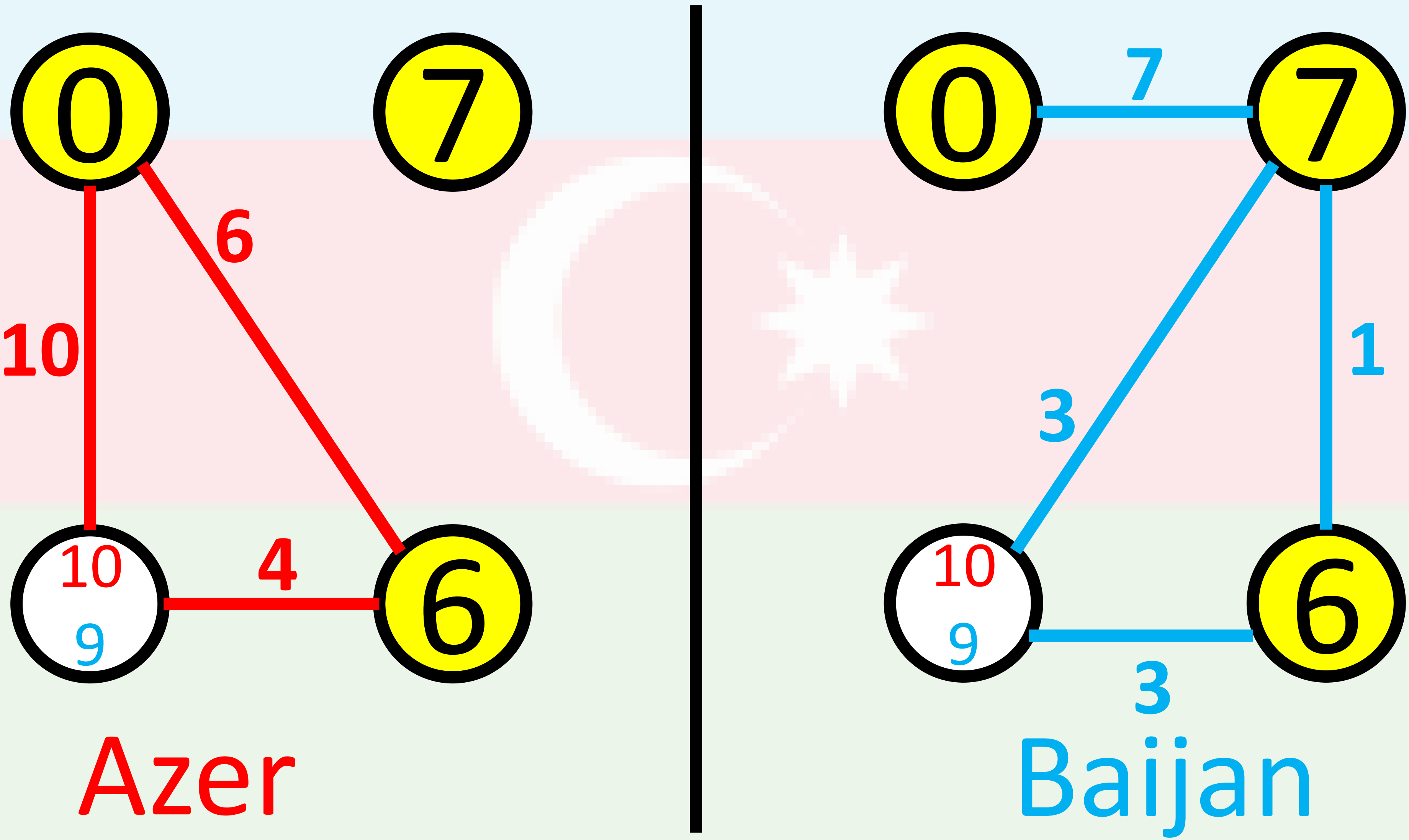
2人でやってみる



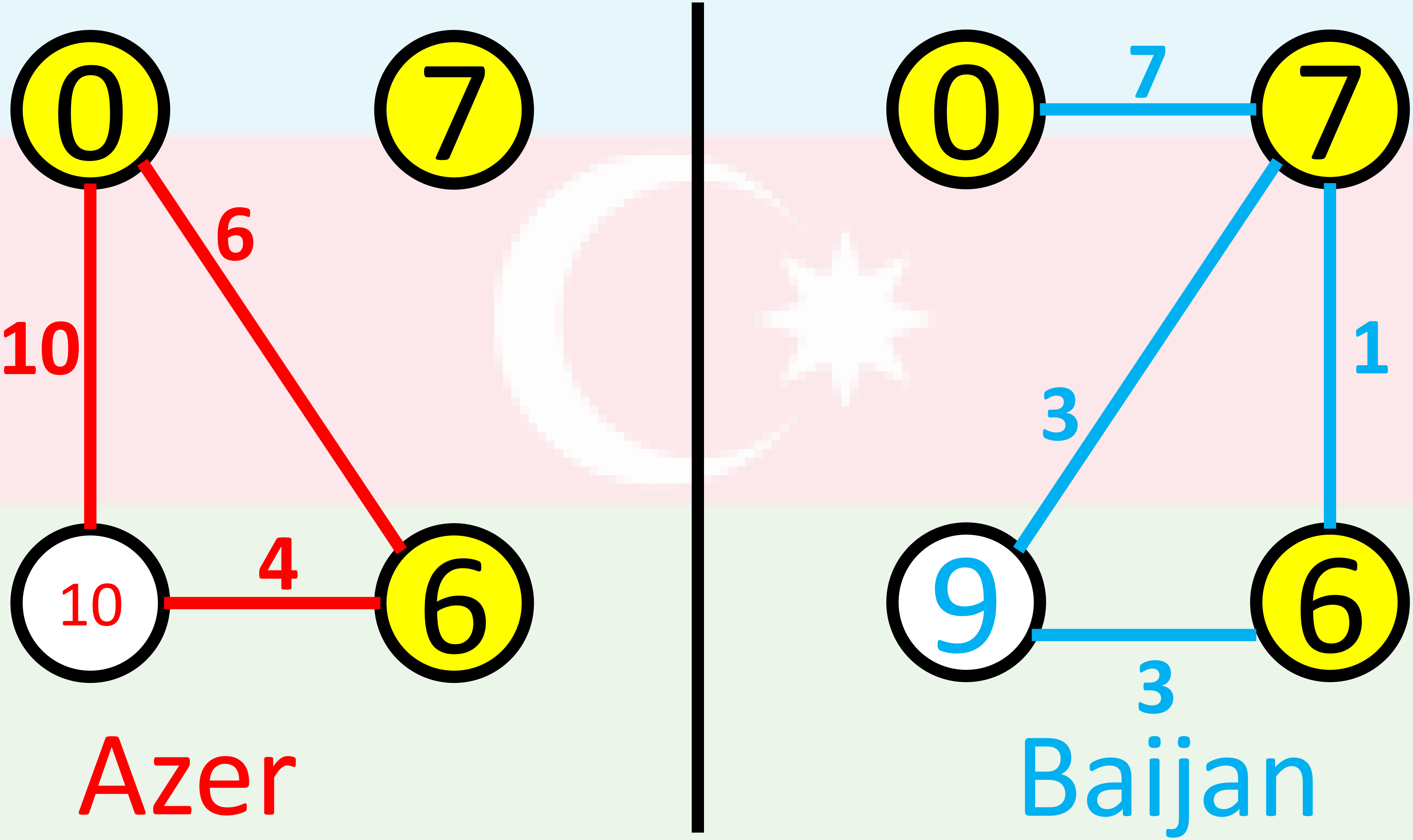
2人でやってみる



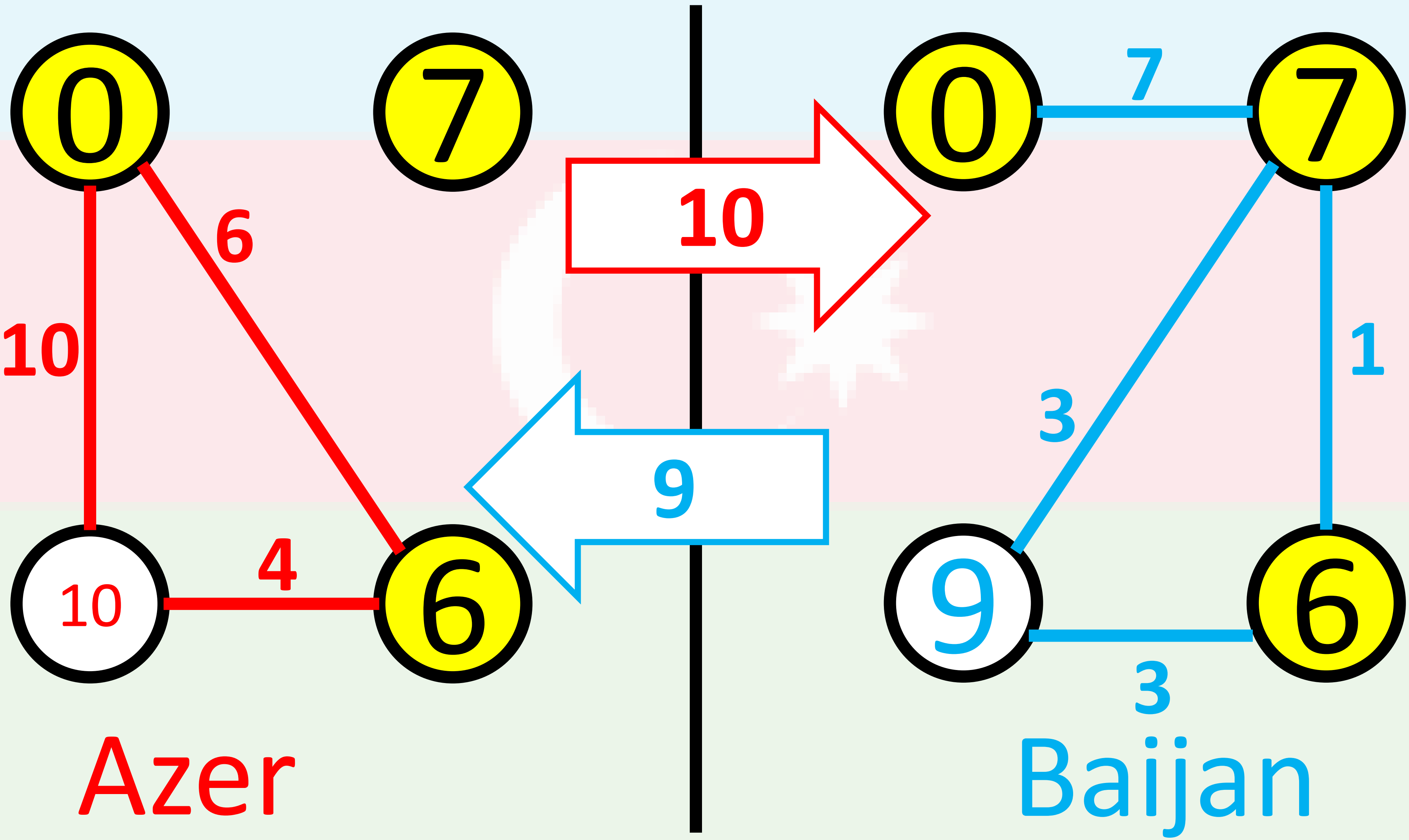
2人でやってみる



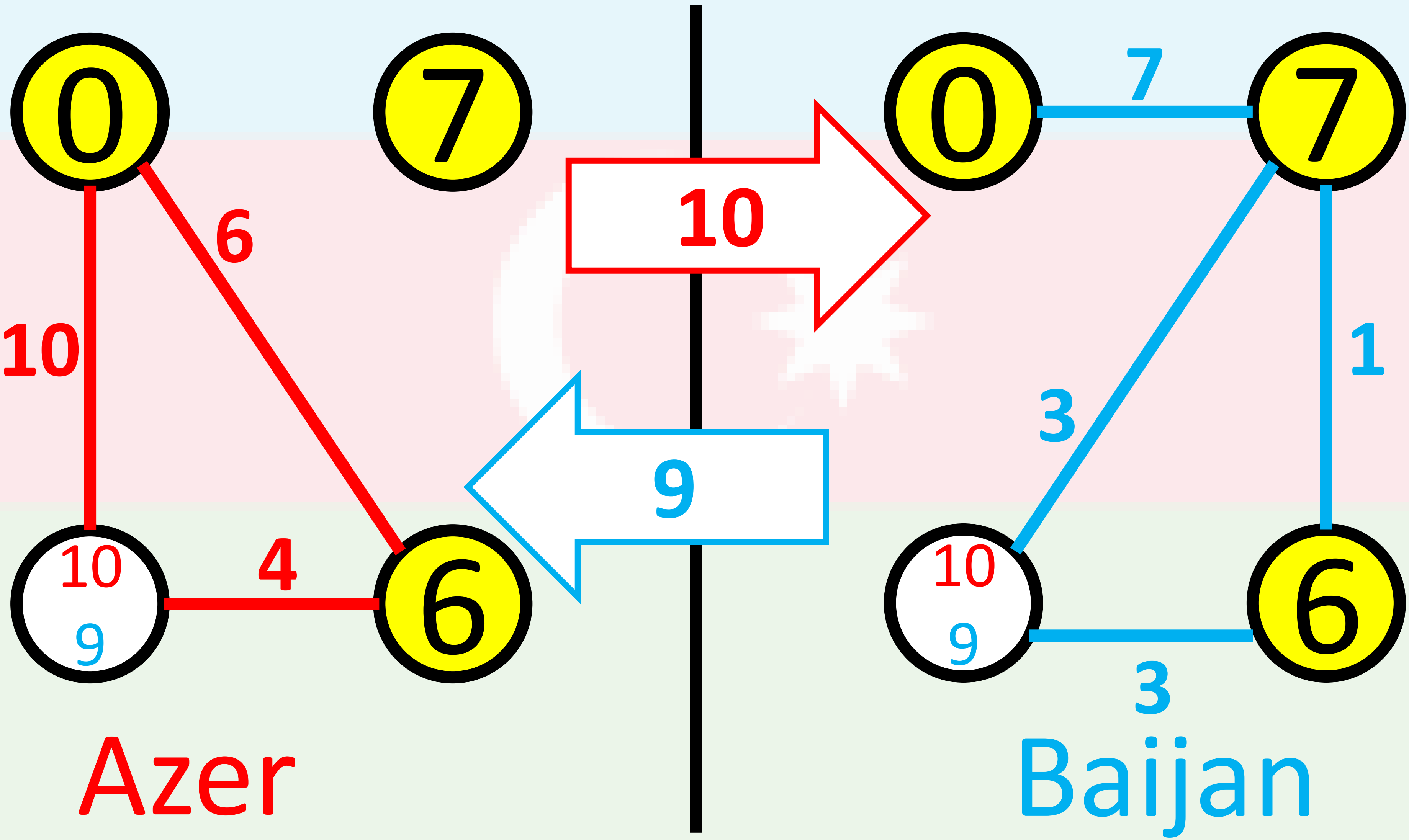
2人でやってみる



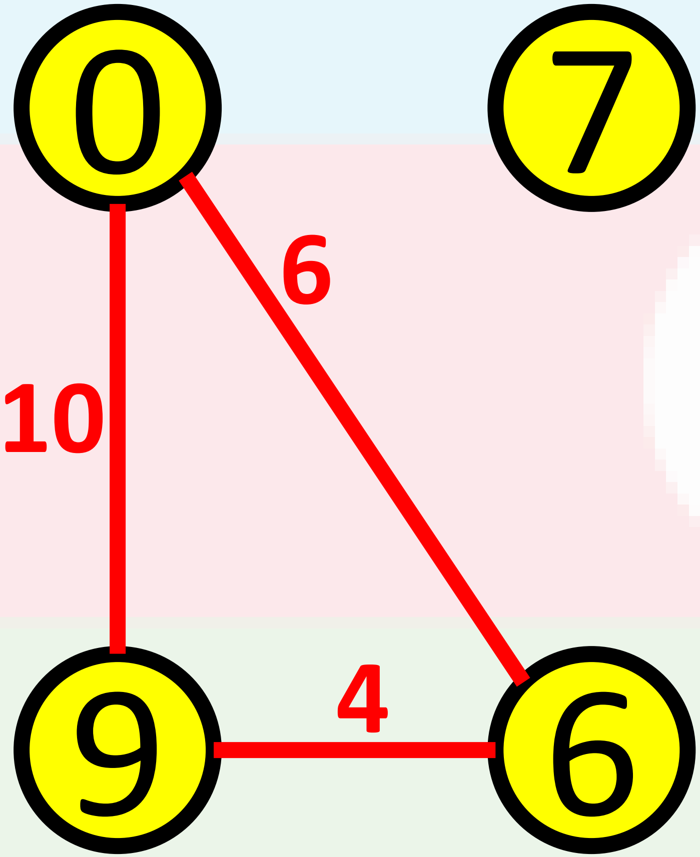
2人でやってみる



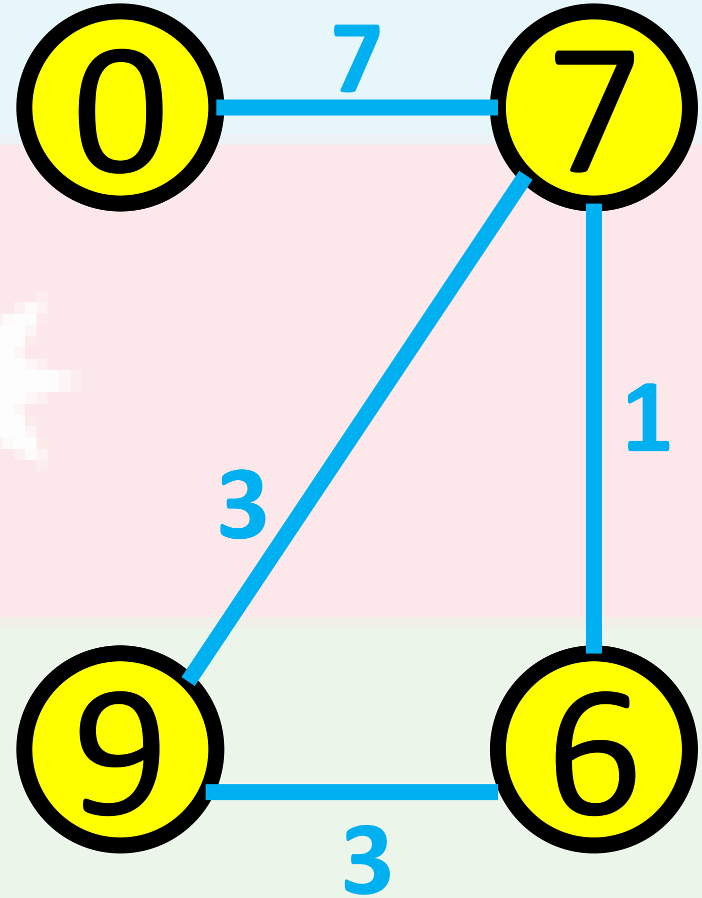
2人でやってみる



2人でやってみる



Azer



Baijan

2人でやってみた

- 各段階で O(N) の通信

→全体で$O(N^2)$で×

2人でやってみた

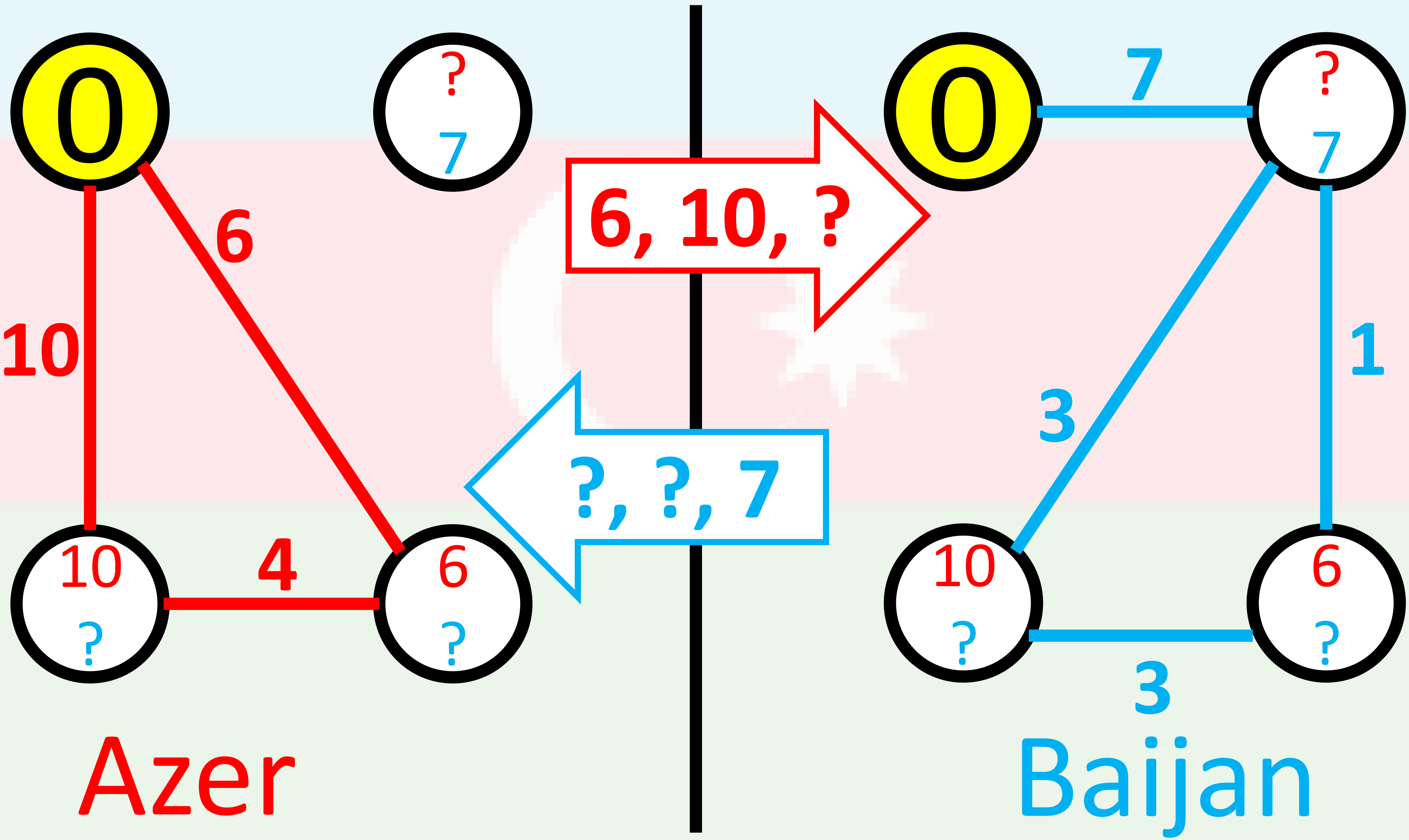
- 各段階で O(N) の通信

→全体で$O(N^2)$で×

- 値が更新されるタイミングだけにすれば?

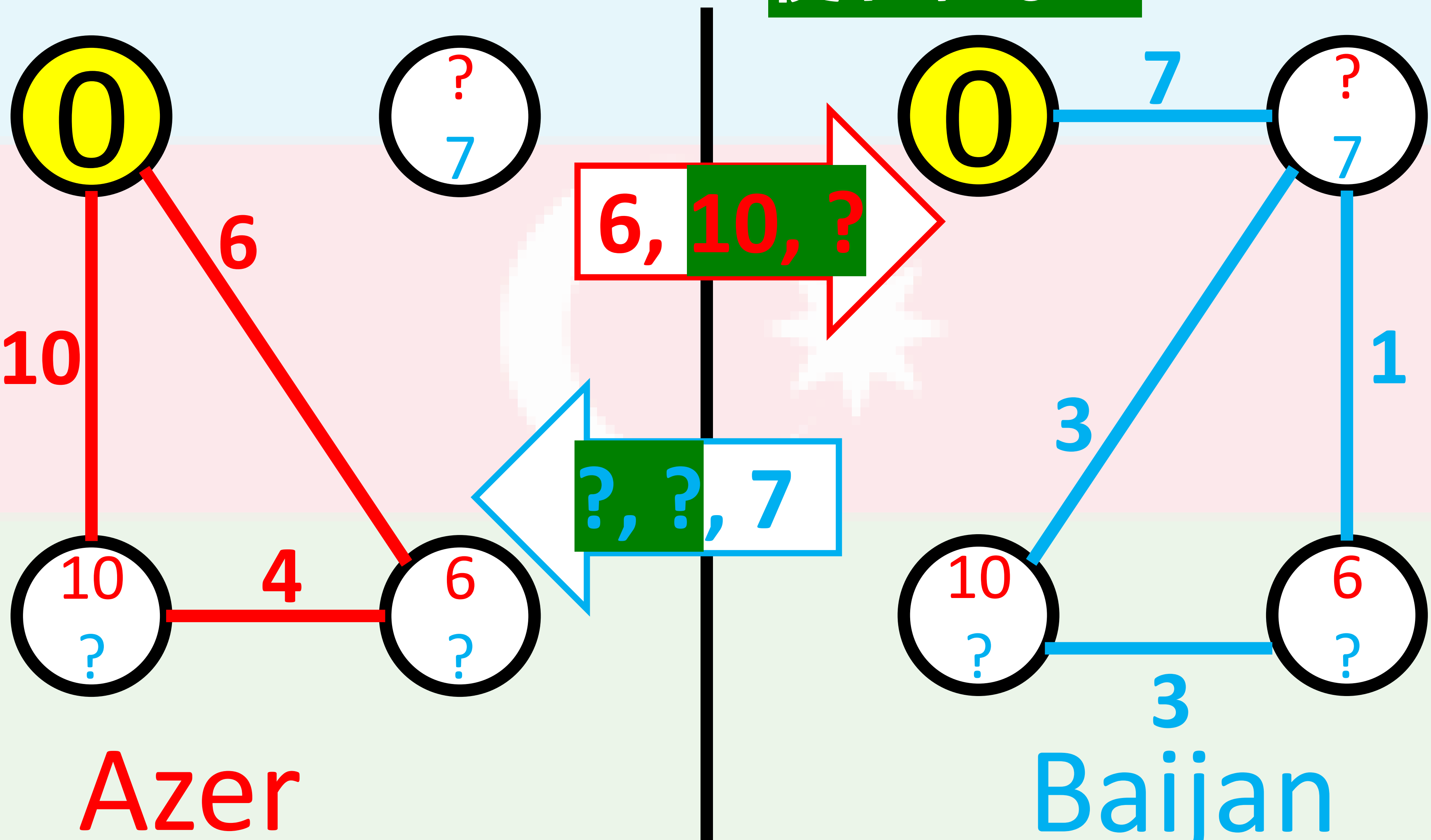
→最悪O(A + B)で×

振り返り



振り返り

これらの情報は使われない

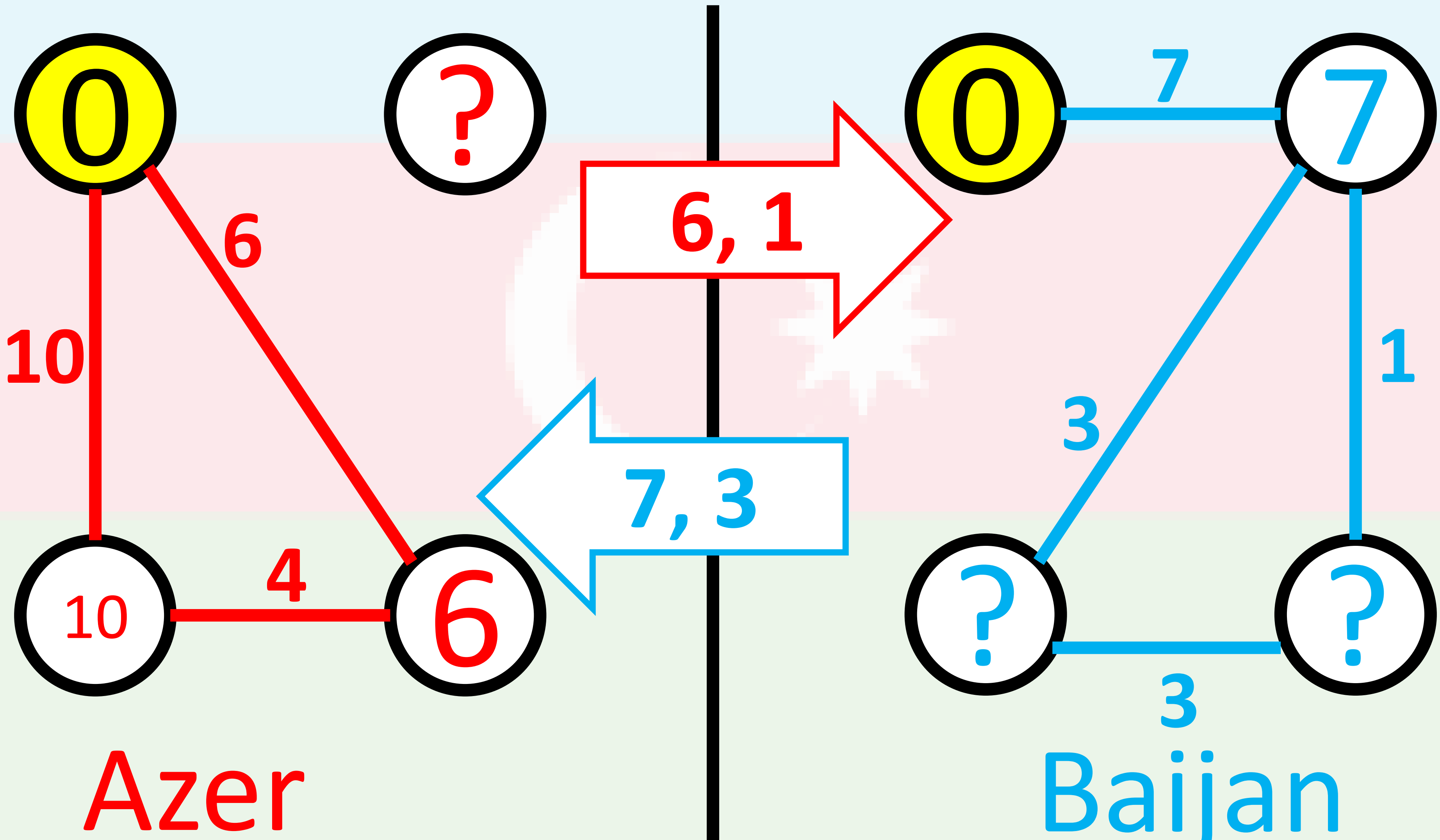


考察

- 各段階で最小距離とその頂点番号を送る

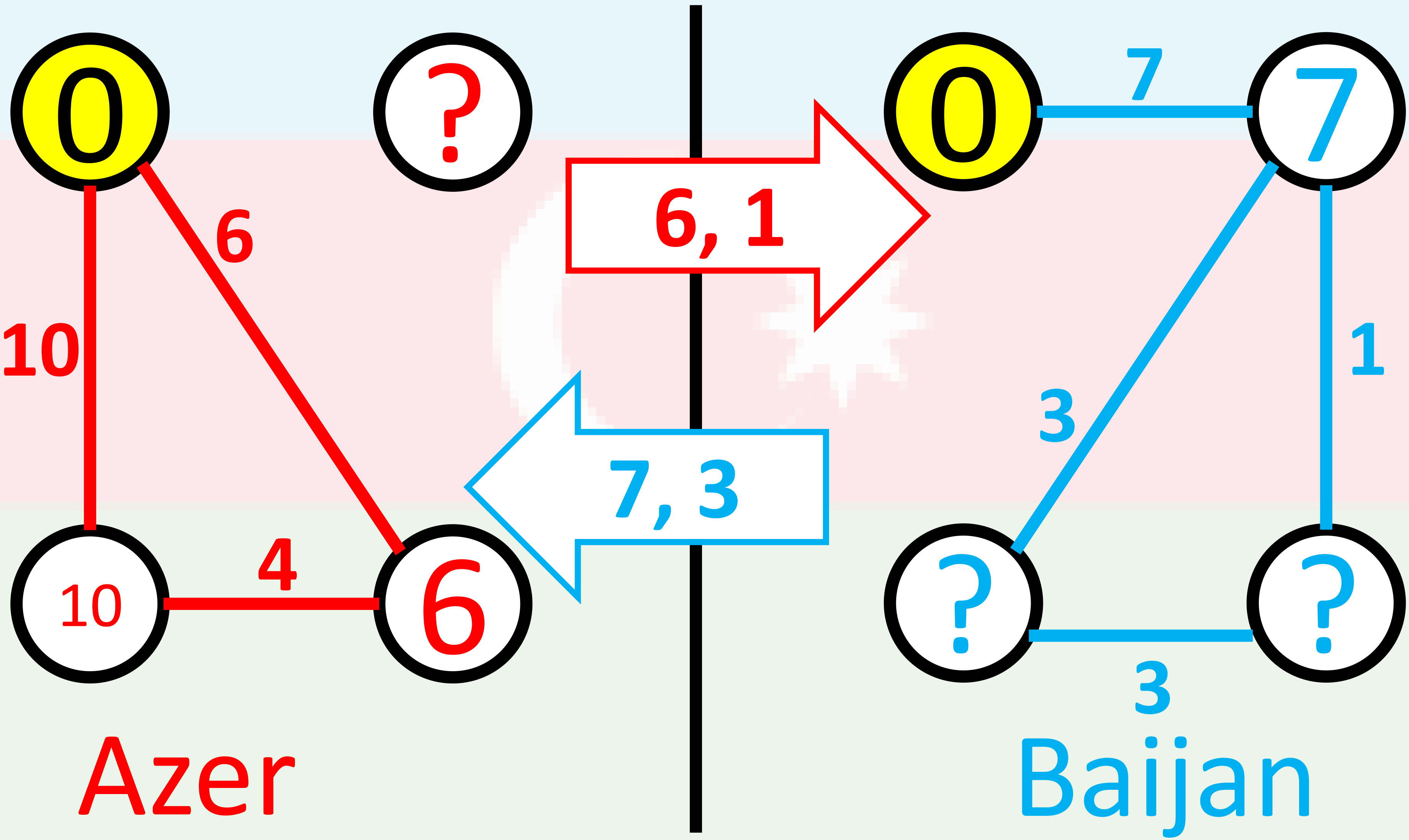
→ 各段階でO(1)
全体でO(N)

考察　最小距離と頂点番号を送る



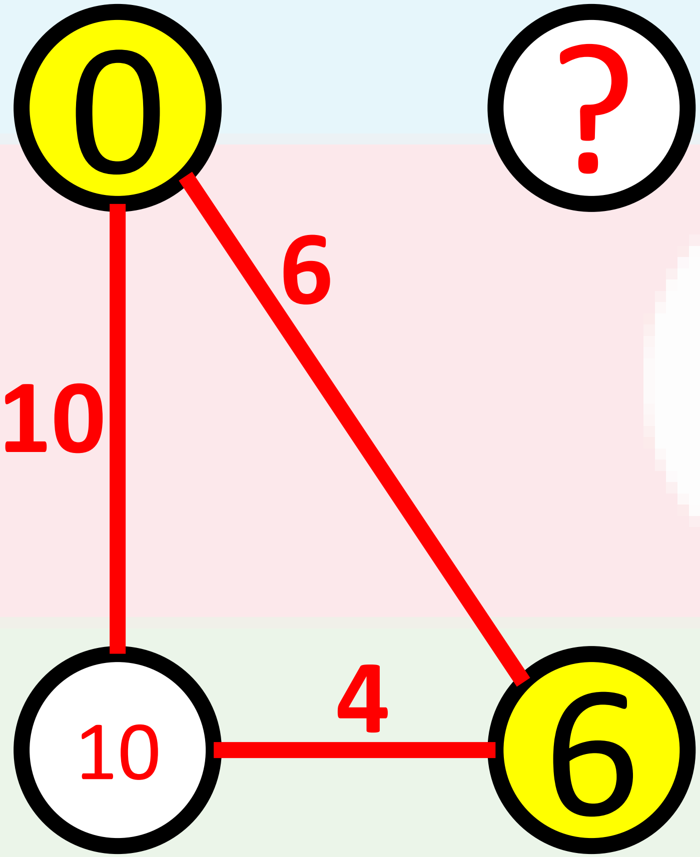
考察

7より6の方が小さい

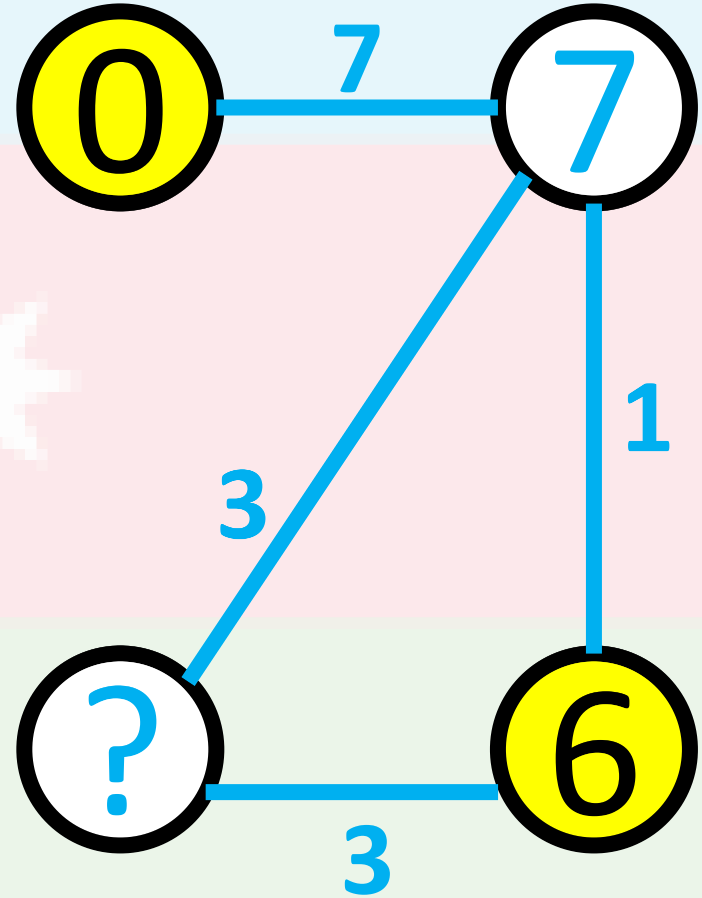


考察

7より6の方が小さい



Azer



Baijan

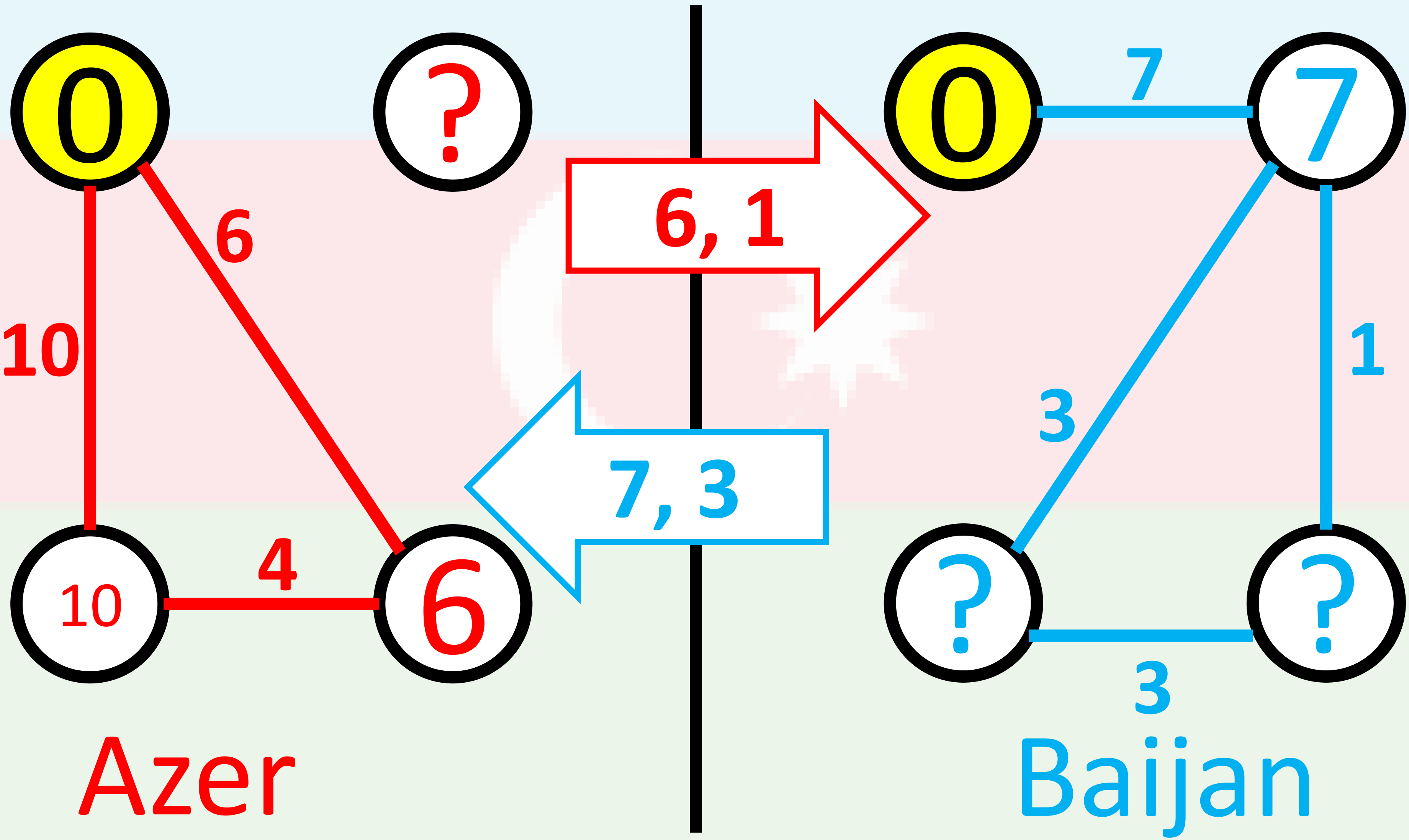
小課題4 (N ≦ 900)

- 1頂点あたり送るのは
  (距離, 頂点) × 2
  (20 + 11) × 2 = 62 bit

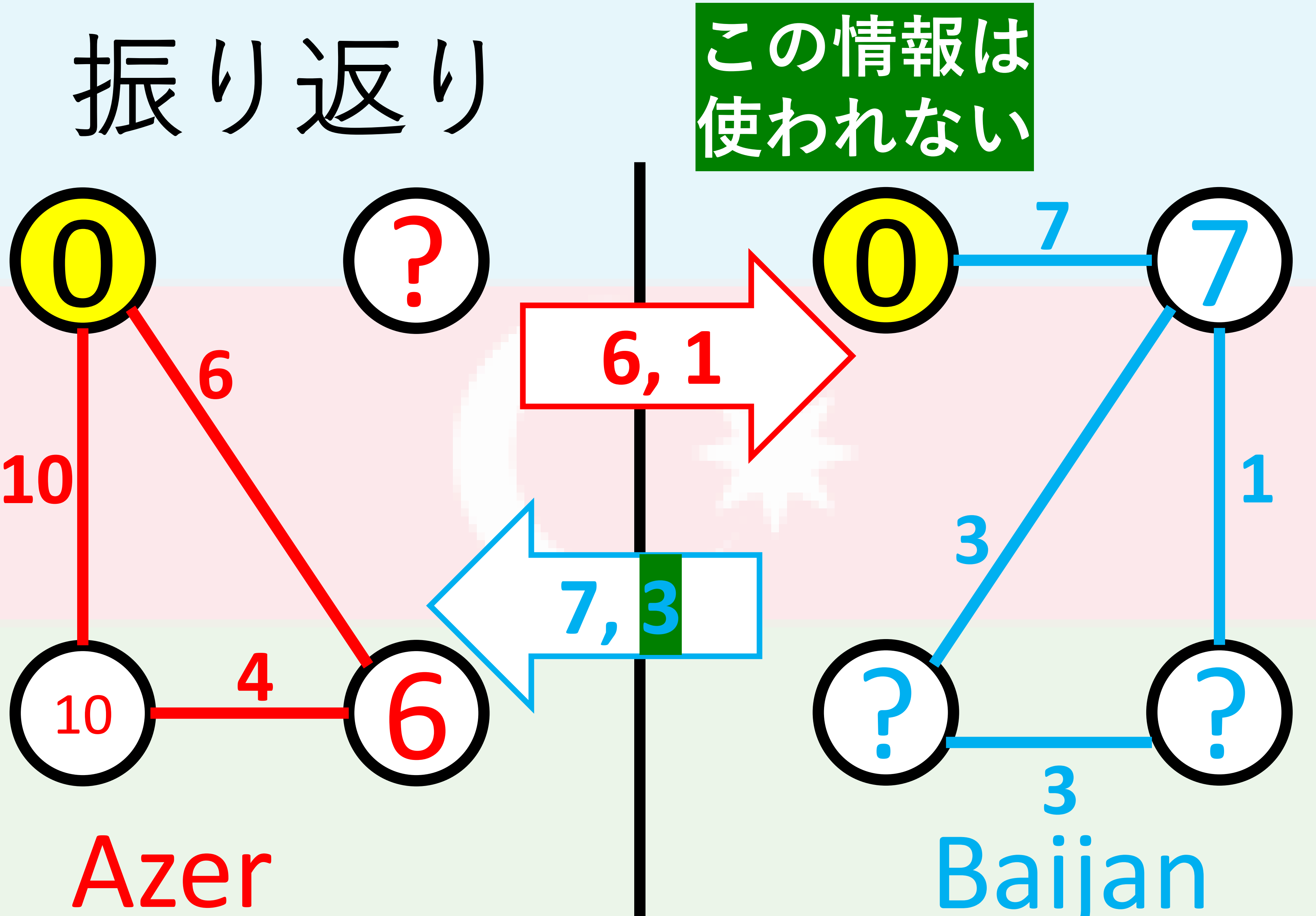
小課題4 (N ≦ 900)

- 1頂点あたり送るのは
  (距離, 頂点) × 2
  (20 + 11) × 2 = 62 bit
- N ≦ 58,000 / 62 ≒ 935
  で解ける

振り返り



振り返り

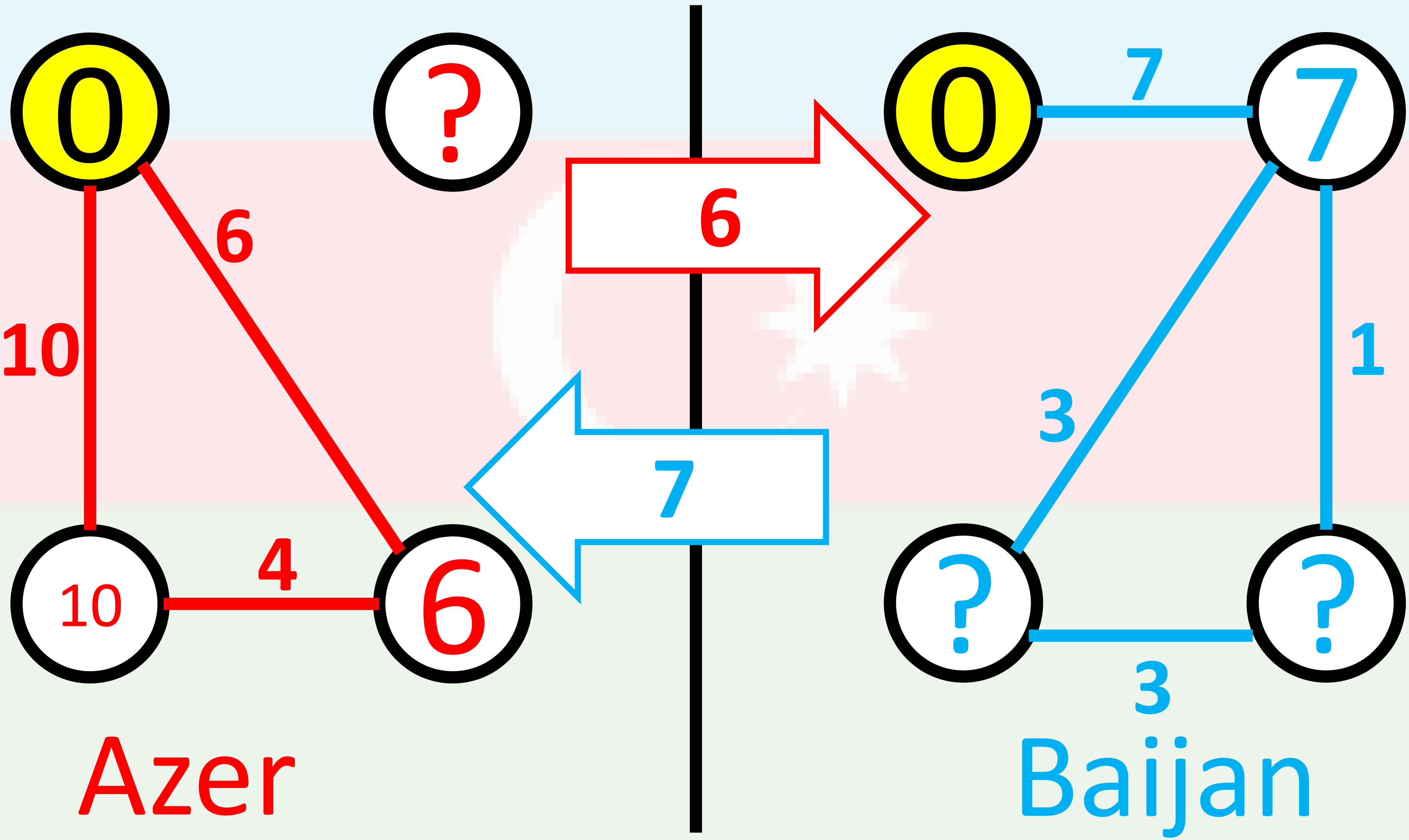


改善①

- 頂点番号は、距離が小さい方だけ送る

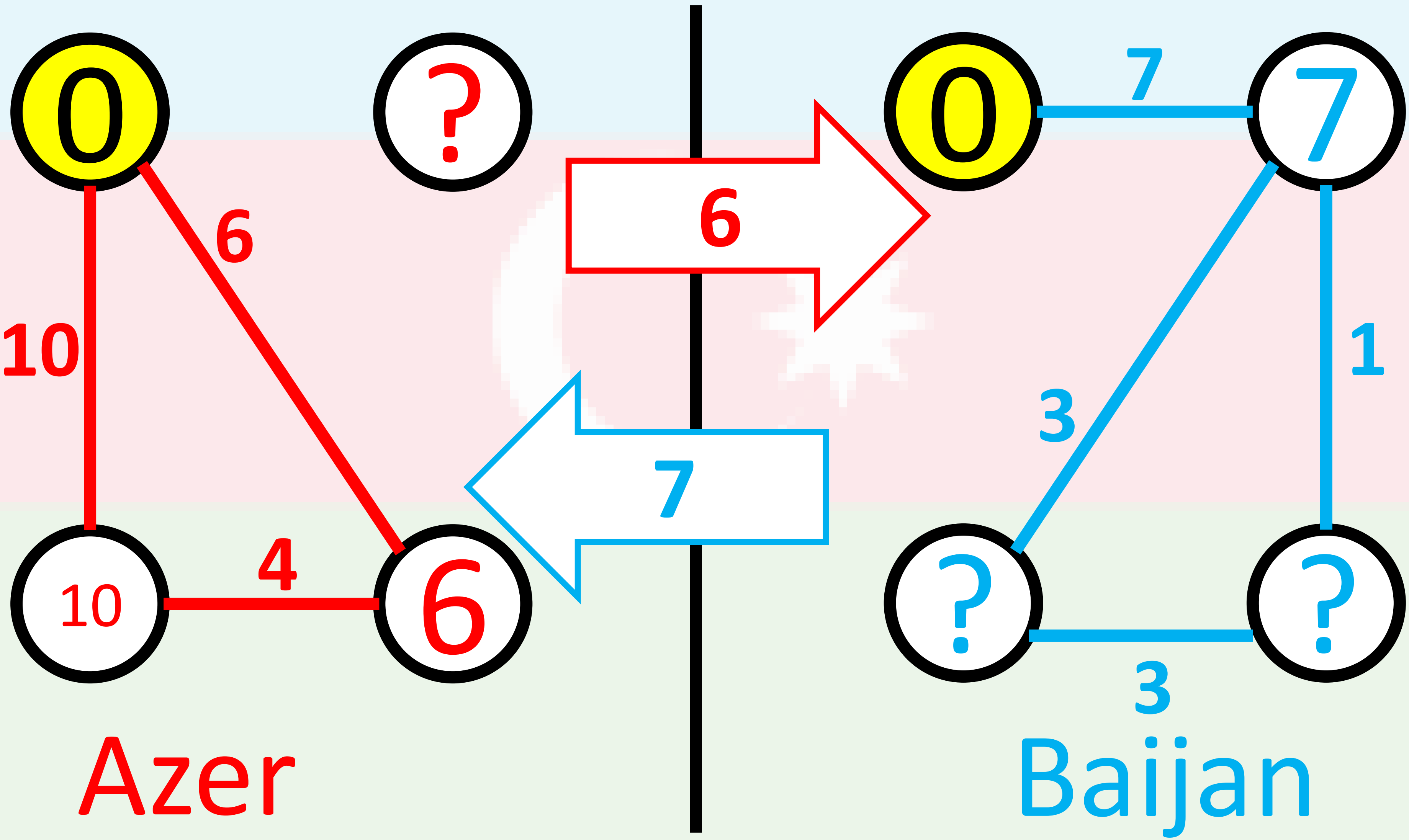
改善①

距離情報だけ送る

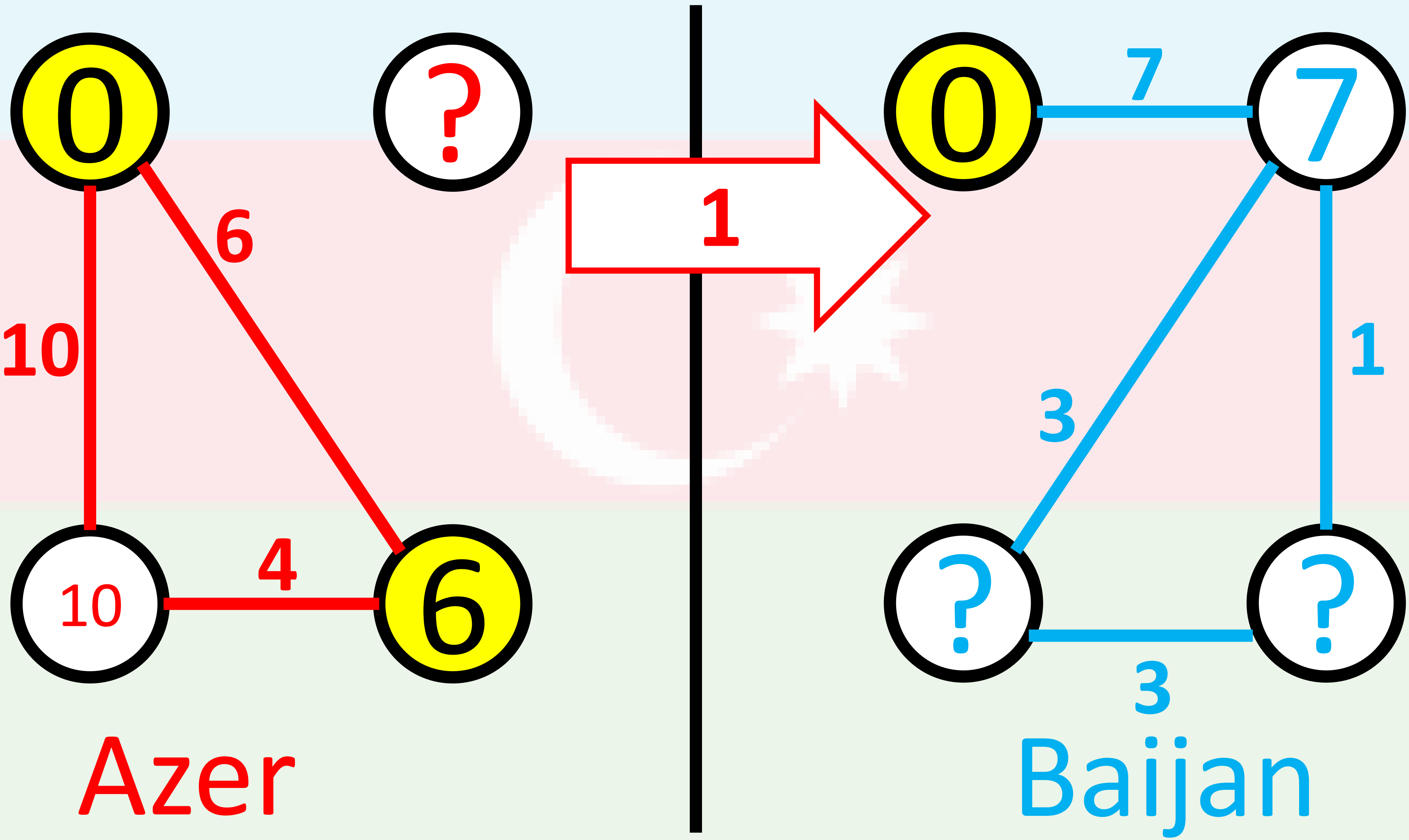


改善①

7より6の方が小さい

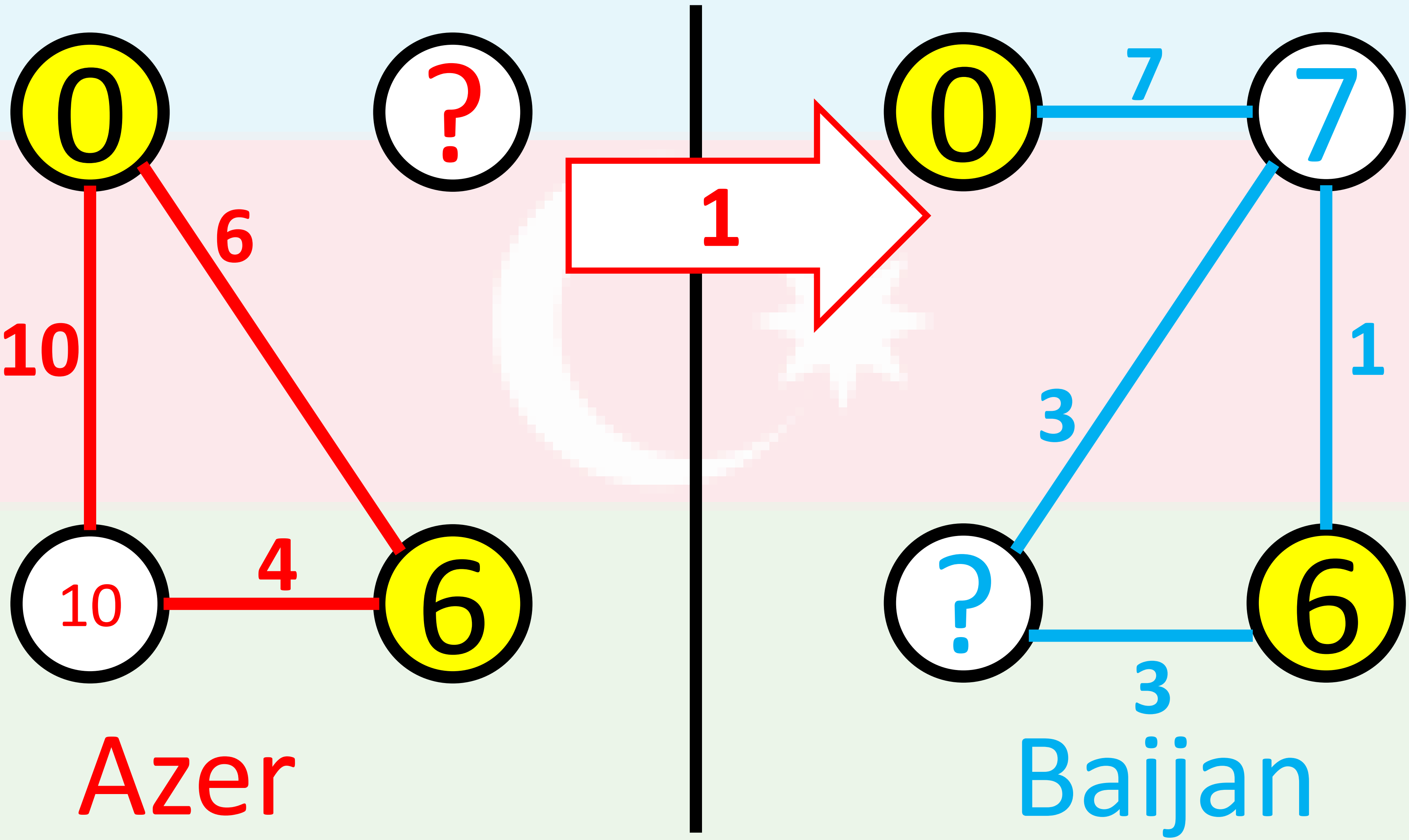


改善① 頂点番号は後から送る



改善①

頂点番号は後から送る



改善①

- 1頂点あたり送るのは
  (距離) × 2 + (頂点)
  20×2 + 11 = 51bit

改善①

- 1頂点あたり送るのは
  (距離) × 2 + (頂点)
  20×2 + 11 = 51bit
- N ≦ 58,000 / 51 ≒ 1,137
  小課題5(N≦1,100)が通る

考察

- Dijkstra法では
  距離が小さい順に求まる

考察

- Dijkstra法では
  距離が小さい順に求まる
- ある段階で距離 z が求まる

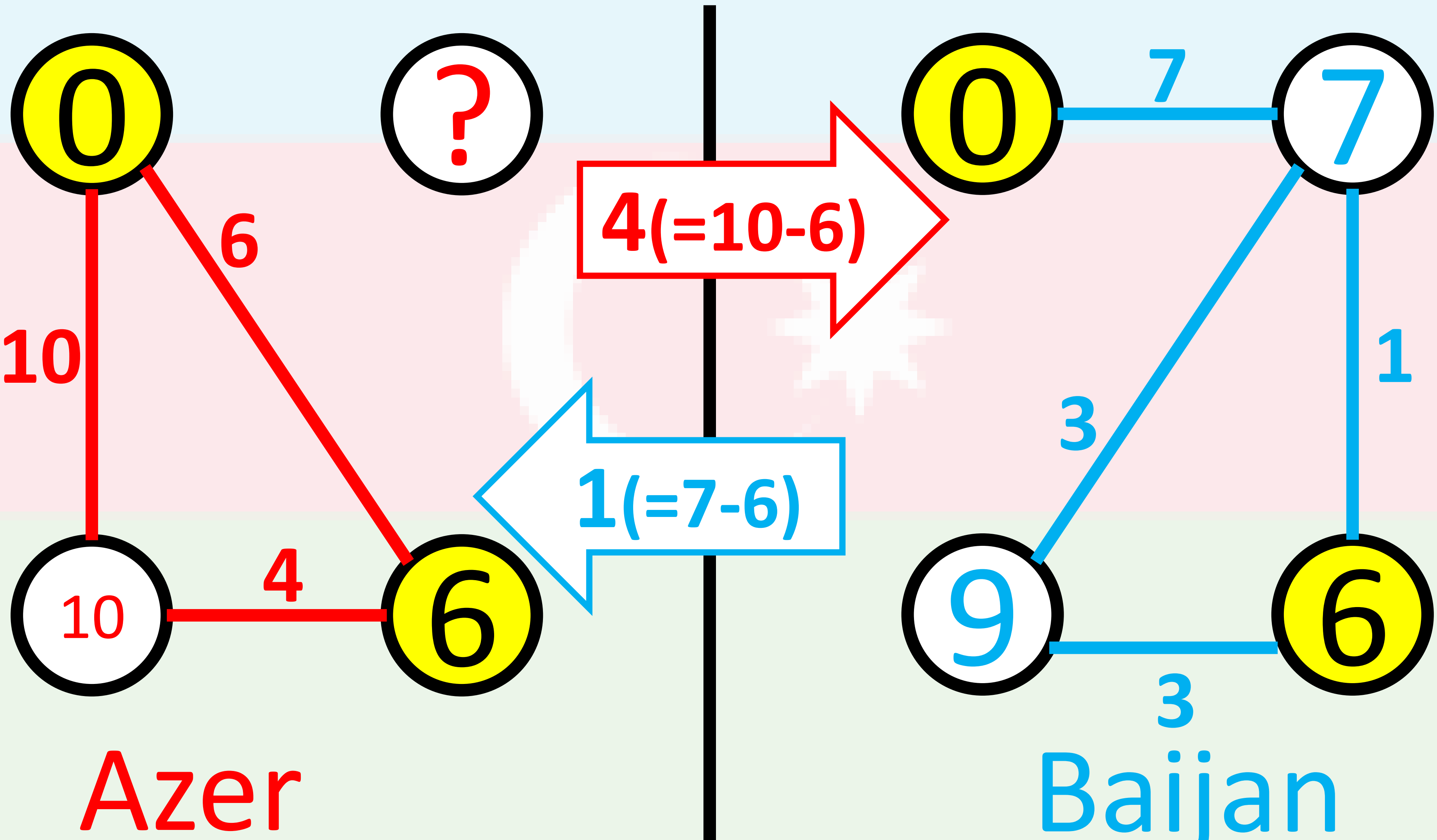
→次段階での距離は z 以上
- 逆に z + (重みの最大) 以下

改善②

- 真の距離の代わりに**前段階での距離との差**を送る
- これは 重みの最大(=500)以下なので 9 bit

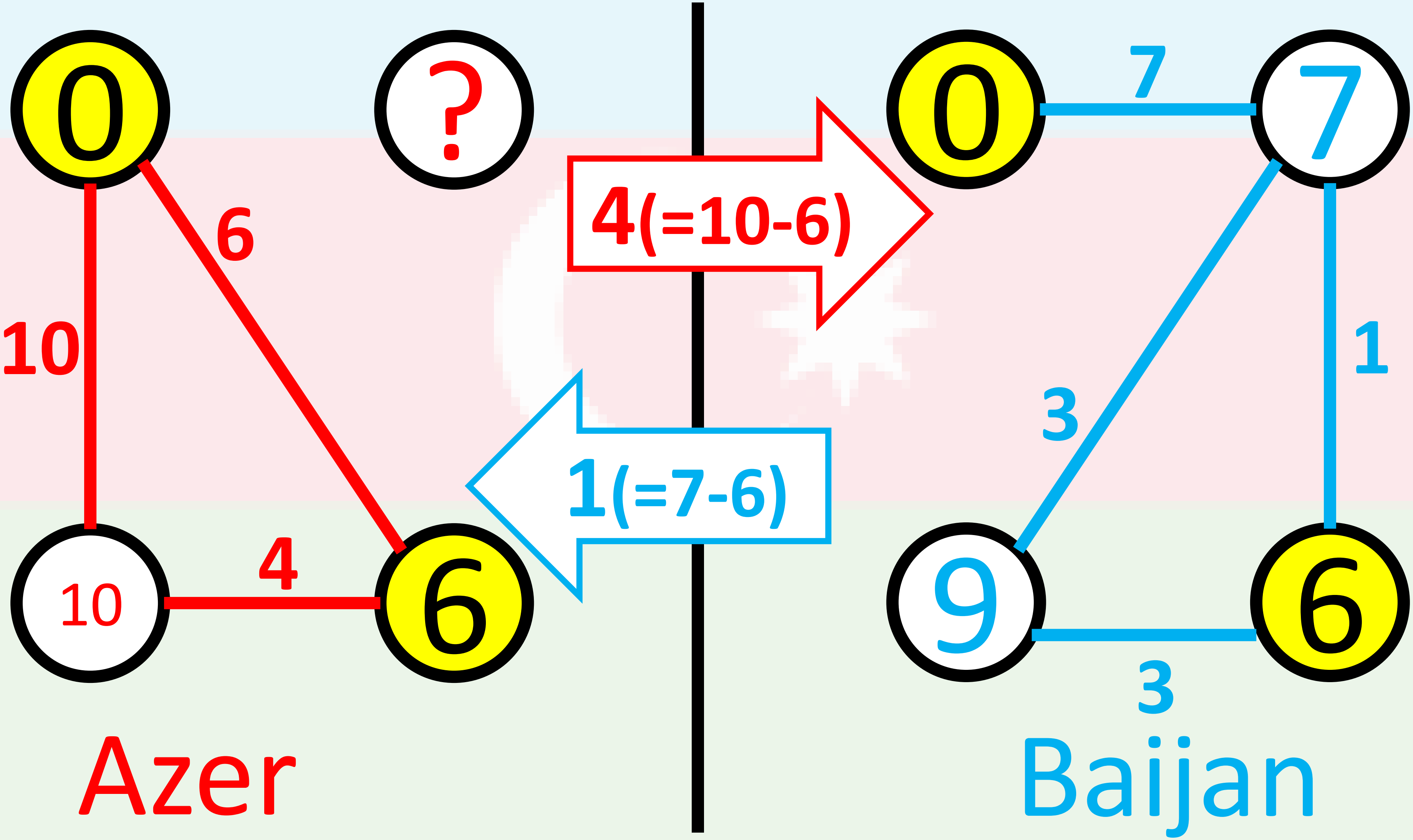
改善②

前段階での距離(6)
との差を送る



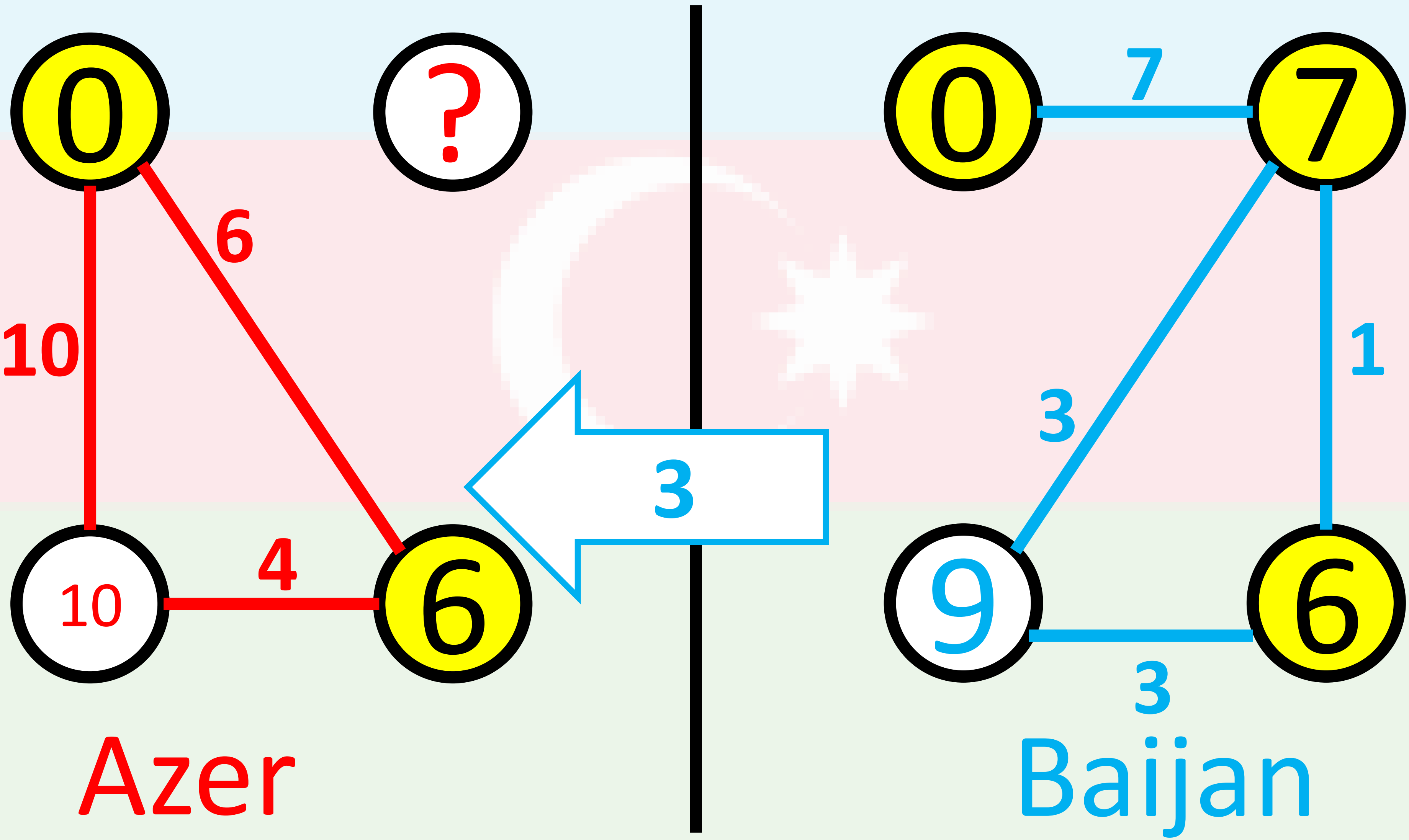
改善②

4より1の方が小さい



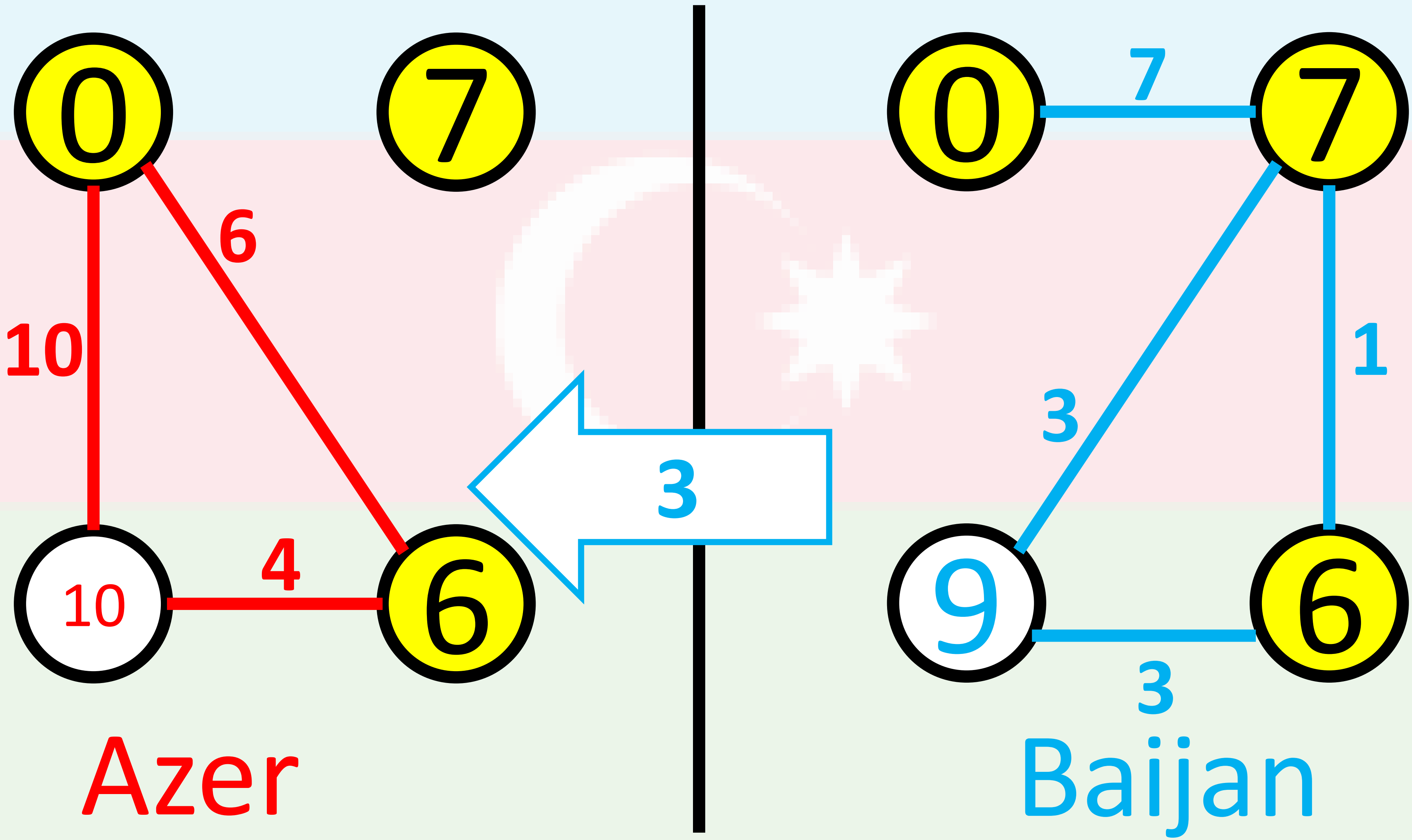
改善②

頂点番号を送る



改善②

頂点番号を送る



改善②

- 1頂点あたり送る情報は
  $9 \times 2 + 11 = 29\text{bit}$
- $N \leqq 58{,}000 / 29 \fallingdotseq 2{,}000$
  満点

※改善①をせずに②だけすると
1頂点あたり**40bit**で小課題**6**が通る

得点分布