

ボディーガード(Bodyguard)

解説:星井智仁

問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数

問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数

問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数←なぜ？

問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数←なぜ？

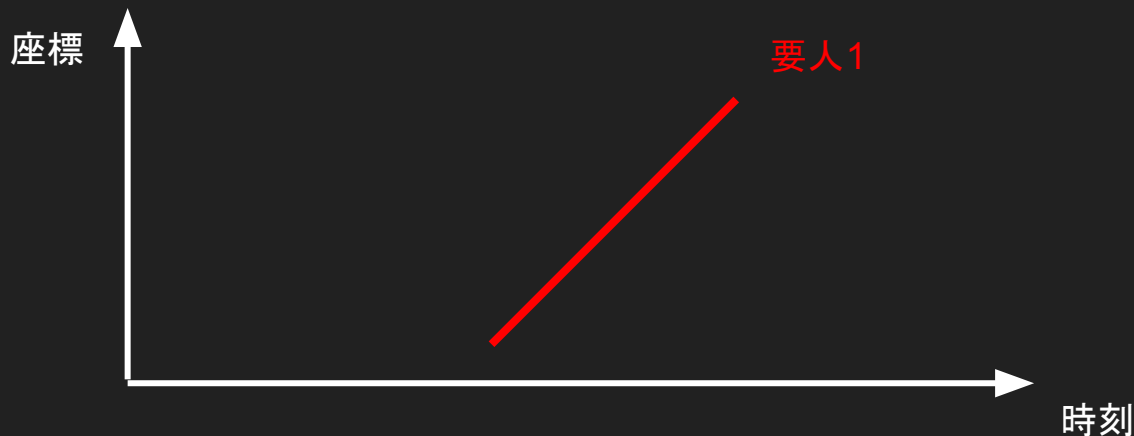


問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数 ← なぜ？

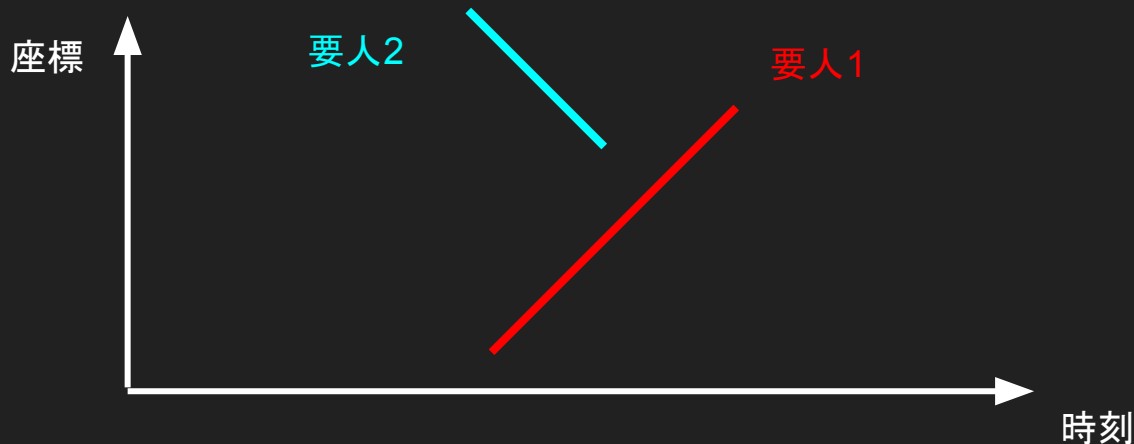


問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数 ← なぜ？

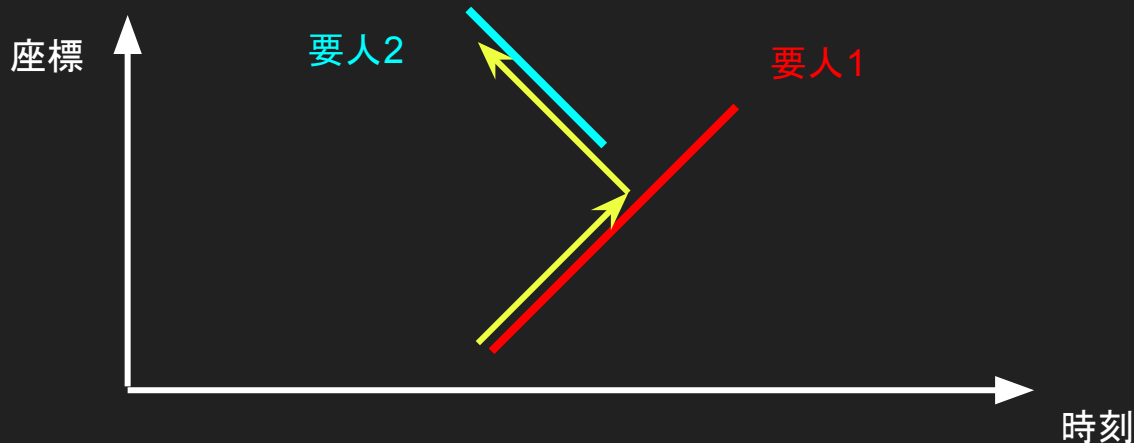


問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数 ← なぜ？

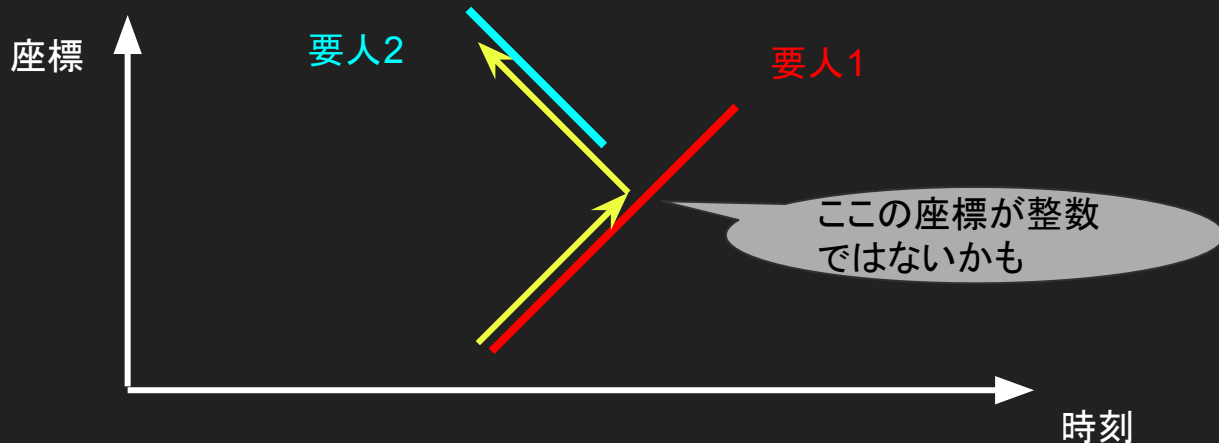


問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数 ← なぜ？

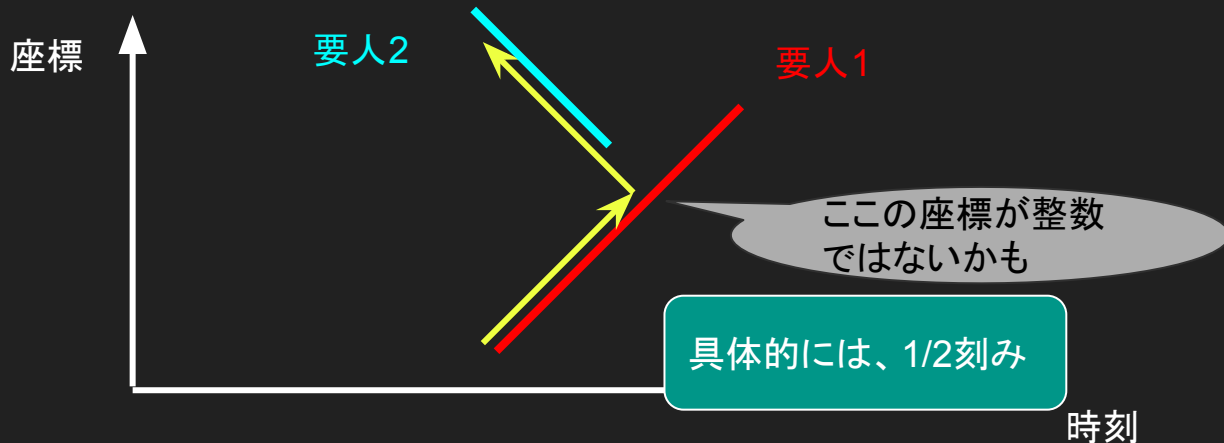


問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i に座標 X_i から動き始めた時、報酬の最大値を求めよ

<制約>

- $N \leq 2800$
- $Q \leq 3 \times 10^6$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数 ← なぜ？



問題概要

- 要人 i は時刻 T_i に座標 A_i を出発して、速度1で移動し、時刻 $T_i + |A_i - B_i|$ に座標 B_i に到着する
- 要人 i と一緒にいる時間 $\times C_i$ だけ報酬が貰える
- 時刻 P_i

<制約>

- $N \leq 28$
- $Q \leq 3 \times 10^5$
- $T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9$
- C_i は偶数 ← なぜ？

座標・時刻を2倍して考える

この座標が整数
ではないかも

具体的には、1/2刻み

時刻

小課題1(6点)

<制約>

$$T_i, A_i, B_i, P_i, X_i \leq 3000$$

小課題1(6点)

<制約>

$$T_i, A_i, B_i, P_i, X_i \leq 3000$$

小課題1(6点)

<制約>

$$T_i, A_i, B_i, P_i, X_i \leq 3000$$

DP[今の時刻][今の座標]=今後得られる報酬の最大値

時間を遡るように動的計画法をします 遷移に毎回 $O(N)$ かけるとTLEします

工夫しましょう

DPは $O(\text{座標}_{\max} \times \text{時刻}_{\max})$ 遷移を調べるのに $O(\sum |A_i - B_i|)$ とか

小課題2(7点)

Q=1

小課題2(7点)

Q=1

小課題2(7点)

Q=1←よくわからない

小課題2(7点)

Q=1←よくわからない

終

制作・著作

JOI

解けないときは

1. もっと考察

問題の性質を追求しよう、がんばれ

解けないときは

1. もっと考察

問題の性質を追求しよう、がんばれ

2. 制約からエスパー

与えられる数が小さかったり大きかったりするときすべきことは割と限られる 10^5 くらいが一番困る

解けないときは

1. もっと考察

問題の性質を追求しよう、がんばれ

2. 制約からエスパー

与えられる数が小さかったり大きかったりするときすべきことは割と限られる 10^5 くらいが一番困る

3. 実験

手を動かして実際にやってみよう 絵を描いてみるのもよかったり

解けないときは

1. もっと考察

問題の性質を追求しよう、がんばれ

2. 制約からエスパー

与えられる数が小さかったり大きかったりするときすべきことは割と限られる 10^5 くらいが一番困る

3. 実験

手を動かして実際にやってみよう 絵を描いてみるのもよかったり

4. 解法全列挙

自分の知っている解法を総ざらいして、この問題に当てはめられないか考える

解けないときは

1. もっと考察

問題の性質を追求しよう、がんばれ

2. 制約からエスパー

与えられる数が小さかったり大きかったりするときすべきことは割と限られる 10^5 くらいが一番困る

3. 実験

手を動かして実際にやってみよう 絵を描いてみるのもよかったり

4. 解法全列挙

自分の知っている解法を総ざらいして、この問題に当てはめられないか考える

5. 他の問題を考える

時には逃げることも戦略のうち

解けないときは

1. もっと考察

問題の性質を追求しよう、がんばれ

2. 制約からエスパー

与えられる数が小さかったり大きかったりするときすべきことは割と限られる 10^5 くらいが一番困る

3. 実験

手を動かして実際にやってみよう 絵を描いてみるのもよかったり

4. 解法全列挙

自分の知っている解法を総ざらいして、この問題に当てはめられないか考える

5. 他の問題を考える

時には逃げることも戦略のうち

小課題2(7点)

Q=1

小課題2(7点)

Q=1

$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

小課題2(7点)

Q=1

$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

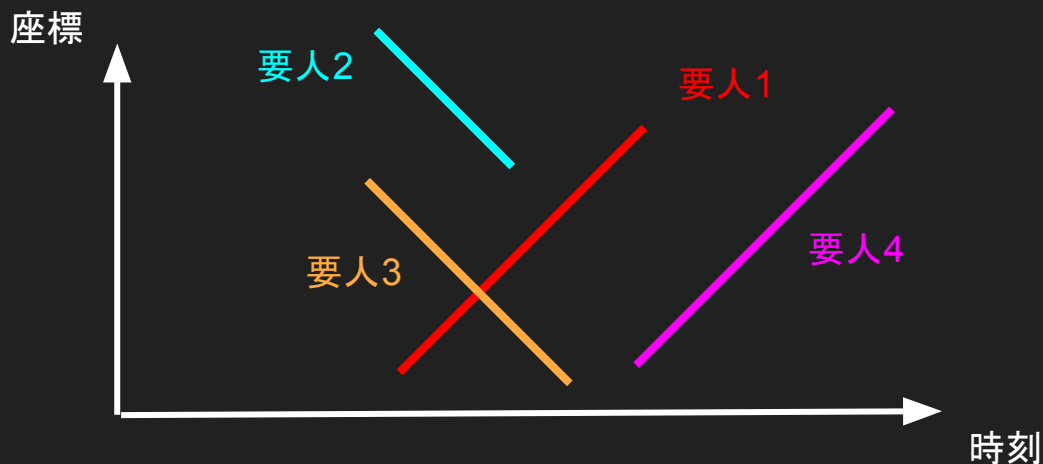
$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい

小課題2(7点)

Q=1

$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい

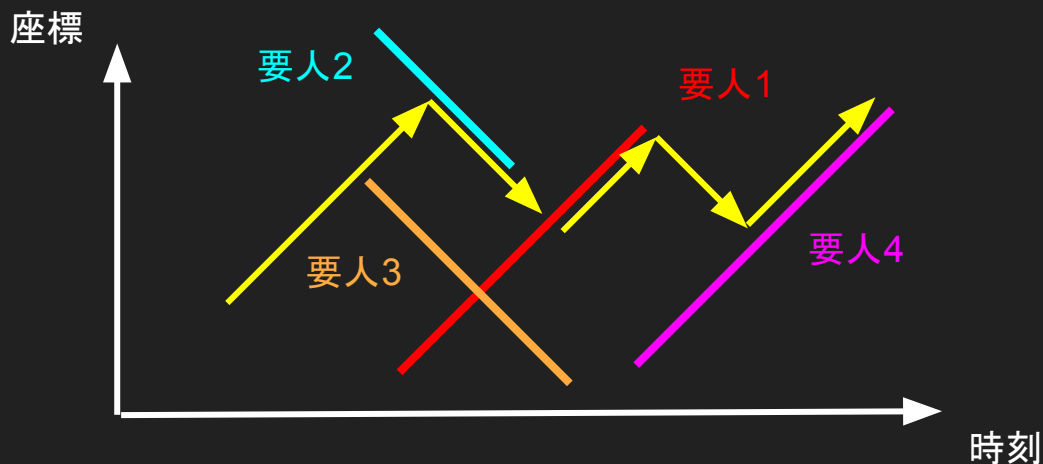


小課題2(7点)

Q=1

$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい



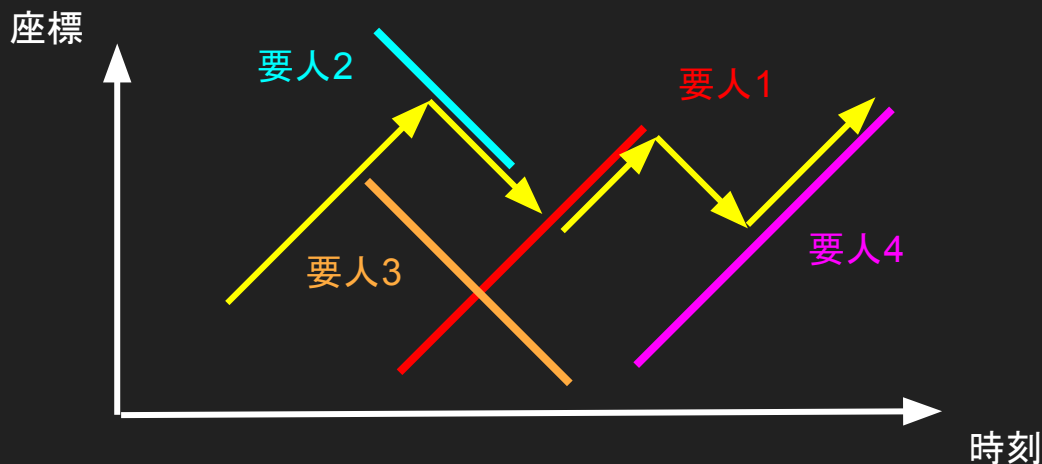
小課題2(7点)

Q=1

$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい

座標を圧縮したいが動きは斜め



小課題2(7点)

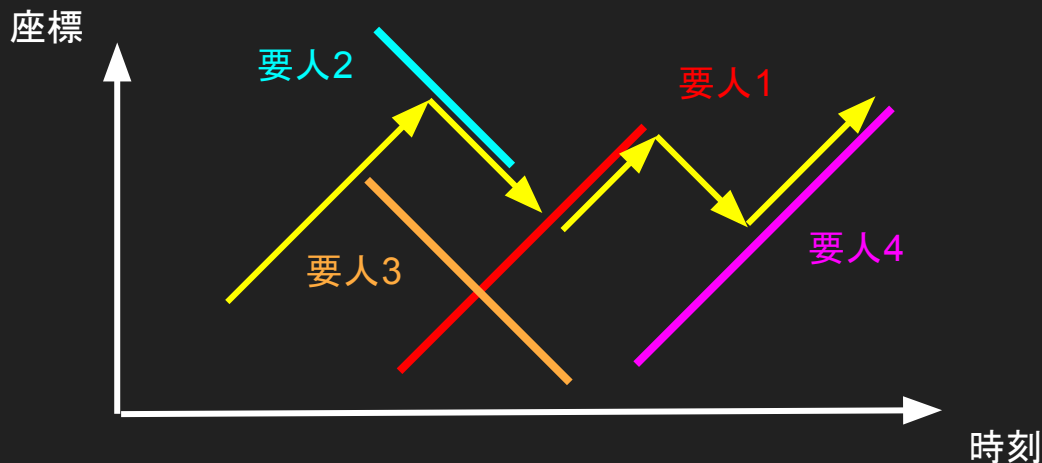
Q=1

$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい

座標を圧縮したいが動きは斜め

どうしよう



小課題2(7点)

Q=1

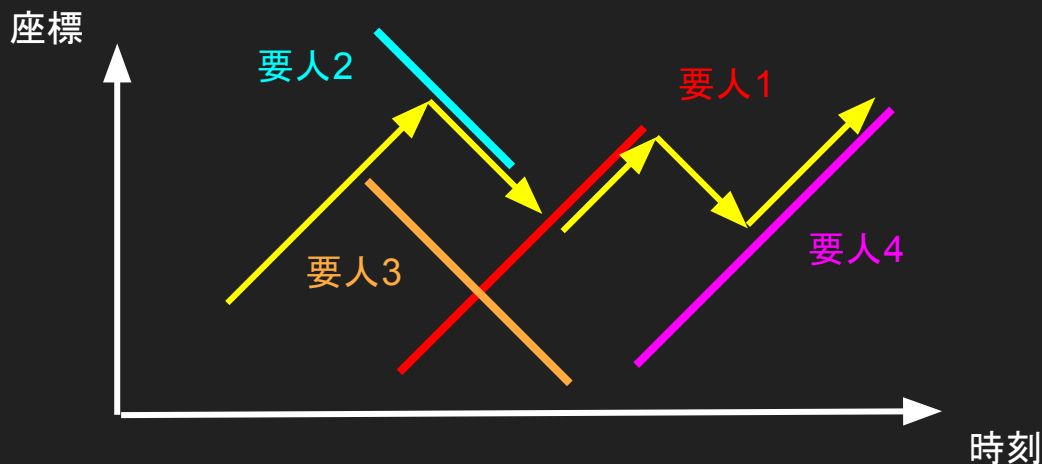
$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい

座標を圧縮したいが動きは斜め

どうしよう

→45度回転させればいい感じ



小課題2(7点)

Q=1

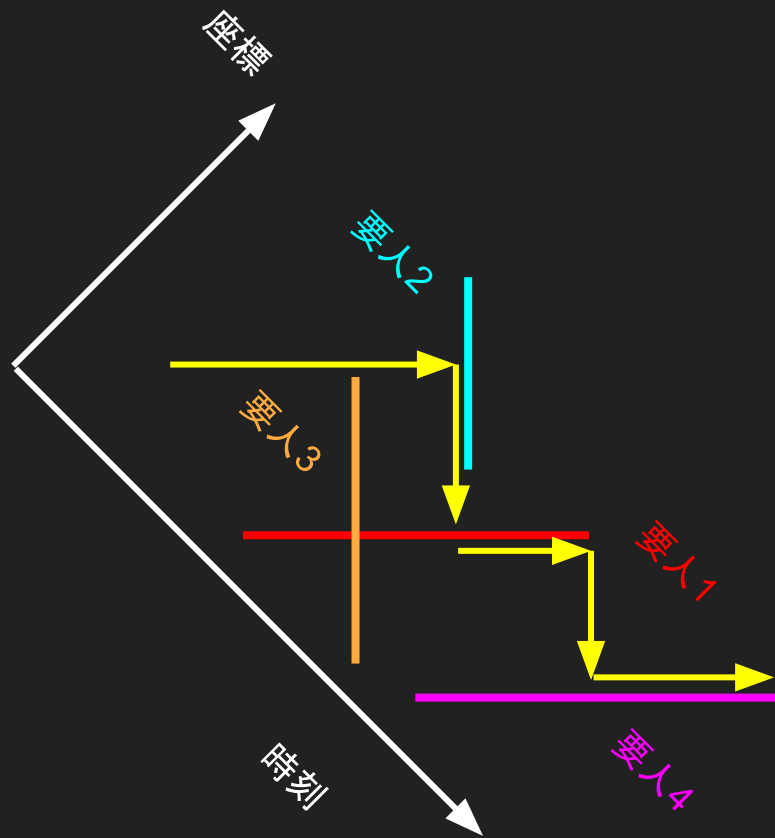
$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい

座標を圧縮したいが動きは斜め

どうしよう

→45度回転させればいい感じ



小課題2(7点)

Q=1

$N \leq 2800 \leftarrow O(N^2)$ とか $O(N^2 \log N)$ くらい？

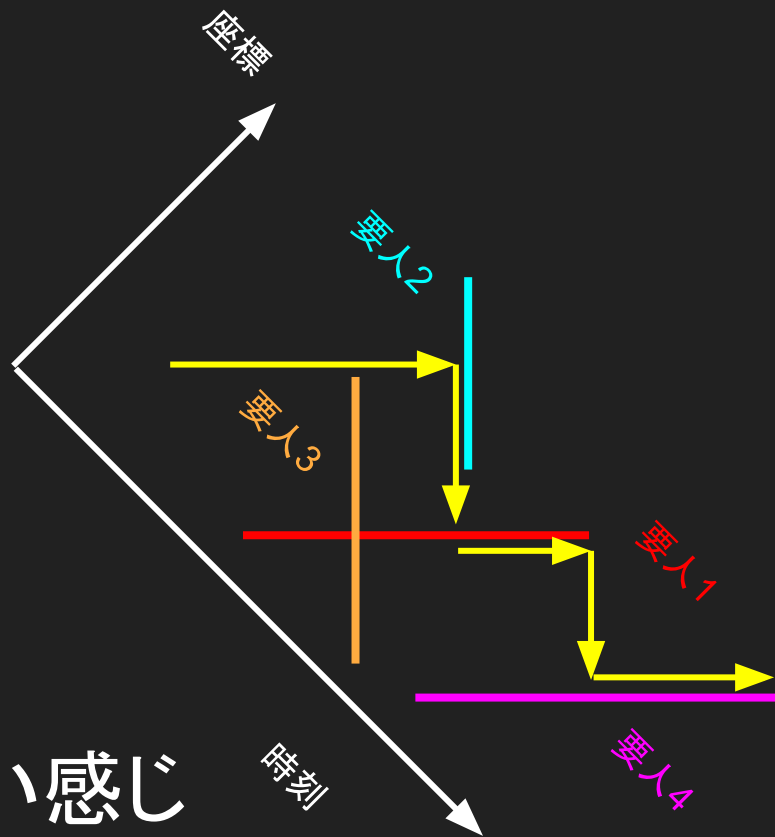
$T_i, A_i, B_i, C_i, P_i, X_i \leq 10^9 \leftarrow$ 座標を圧縮したい

座標を圧縮したいが動きは斜め

どうしよう

→45度回転させればいい感じ

→45度回転させればいい感じ



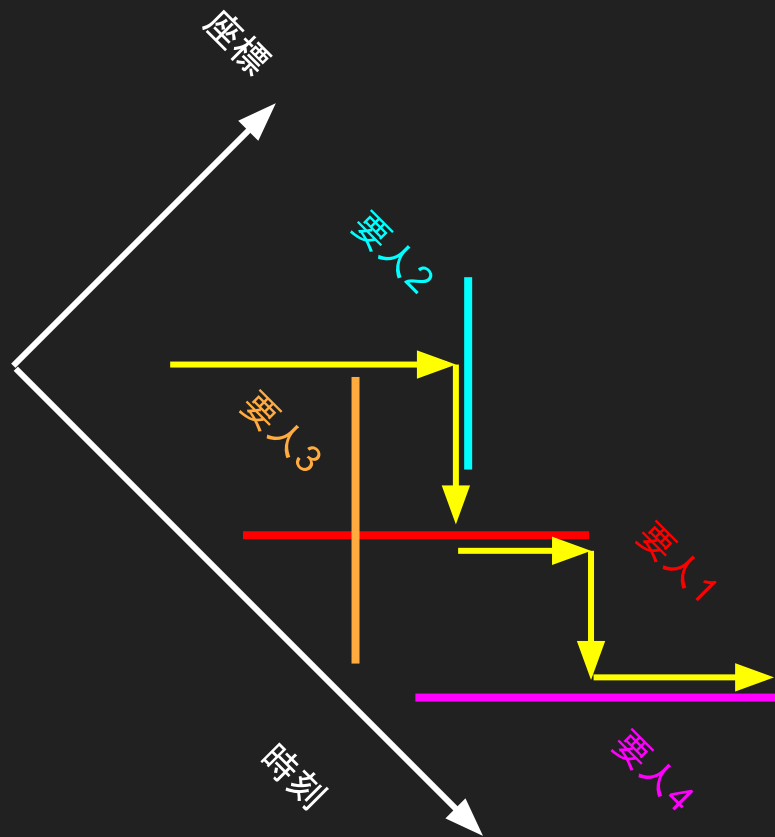
小課題2(7点)

45度回転したそれぞれの線分の座標と
クエリの始点を座標圧縮して
時系列の早い方からDP

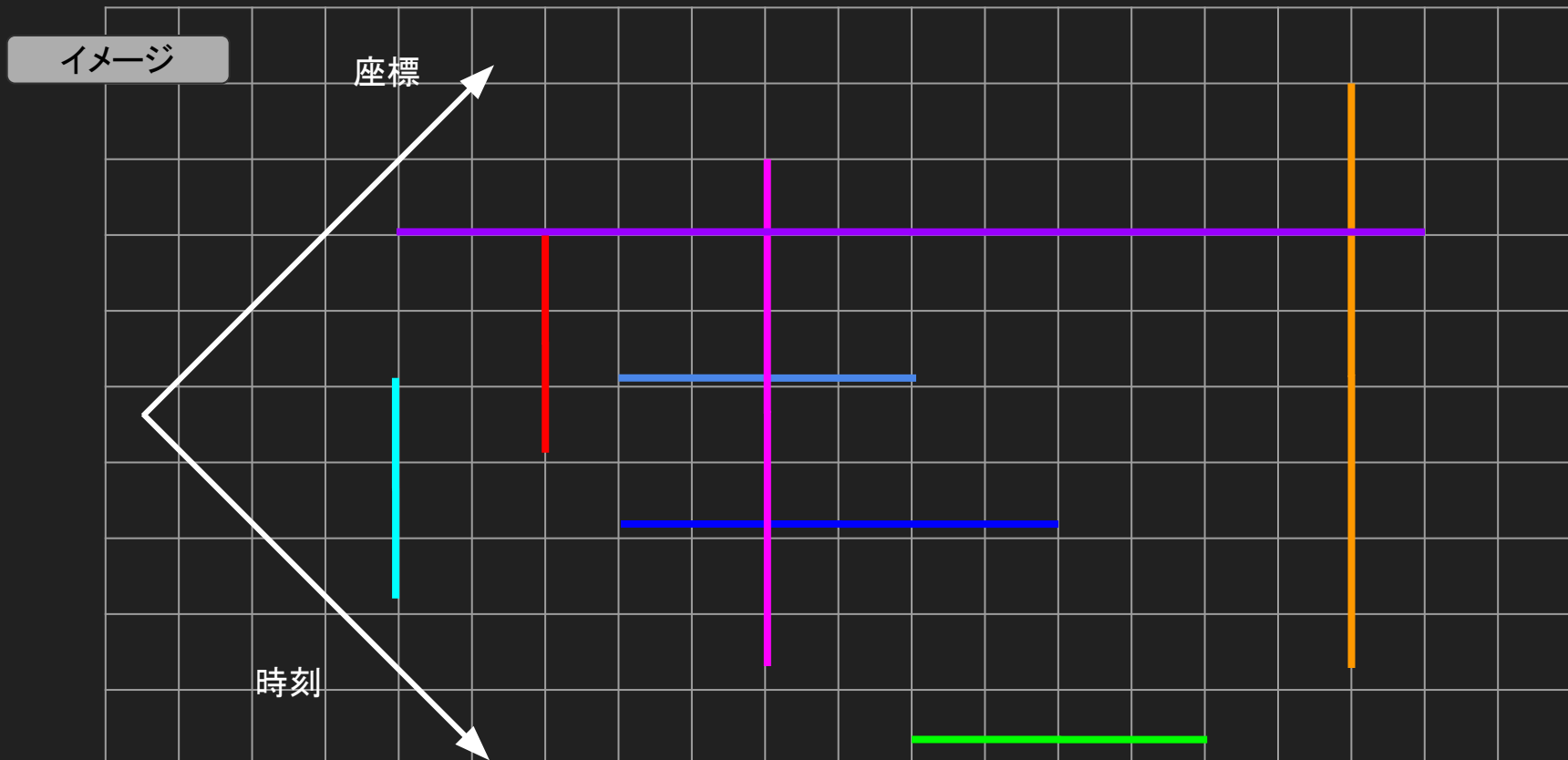
座標圧縮に $O(N \log N)$

DPに $O(N^2)$

$O(N^2)$ で解きました

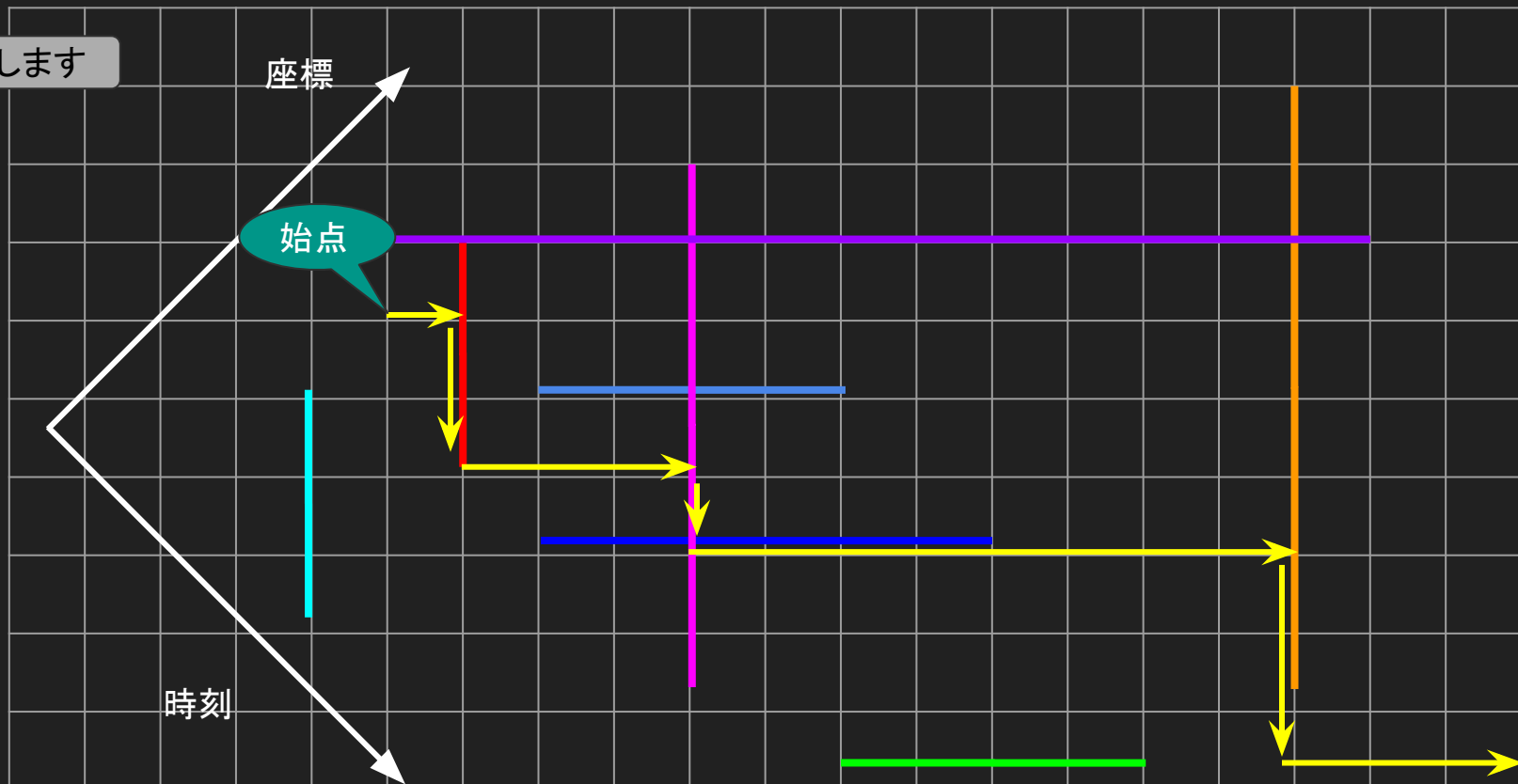


小課題2(7点)



小課題2(7点)

DPをします



小課題3(15点)

45度回転したそれぞれの線分の座標と

クエリの始点を座標圧縮して

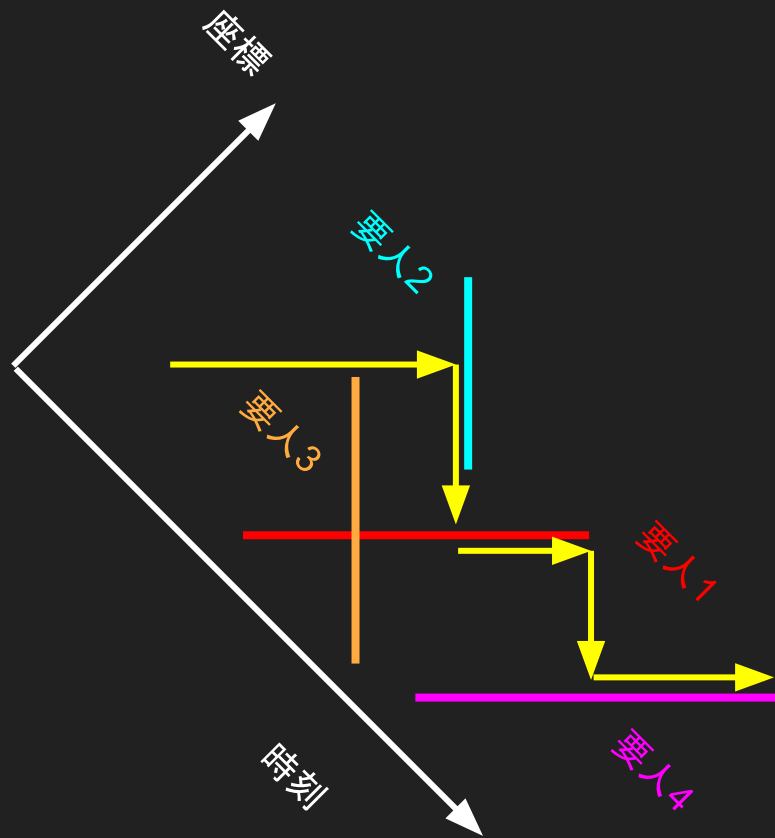
時系列の遅い方からDP

制約: $Q \leq 3000$

座標圧縮に $O((N+Q)\log(N+Q))$

DPに $O((N+Q)^2)$

$O((N+Q)^2)$ で解けました



小課題4(20点)

小課題2や3と同じように45度回転して座圧してDPLしたい

小課題4(20点)

小課題2や3と同じように45度回転して座圧してDPLしたい

制約: $Q \leq 40000$

小課題4(20点)

小課題2や3と同じように45度回転して座圧してDPLしたい

制約: $Q \leq 40000$

小課題3の解法だとDPIに $O((N+Q)^2)$

小課題4(20点)

小課題2や3と同じように45度回転して座圧してDPLしたい

制約: $Q \leq 40000$

小課題3の解法だとDPに $O((N+Q)^2)$

終

制作・著作

JOI

小課題4(20点)

小課題2や3と同じように45度回転して座圧してDPLしたい

制約: $Q \leq 40000$

小課題3の解法だとDPに $O((N+Q)^2)$

本当に各始点の座標も一緒に圧縮する必要がありますか？

小課題4(20点)

小課題2や3と同じように45度回転して座圧してDPLしたい

制約: $Q \leq 40000$

小課題3の解法だとDPに $O((N+Q)^2)$

本当に各始点の座標も一緒に圧縮する必要がありますか？

各始点の座標は遷移に関わらない

小課題4(20点)

小課題2や3と同じように45度回転して座圧してDPLしたい

制約: $Q \leq 40000$

小課題3の解法だとDPに $O((N+Q)^2)$

本当に各始点の座標も一緒に圧縮する必要がありますか？

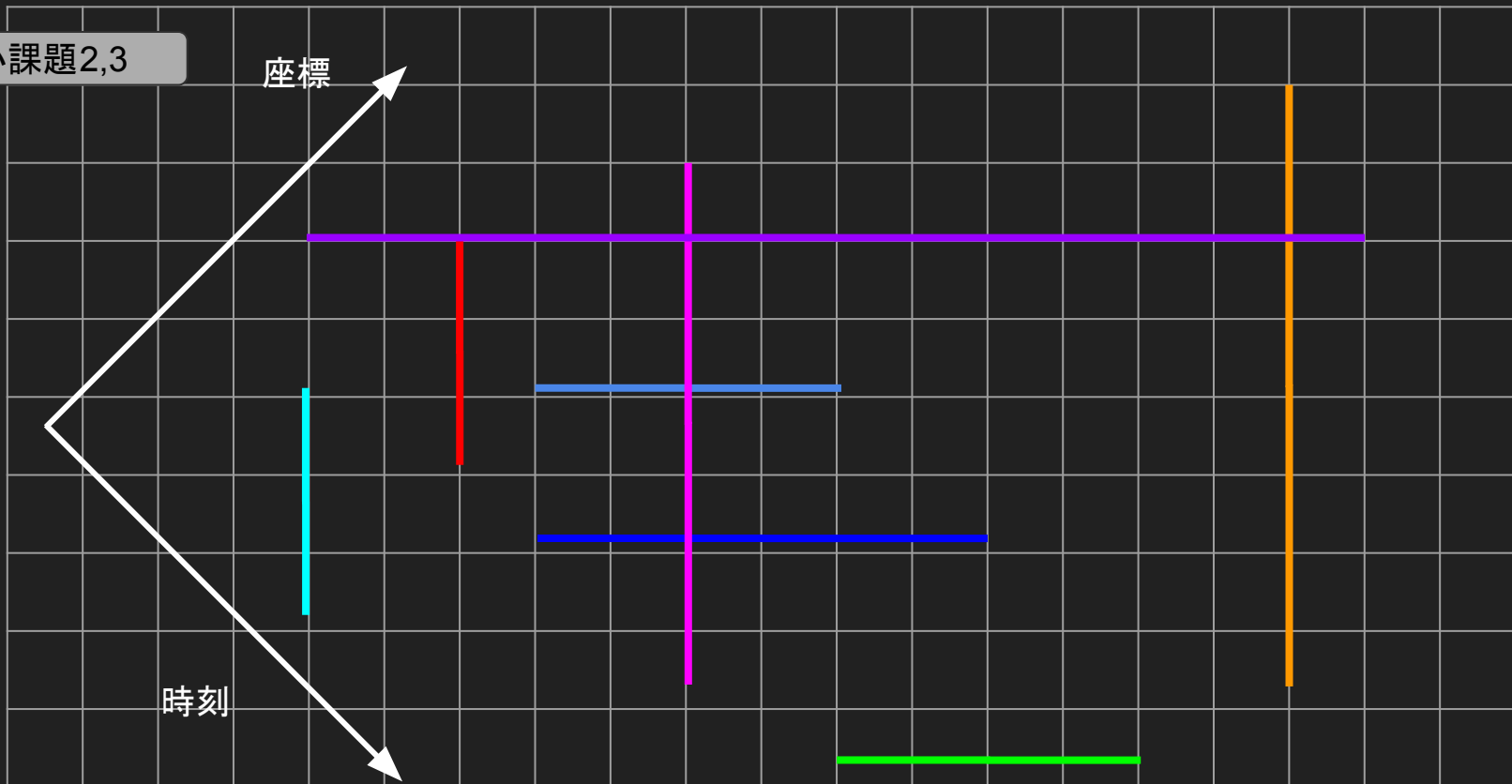
各始点の座標は遷移に関わらない→いらぬ

小課題4(20点)

小課題2,3

座標

時刻



小課題4(20点)

始点がグリッド上でないとき



小課題4(20点)

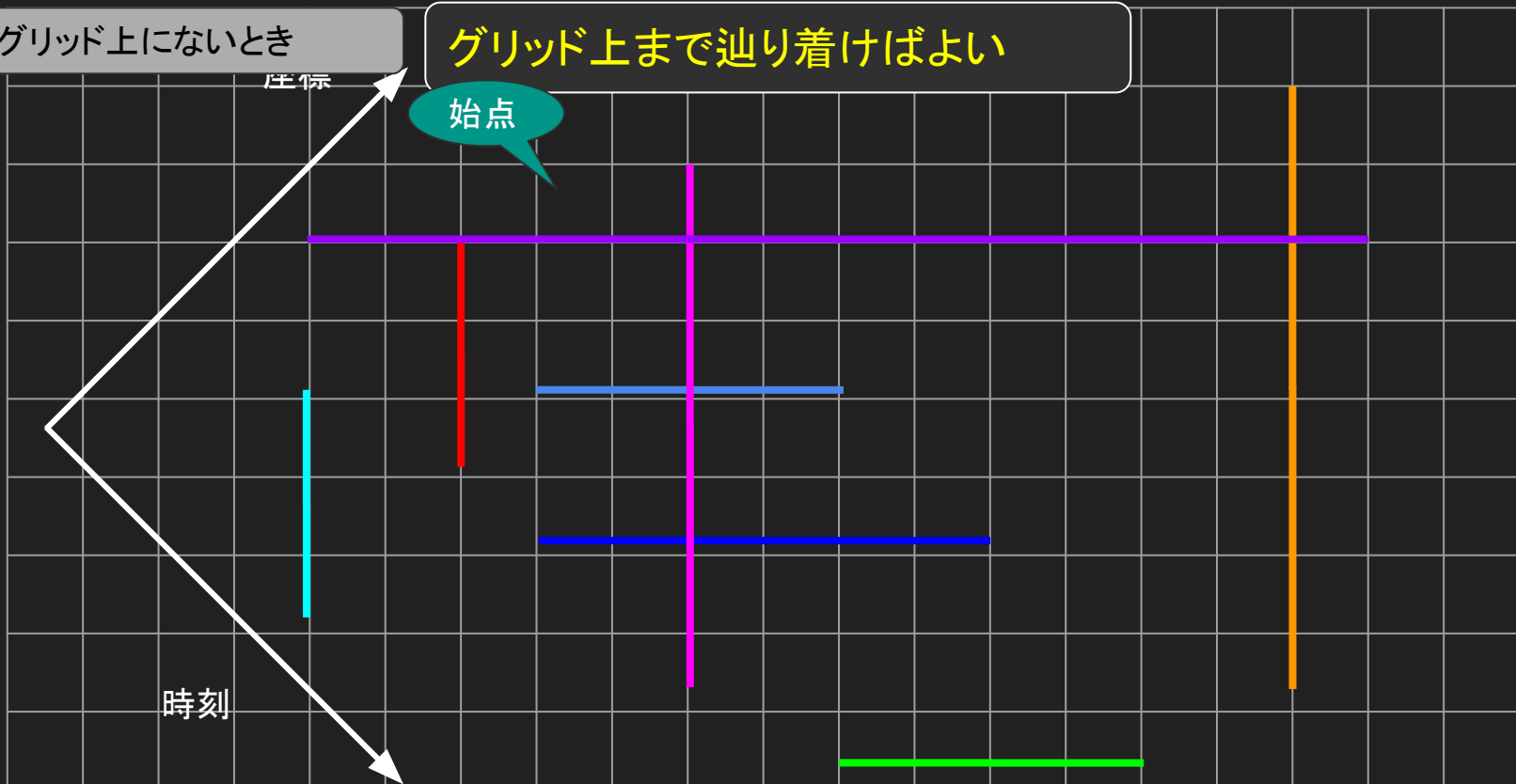
始点がグリッド上にないとき

グリッド上まで辿り着けばよい

座標

始点

時刻



小課題4(20点)

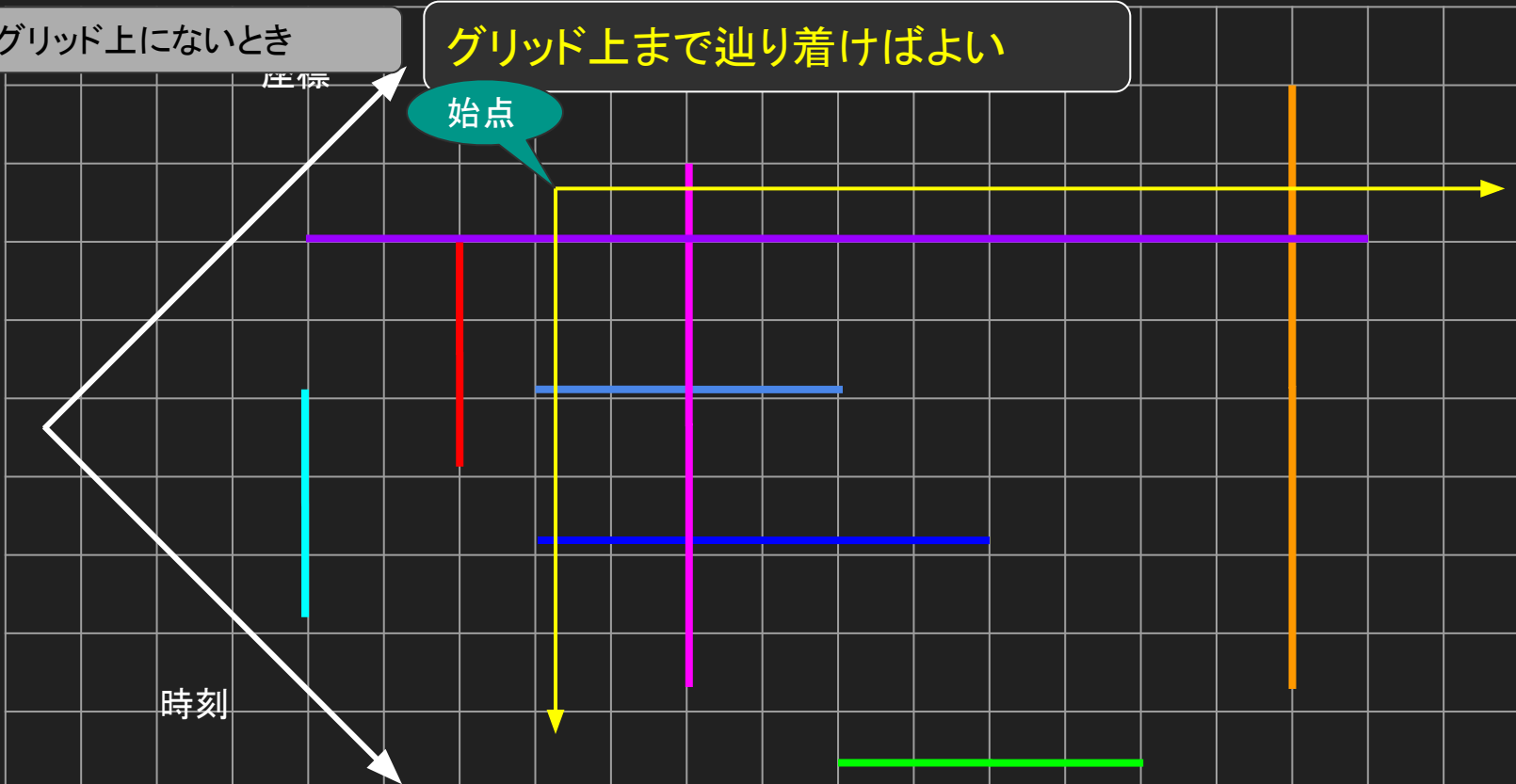
始点がグリッド上にないとき

グリッド上まで辿り着けばよい

始点

座標

時刻



小課題4(20点)

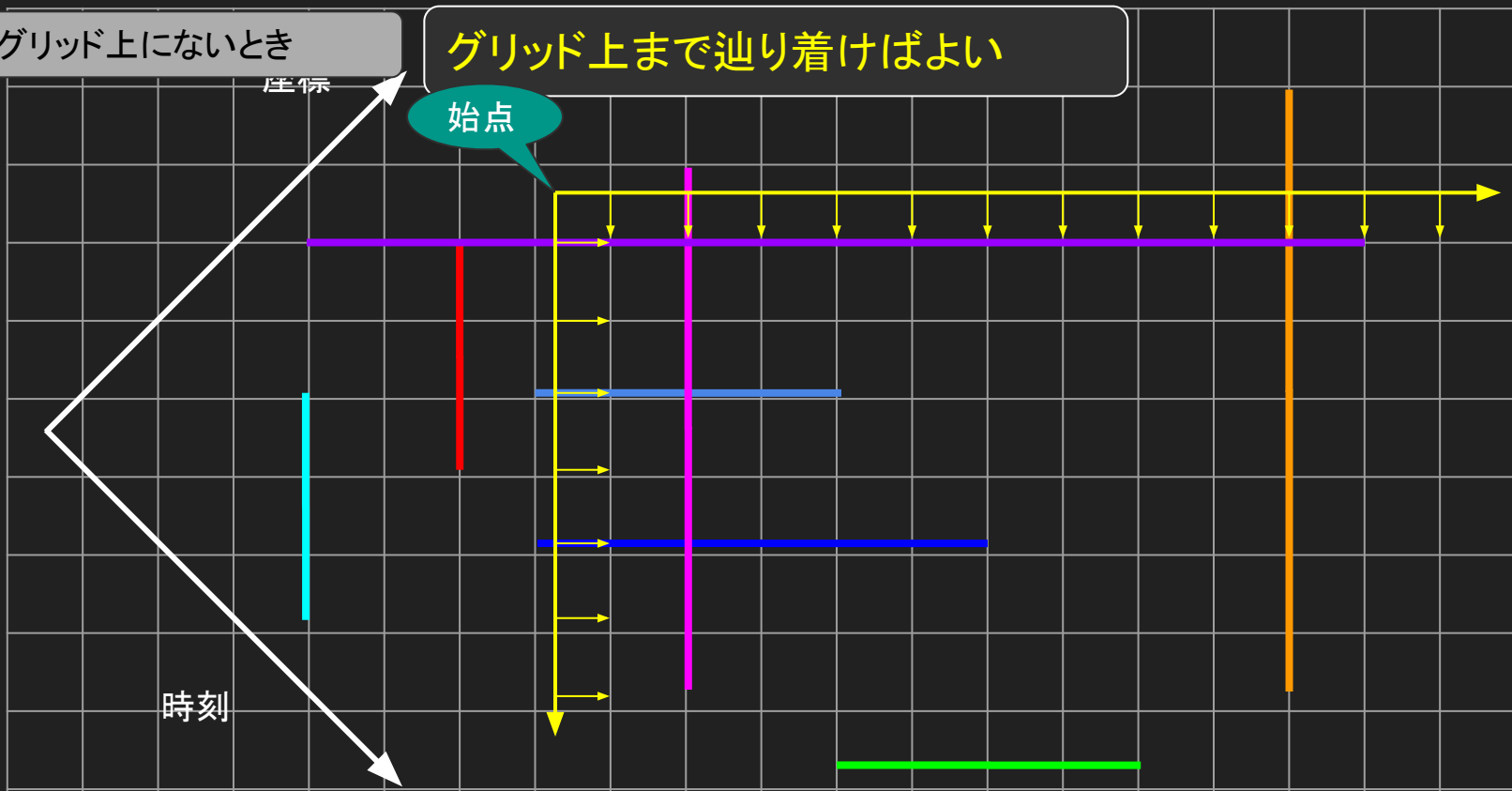
始点がグリッド上にないとき

グリッド上まで辿り着けばよい

座標

始点

時刻



小課題4(20点)

始点がグリッド上にないとき

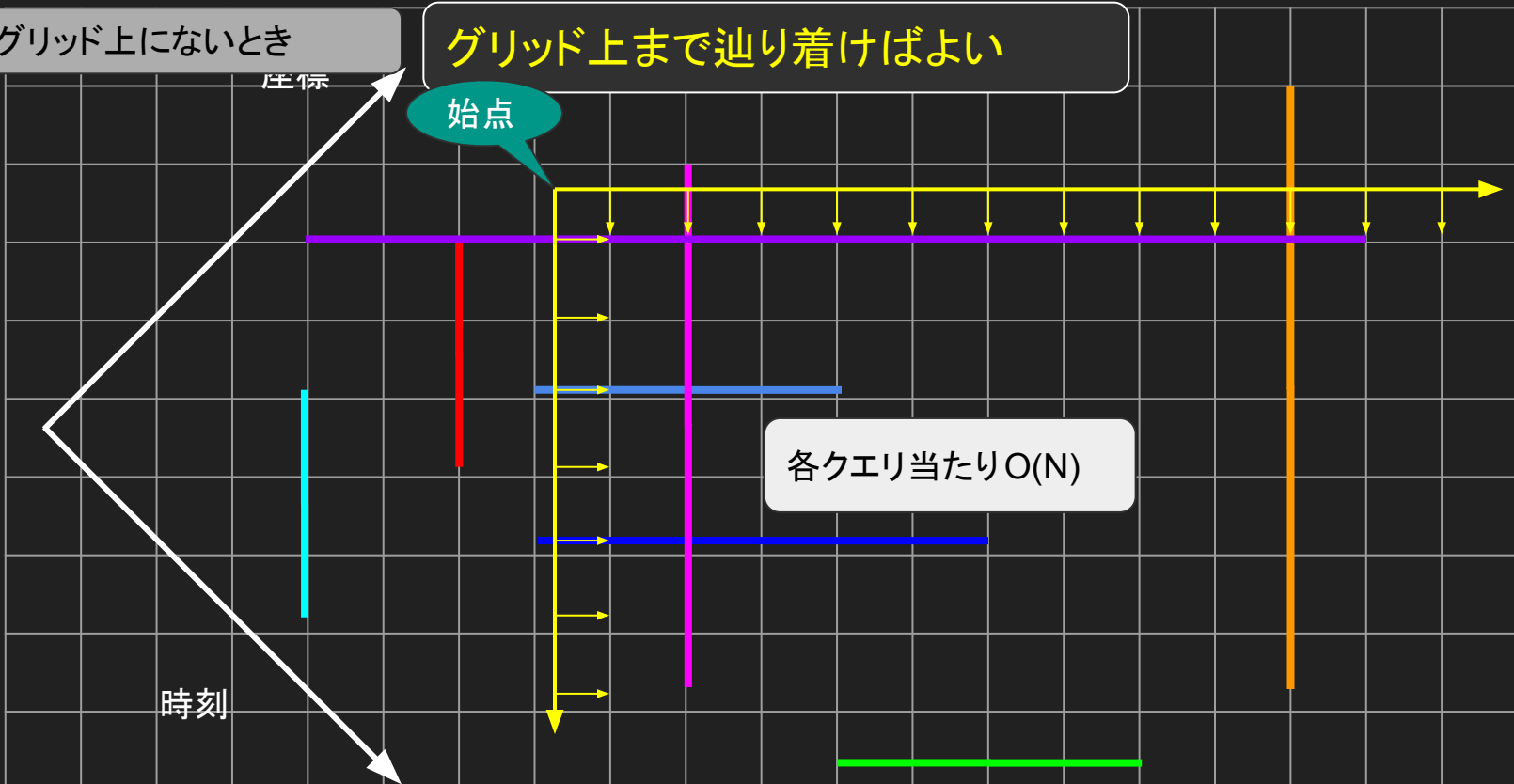
グリッド上まで辿り着けばよい

始点

各クエリ当たり $O(N)$

時刻

座標



小課題4(20点)

始点がグリッド上にないとき

グリッド上まで辿り着けばよい

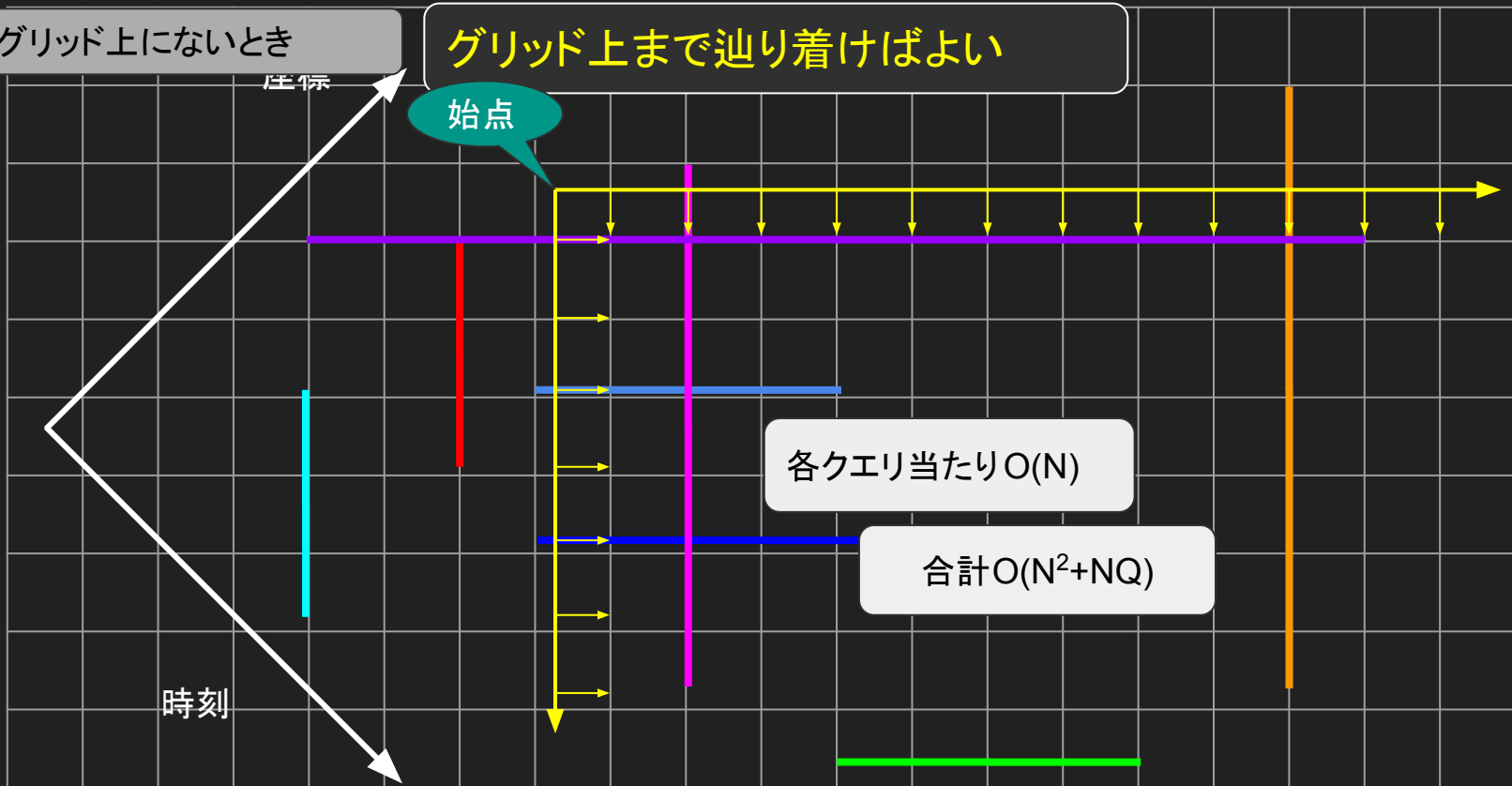
始点

座標

時刻

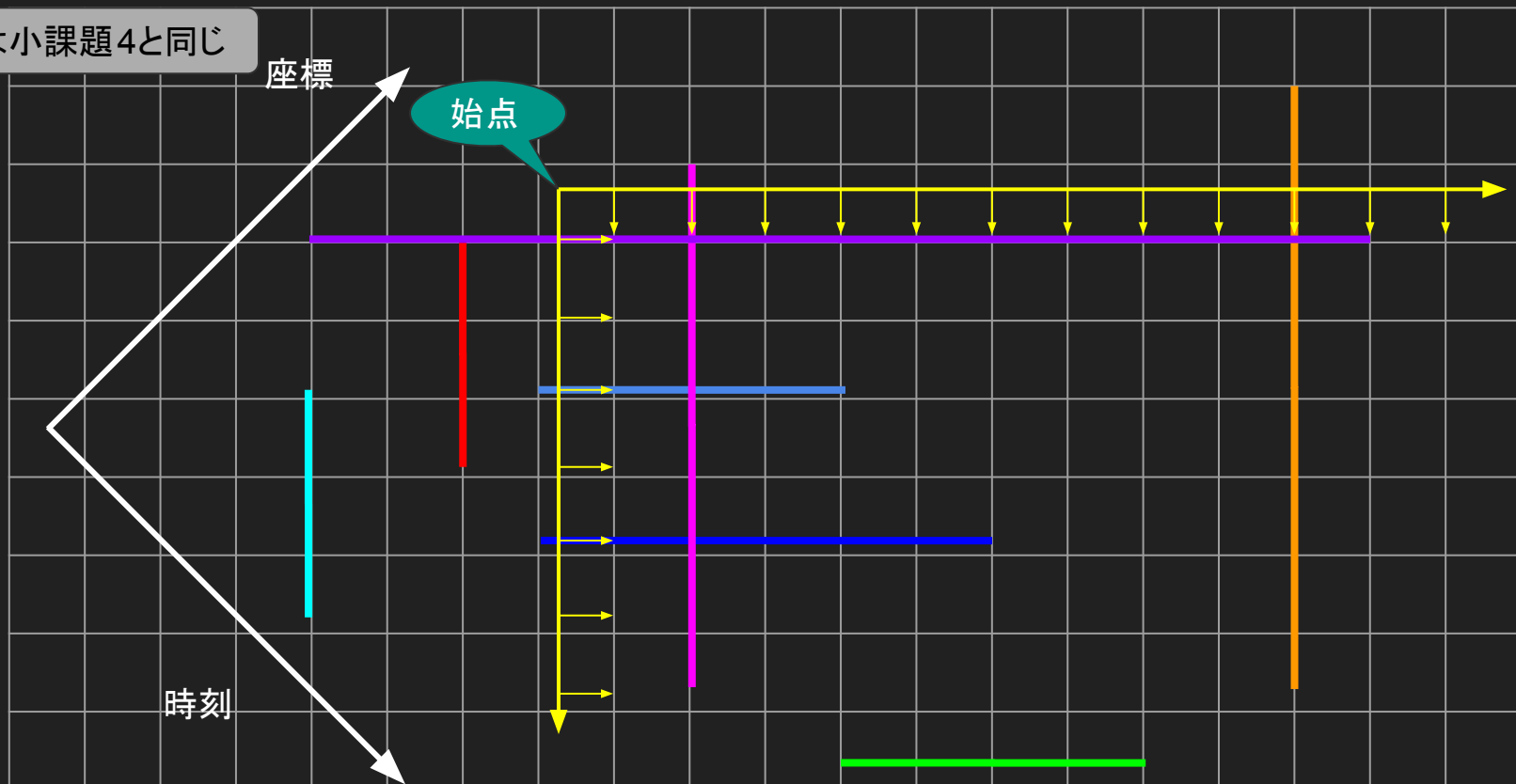
各クエリ当たり $O(N)$

合計 $O(N^2 + NQ)$



小課題5(52点)

方針は小課題4と同じ



小課題5(52点)

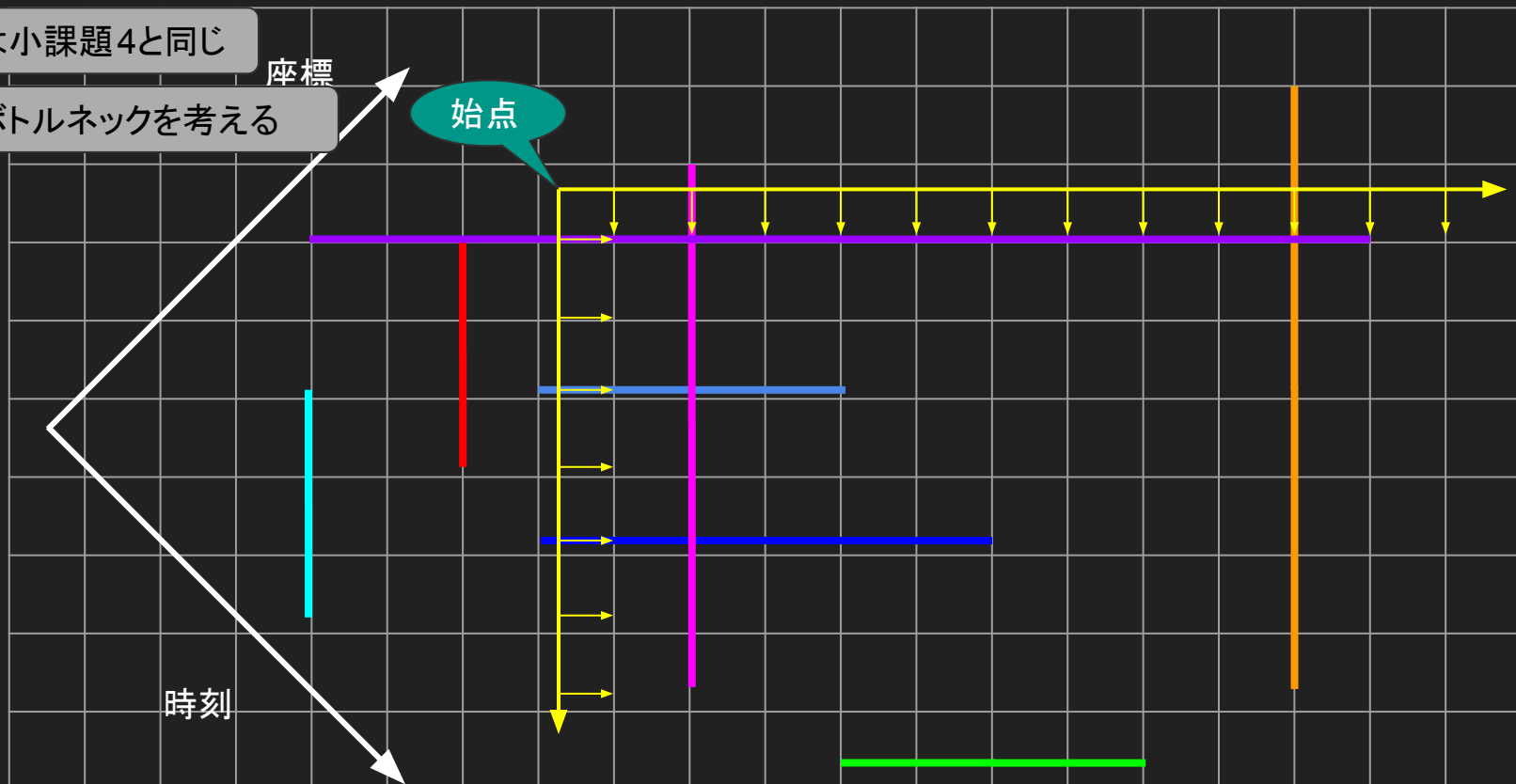
方針は小課題4と同じ

ボトルネックを考える

座標

始点

時刻



小課題5(52点)

方針は小課題4と同じ

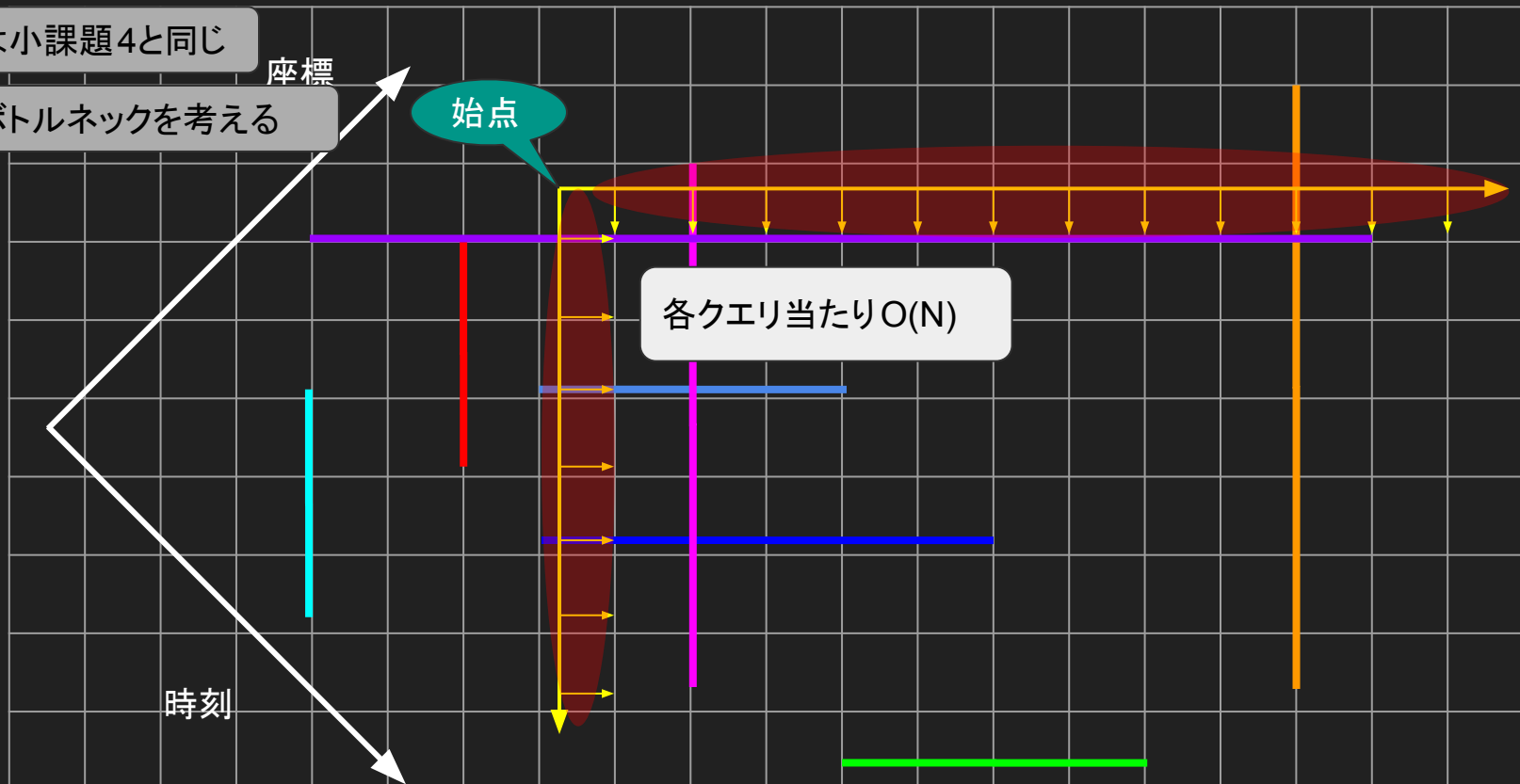
ボトルネックを考える

座標

始点

各クエリ当たり $O(N)$

時刻



小課題5(52点)

方針は小課題4と同じ

ボトルネックを考える

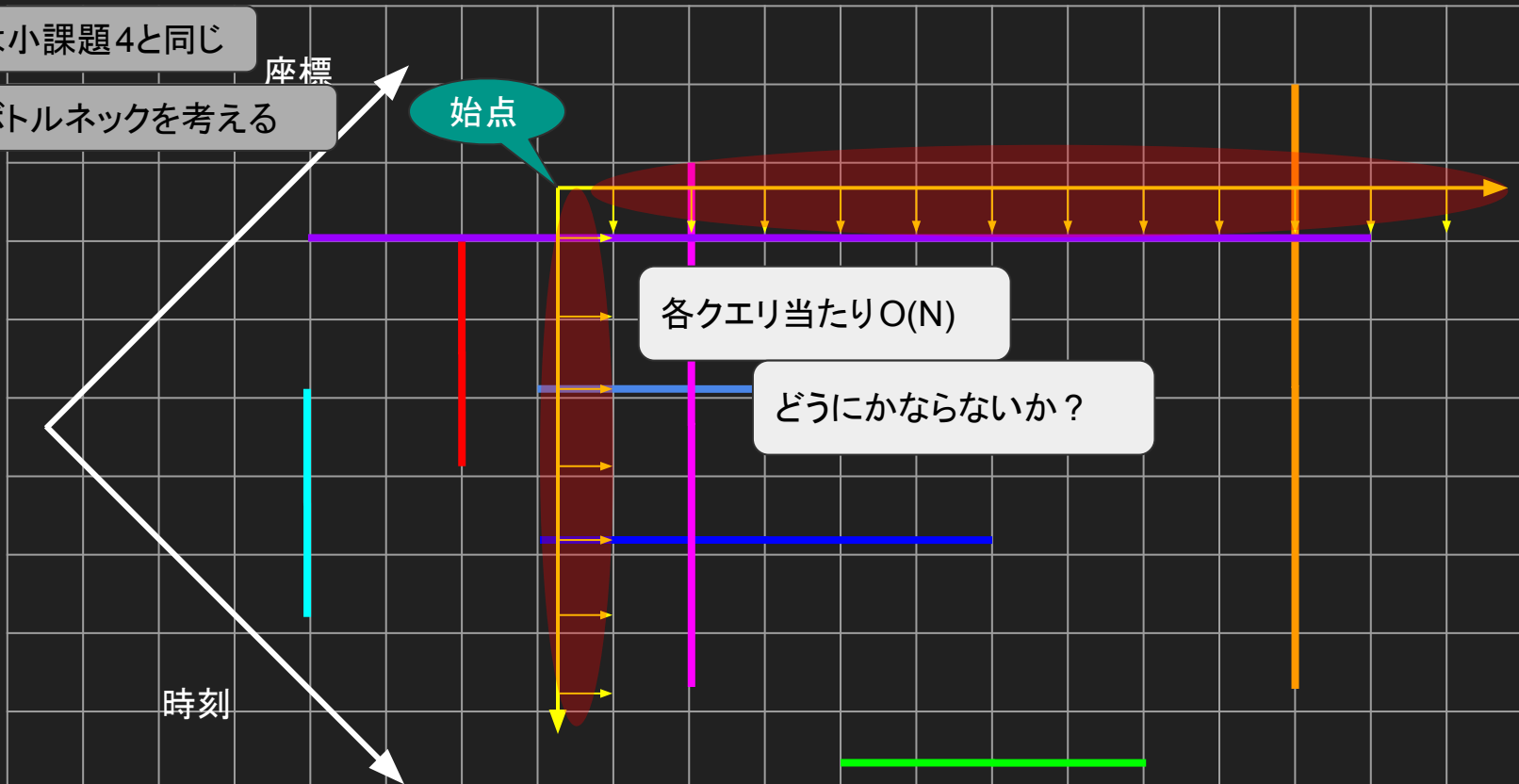
座標

始点

各クエリ当たり $O(N)$

どうにかならないか？

時刻



小課題5(52点)

方針は小課題4と同じ

ボトルネックを考える

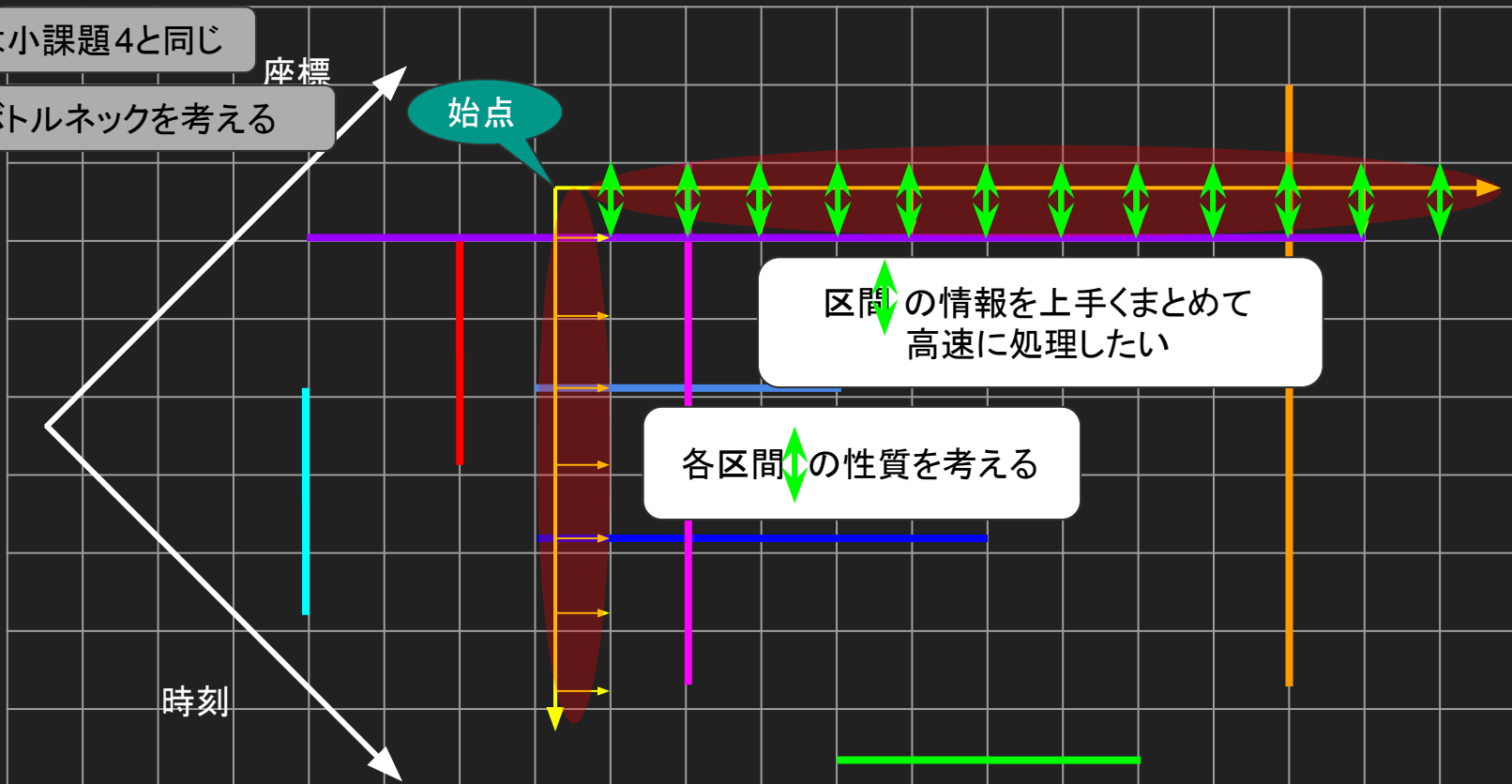
座標

始点

区間の情報を上手くまとめて
高速に処理したい

各区間の性質を考える

時刻



小課題5(52点)

方針は小課題4と同じ

ボトルネックを考える

座標

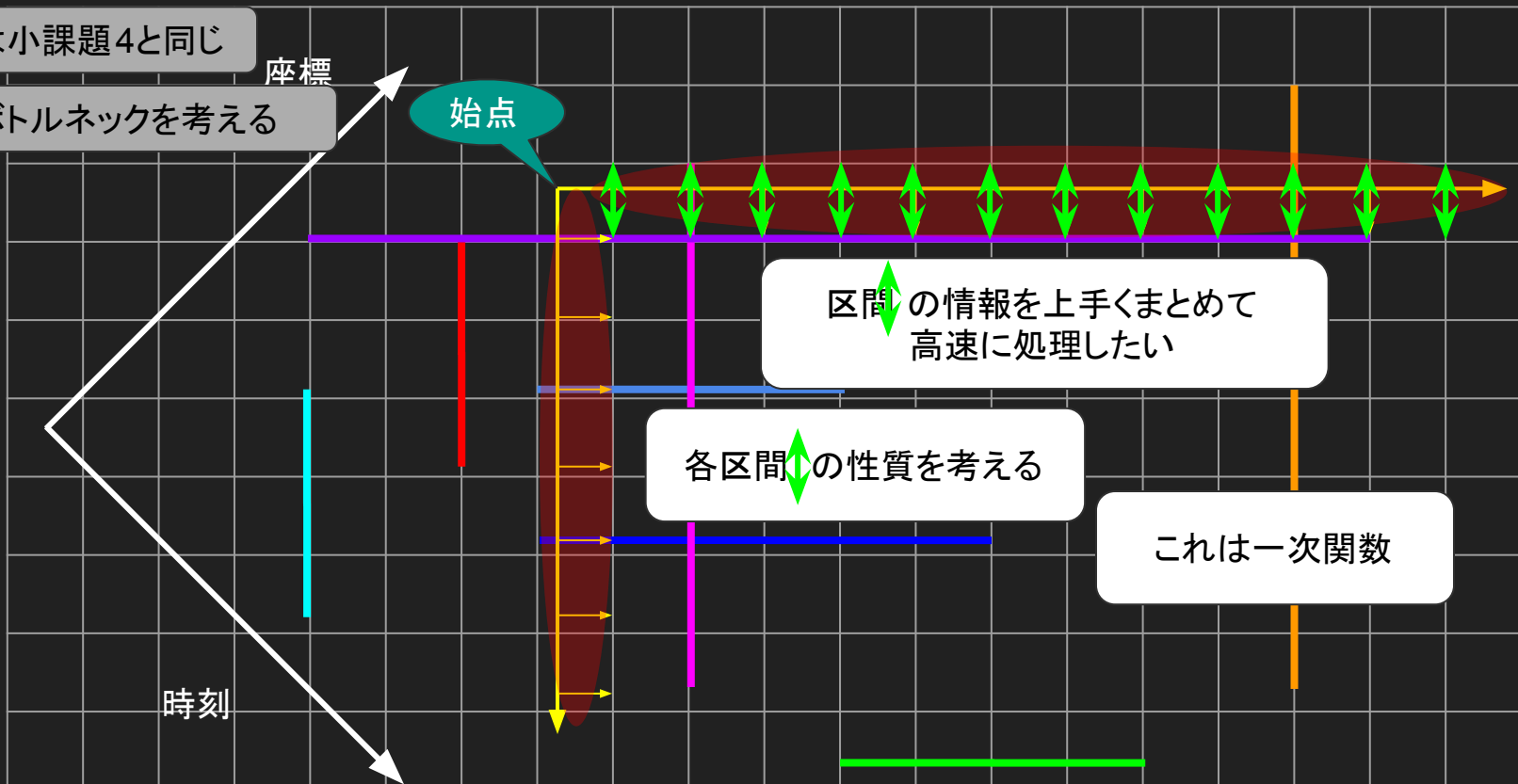
始点

区間の情報を上手くまとめて
高速に処理したい

各区間の性質を考える

これは一次関数

時刻



小課題5(52点)

方針は小課題4と同じ

ボトルネックを考える

座標

始点

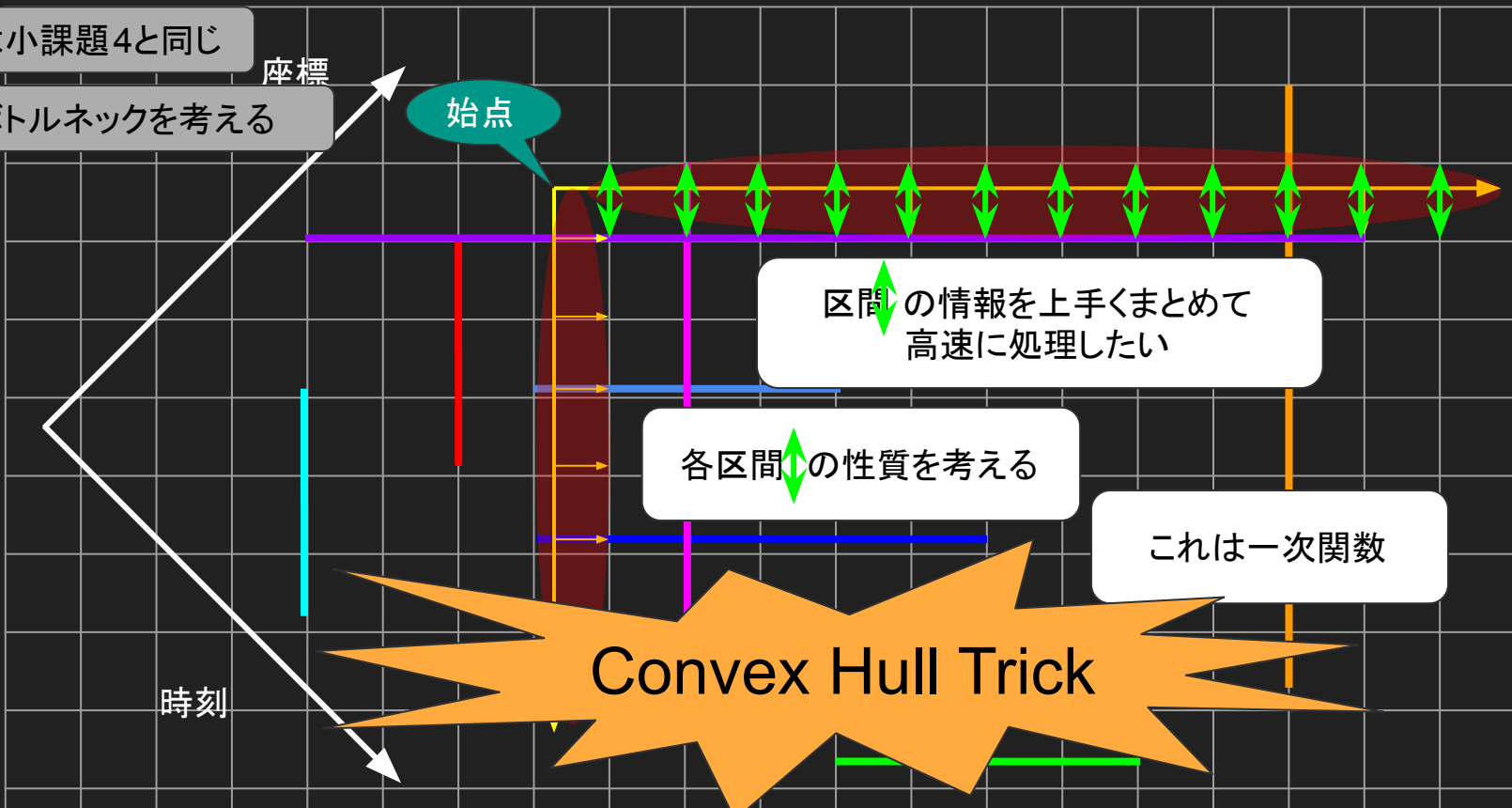
区間の情報を上手くまとめて
高速に処理したい

各区間の性質を考える

これは一次関数

時刻

Convex Hull Trick



小課題5(52点)

平面走査をします

一次関数追加は $O(1)$ 各クエリで最大値を求めるのに $O(\log N)$

$O(N^2 + Q \log N)$ で解けました

小課題5(52点)

平面走査をします

一次関数追加は $O(1)$ 各クエリで最大値を求めるのに $O(\log N)$

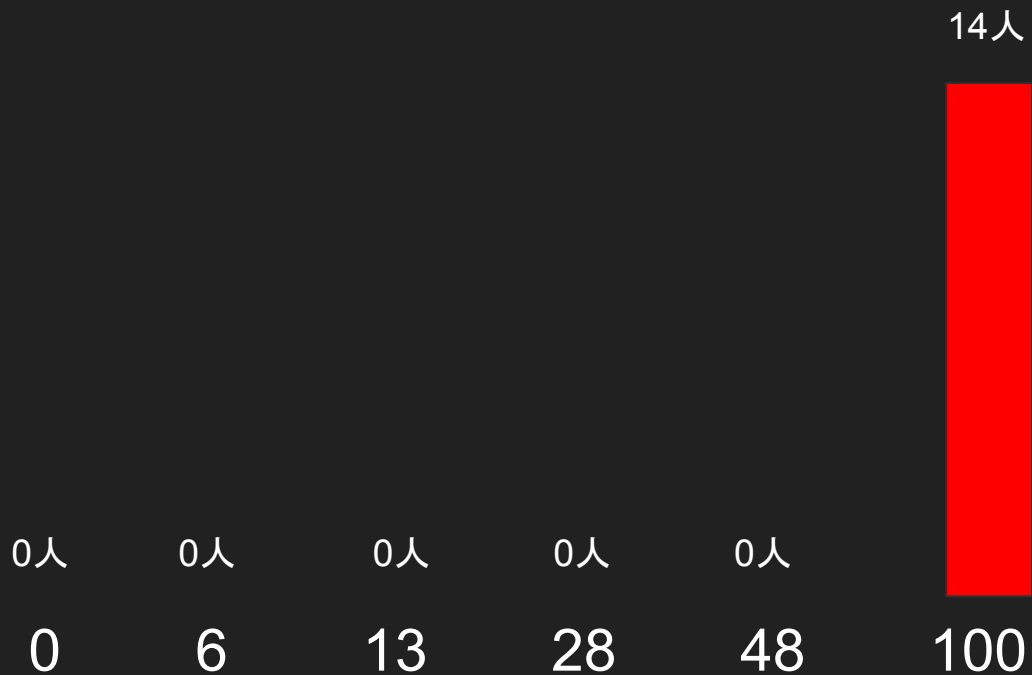
$O(N^2 + Q \log N)$ で解けました

終

制作・著作

©H©T

得点分布(理想)



得点分布(現実)

