

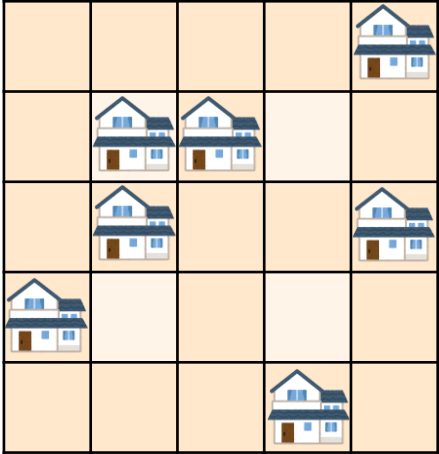


Navigation 2 Editorial

Editorial: E869120 (Masataka Yoneda)

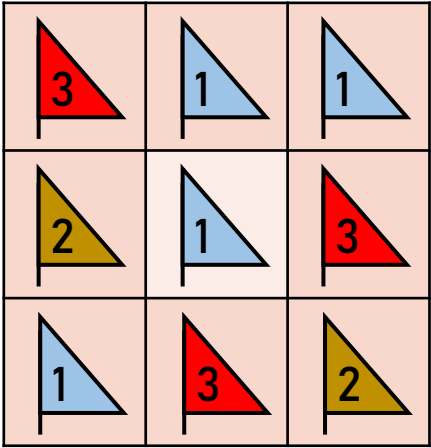
1 問題概要

1



$N \times N$ のマスに
 K 個の家がある

2



Anna は旗に
整数を書き込める

3

マス (a, b) から
Bruno が最短距離で
動くような行動を
教えてください

1 問題概要

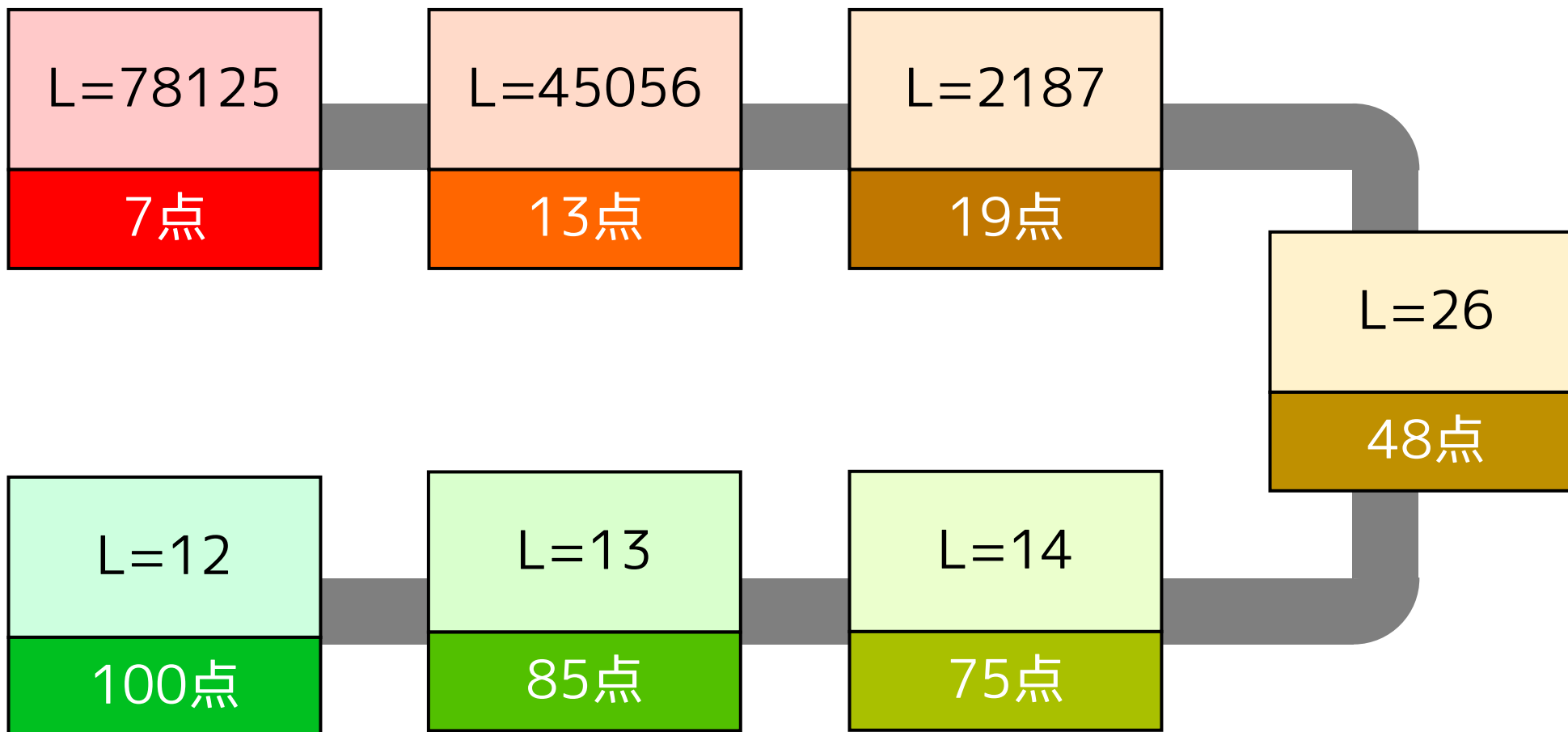
旗に書き込む整数の最大値を
できるだけ小さくしてください

$N \times N$ のマスに
 K 個の家がある

Anna は旗に
整数を書き込める

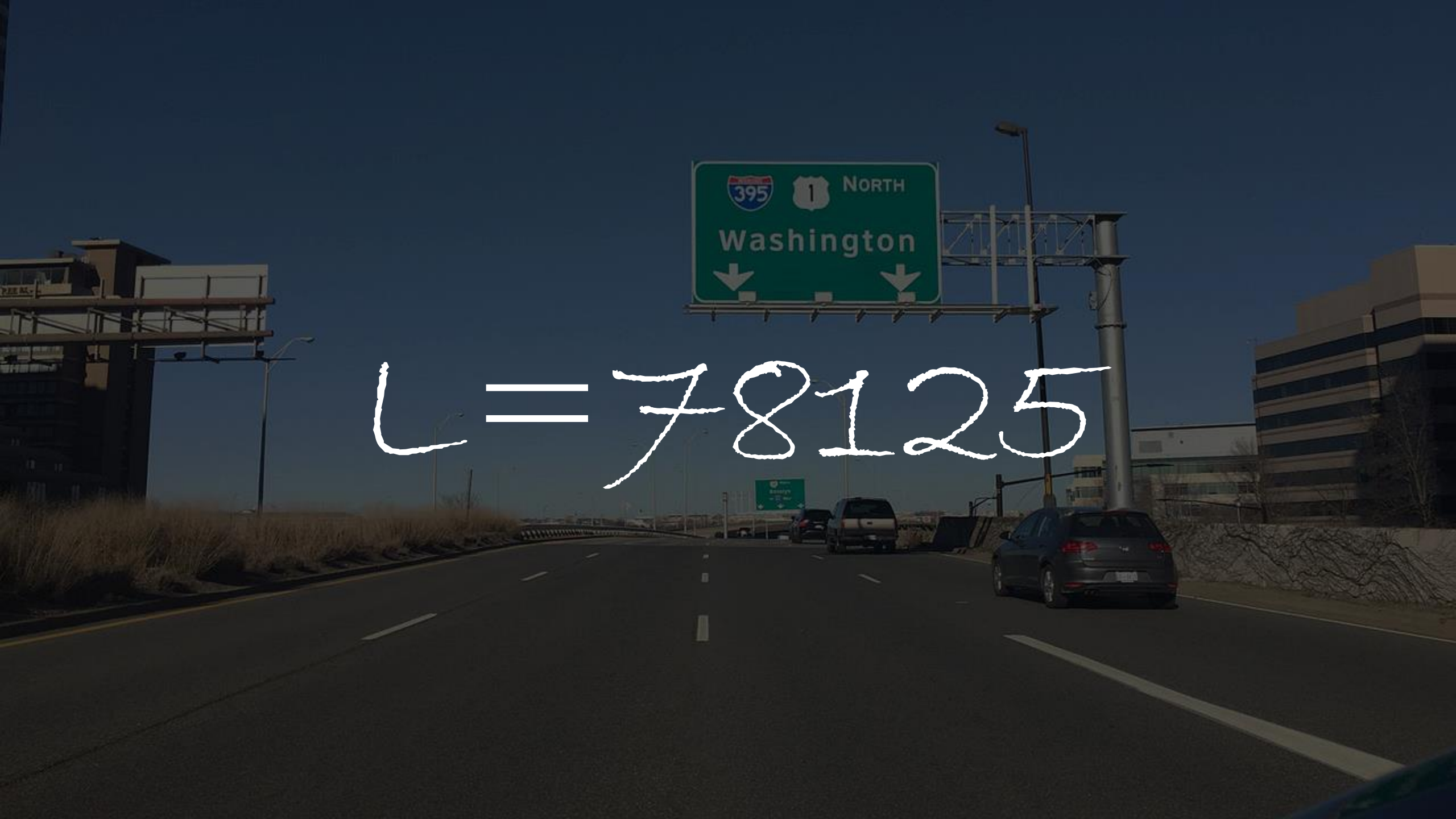
1

問題概要





L = 78125



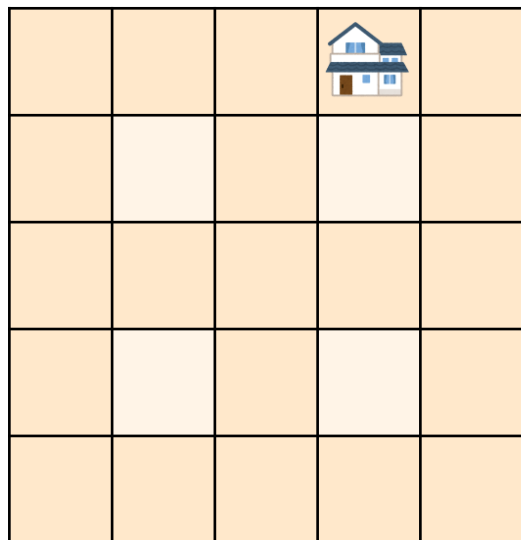
2 $L = 78125$ (7点)

典型

$K = 1$ など特殊な
ケースを考える


2 $L = 78125$ (7点)

$K = 1$ のときに解けないか？



2 $L = 78125$ (7 点)

$K = 1$ のときに解けないか？

0	0	0		2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2

各マスに対して、

「そのマスから出発した時どの行動を取れば
良いか」

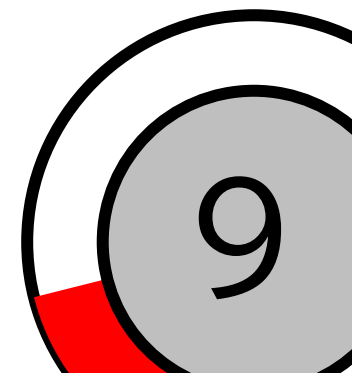
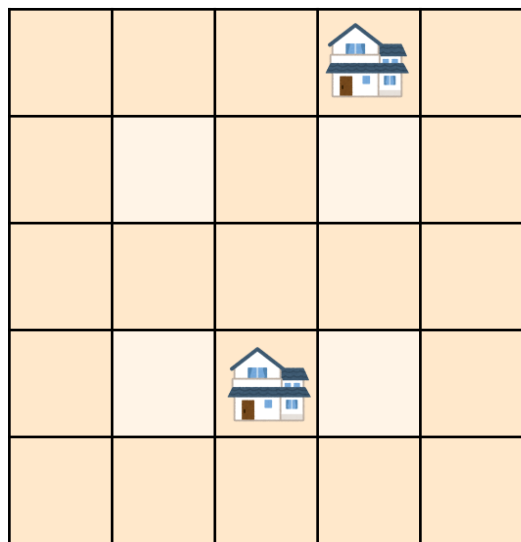
を旗に書きこめばよい ($L = 5$)

※正確には 1-indexed なので 0 を記録してはいけません

※本解説では分かりやすさ重視のため 0-indexed にしています

2 $L = 78125$ (7点)


K が一般のときに解けないか？



2 $L = 78125$ (7点)

K が一般のときに解けないか？

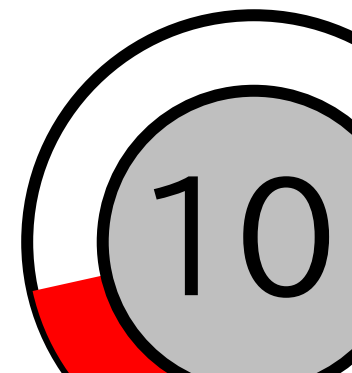
各候補の場合の行動を考えてみよう

0	0	0		2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2

候補 0 の場合の行動

0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0		2	2
0	0	1	2	2


候補 1 の場合の行動




2 $L = 78125$ (7点)

K が一般のときに解けないか？

各候補の場合の行動を考えてみよう

0	0	0		2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2

候補 0 の場合の行動

0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0		2	2
0	0	1	2	2
0	0	1	2	2


候補 1 の場合の行動

合成して 1 つの整数にできないか？

2 $L = 78125$ (7 点)


K が一般のときに解けないか？

各候補の場合の行動を考えてみよう

0	0	0		2
0	0	0		
0	0	0		
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2

候補 0 の場合の行動

典型

0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0		2	2
0	0	1	2	2


候補 1 の場合の行動

A 進数で表す


2 $L = 78125$ (7点)

K が一般のときに解けないか？

二つの表を 5 進数で合成させてみよう！

0	0	0		2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2

候補 0 の場合の行動

0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0		2	2
0	0	1	2	2

候補 1 の場合の行動




0	0	15	14	12
0	0	15	11	12
0	0	15	11	12
0	0	20	11	12
0	0	5	11	12


2 $L = 78125$ (7点)

K が一般のときに解けないか？

Anna: 二つの表を 5 進数で合成させてみよう！

0	0	0		2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2

候補 0 の場合の行動

0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0		2	2
0	0	1	2	2

候補 1 の場合の行動



0	0	15	14	12
0	0	15	11	12
0	0	15	11	12
0	0	20	11	12
0	0	5	11	12


2 $L = 78125$ (7点)

K が一般のときに解けないか？


Anna: 二つの表を 5 進数で合成させてみよう！

$$2 \times 5 + 1 = 11$$

→11 を記録

0	0	0		2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2
0	0	0	1	2

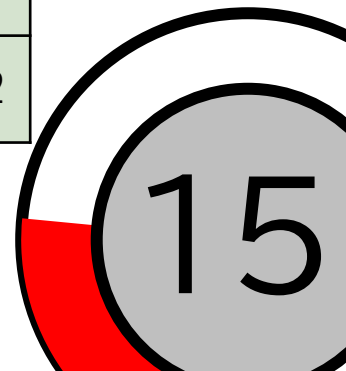
候補 0 の場合の行動

0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0	3	2	2
0	0		2	2
0	0	1	2	2

候補 1 の場合の行動



0	0	15	14	12
0	0	15	11	12
0	0	15	11	12
0	0	20	11	12
0	0	5	11	12



2 $L = 78125$ (7 点)

L の値はいくつになる？

7 桁の 5 進整数になるので、最大値は

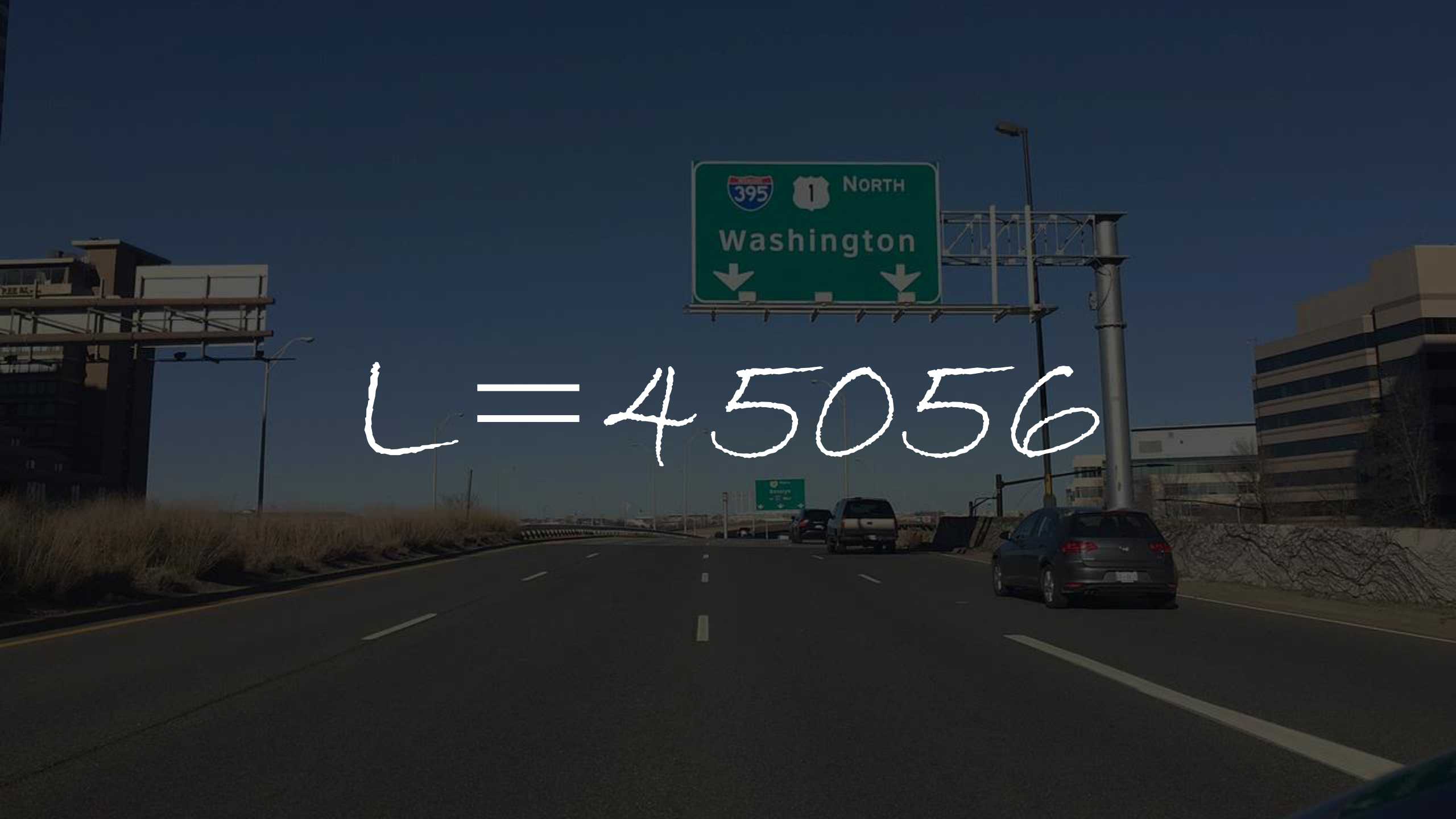
$$5^7 = 78125$$

ここまでで 7 点が獲得できます





L = 45056



2 $L = 78125$ (7点)

典型

あり得る状態数を見積もる

18

2 $L = 45056$ (13 点)

以下のような場合は存在するのか？

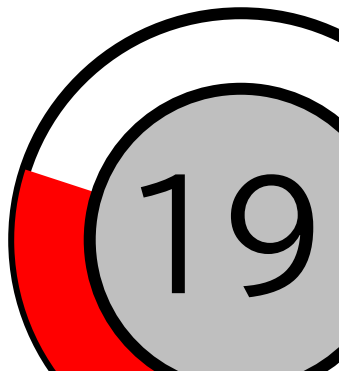
候補 0: マス (a, b) で行動 4

候補 1: マス (a, b) で行動 4

候補 2: マス (a, b) で行動 4

⋮

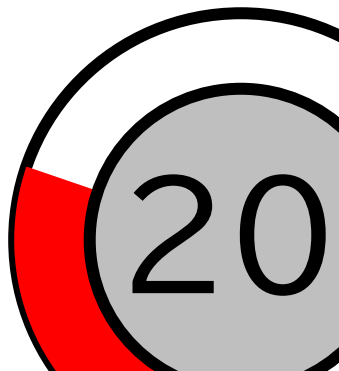
候補 6: マス (a, b) で行動 4



2 $L = 45056$ (13 点)

以下のような場合は存在するのか？

- 候補 0: マス (a, b) で行動 4 $\rightarrow (X_0, Y_0) = (a, b)$
候補 1: マス (a, b) で行動 4 $\rightarrow (X_1, Y_1) = (a, b)$
候補 2: マス (a, b) で行動 4 $\rightarrow (X_2, Y_2) = (a, b)$
 :
候補 6: マス (a, b) で行動 4 $\rightarrow (X_6, Y_6) = (a, b)$



2 $L = 45056$ (13 点)

以下のような場合は存在するの？

候補 0: マス (a, b) で行動 4 $\rightarrow (X_0, Y_0) = (a, b)$

候補 1: マス $(X_i, Y_i) \neq (X_j, Y_j)$ より $(X_1, Y_1) = (a, b)$

候補 2: マス (a, b) で行動 4 $\rightarrow (X_2, Y_2) = (a, b)$

こんな場合は存在しない！

候補 6: マス (a, b) で行動 4 $\rightarrow (X_6, Y_6) = (a, b)$

2 $L = 45056$ (13 点)

基本的に、行動 4 が 2 つ以上現れることはない

そこで、 $0 \leq a_i \leq 4$ で $a_i = 4$ となる i が 2 個以上ないような数列 (a_0, a_1, \dots, a_6) の通り数は 45056 通り

→ 各数列に対して ID を予め振っておくと、

$L = 45056$ で解ける (13 点獲得)

395 1 NORTH
Washington

L = 2187

3

$L = 2187$ (19 点)

典型

$K = 1$ など特殊な
ケースを考える

3 $L = 2187$ (19 点)

$K = 1$ の場合に $L = 3$ で解けないか？



3

$L = 2187$ (19 点)

典型


距離 mod 3 を記録

※ JOI 2020 「Stray Cat」 15点解法

26

3 $L = 2187$ (19 点)

候補となる家からの最短距離 $\text{mod } 3$ を書き込むことを考える


2	1	0	1	2
1	0	2	0	1
0	2	1	2	0
2	1		1	2
0	2	1	2	0

Anna が書く整数



3 $L = 2187$ (19 点)

候補となる家からの最短距離 $\text{mod } 3$ を書き込むことを考える

2	1	0	1	2
1	0	2	0	1
0	2	1	2	0
2	1		1	2
0	2	1	2	0

Anna が書く整数

2	1	0	1	2
1	0	2	0	1
0	2	1	2	0
2	1	0	1	2
0	2	1	2	0

Bruno に見える整数

隣り合う整数は $(1, 0, 0, 0)$ の 4 つである。最短距離 $\text{mod } 3$ が $2 \rightarrow 1$ になっている場合距離が小さくなるので、1 のある方向に移動する。

3 $L = 2187$ (19 点)

最後は 7 点解法と同様に 3 進数にして考えた上で、旗に整数を書き込むことを考える。そのときの L の値は、

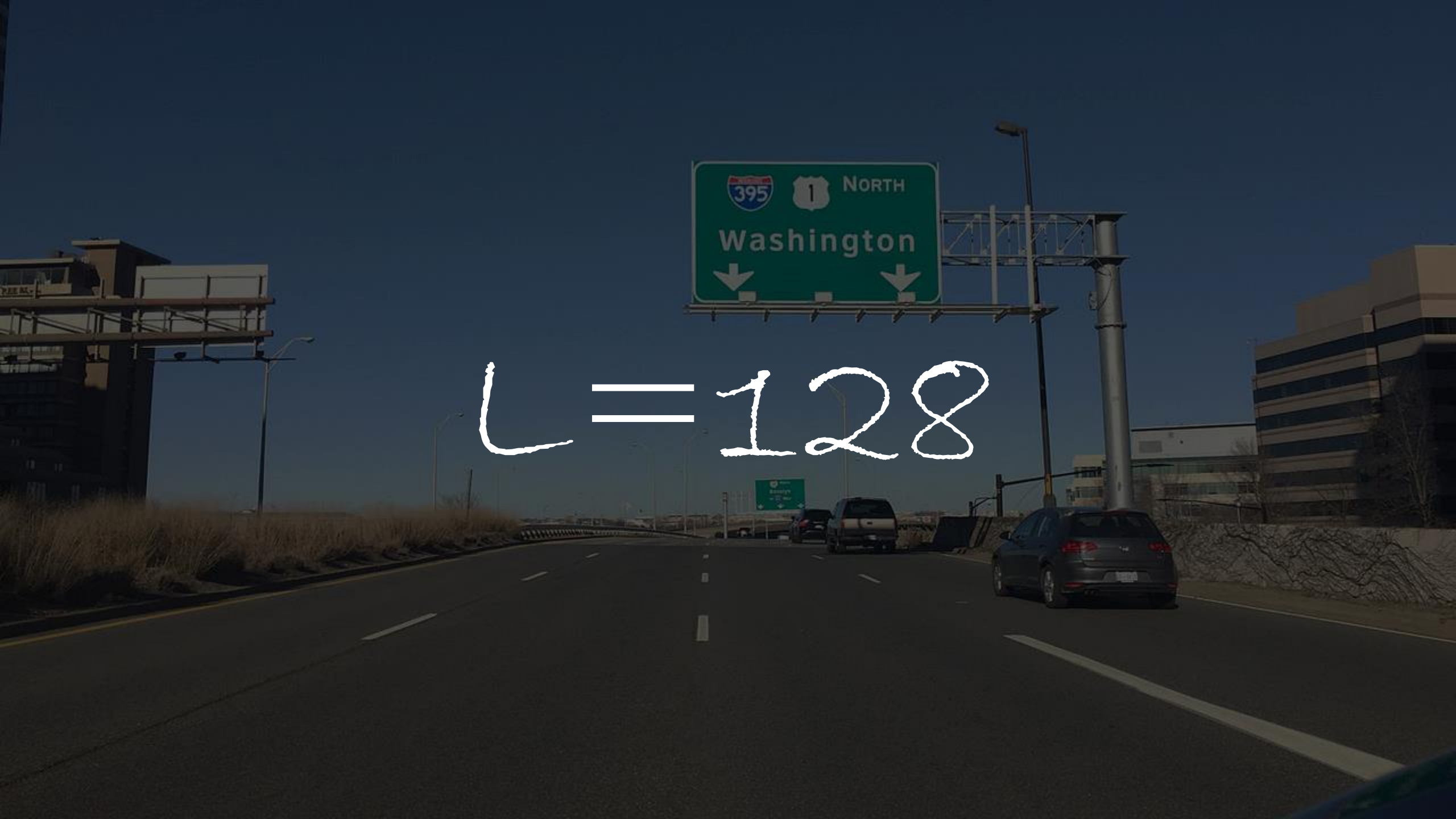
$$3^7 = 2187$$

ここまでで 19 点が獲得できます

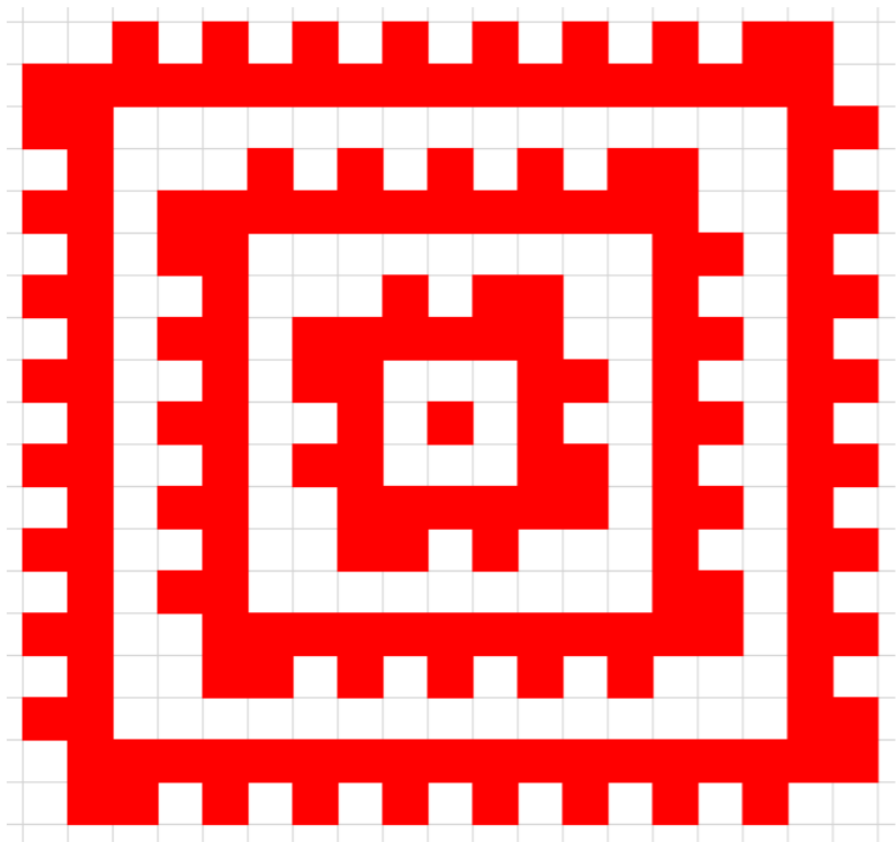




$L = 128$



4 $L = 128$ (39 点)



左図のように旗に番号を記録すると、 $K = 1$ の場合に $L = 2$ で解くことができます

あとは 2 進数表記にします

$$L = 2^7 = 128$$





L=14



5 $L = 14$ (75 点)

これまでの解法では、各マスについて記録していたが、1 個のマ
スに K 個の情報を記録するのは明らかに無駄そう

→ マスごとに「どの情報を記録するか」の
役割を分けられないか？

5 $L = 14$ (75 点)

これまでの解法では、各マスについて記録していたが、1 個のマ
スに K 個の情報を記録するのは明らかに無駄そう

典型

$K = 1$ など特殊な

→ 「どの情報を記録するか」の
役割を分けられないか？ ケースを考える

5 $L = 14$ (75 点)

?			?			?	
?			?			?	
?			?			?	

$K = 1$ で、マスをも (i, j) とすると i, j が
両方 3 の倍数のマスにしか旗に番号
を記録できないような場合を考える

※他のマスの旗に書かれた整数は 0
として考える



5 $L = 14$ (75 点)

?			?			?	
		B					
?			?			?	
?			?			?	

そのとき、Bruno には必ず 1 つの
「旗に整数が書き込まれているマス」
が存在する

このマスに書かれた整数だけを見て、
答えを判断しなければならない

5 $L = 14$ (75 点)

?			?			?	
		B					
?			?			?	
?			?			?	

どのように旗に整数を書き込むか？

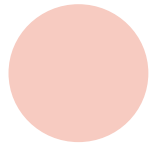
そのとき、Bruno には必ず 1 つの
「旗に整数が書き込まれているマス」
が存在する

このマスに書かれた整数だけを見て、
答えを判断しなければならない

5 $L = 14$ (75 点)

お気持ち

この辺り?

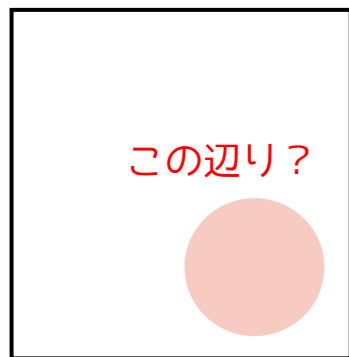


候補者の大体の位置が
分かれば良さそう

観察

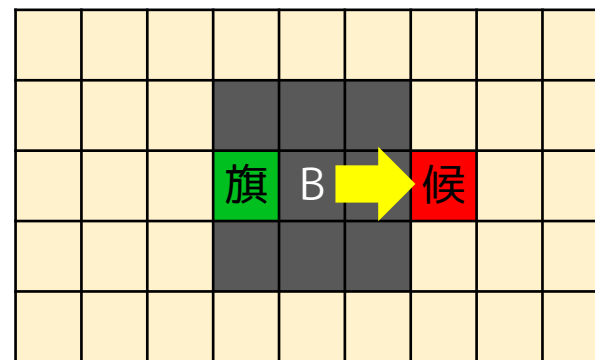
5 $L = 14$ (75 点)

お気持ち



候補者の大体の位置が
分かれば良さそう

観察



x 座標が 2 以上大きければ
右方向に行けばよい

5 $L = 14$ (75 点)

お気持ち

観察

x 座標が 2 以上大きい部分は

すべて同じ整数を記録していいのでは？

候補者の大体の位置が

分かれば良さそう

x 座標が 2 以上大きければ

右方向に行けばよい

40

5 $L = 14$ (75 点)

1



Anna の実装

2



Bruno の実装

3



$K = 7$ に一般化

5 $L = 14$ (75 点) Anna

$K = 1$ で別々の値を記録すると、以下のようになる

16	15	47	46	44	39	38
17	14	48	11	45	40	37
18	49	1	2	3	41	36
19	13	4	候	6	10	35
20	12	7	8	9	43	34
21	23	25	12	31	32	33
22	24	26	27	28	29	30



5 $L = 14$ (75 点) Anna

x 座標が 2 以上大きい場合、同じ番号にする

16	15	47	46	44	10	10
17	14	48	11	45	10	10
18	49	1	2	3	10	10
19	13	4	候	6	10	10
20	12	7	8	9	10	10
21	23	25	12	31	10	10
22	24	26	27	28	10	10



5 $L = 14$ (75 点) Anna

x 座標が 2 以上小さい場合、同じ番号にする

13	13	47	46	44	10	10
13	13	48	11	45	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	25	12	31	10	10
13	13	26	27	28	10	10



5 $L = 14$ (75 点) Anna

y 座標が 2 以上大きい場合、同じ番号にする

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	25	12	31	10	10
13	13	26	27	28	10	10



5 $L = 14$ (75 点) Anna

y 座標が 2 以上小さい場合、同じ番号にする

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10



5 $L = 14$ (75 点) Anna

結局 Anna はそんな感じに整数を書けばよい (候補者が真ん中の場合)

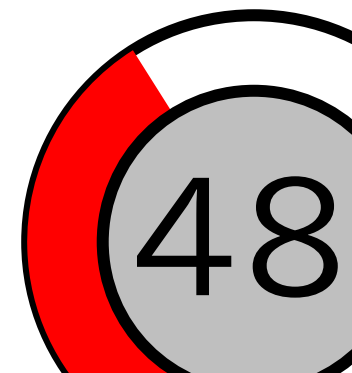
13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10



5 $L = 14$ (75 点) Anna

y 座標が 2 以上小さい場合、同じ番号にする

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10



5 $L = 14$ (75 点)

1



Anna の実装

2



Bruno の実装

3



$K = 7$ に一般化

5 $L = 14$ (75 点) Bruno

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10

最後に、Bruno の実装は以下の通り

- 10 必ず右に行く
- 11 必ず左に行く
- 12 必ず下に行く
- 13 必ず上に行く
- 他 旗との相対的な位置関係から計算して判断



5 $L = 14$ (75 点) Bruno

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10

例えば Bruno が (1,5) にいた場合



5 $L = 14$ (75 点) Bruno

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10

例えば Bruno が (1,5) にいた場合



整数 11 が書かれた旗が見える

5 $L = 14$ (75 点) Bruno

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10

例えば Bruno が (1,5) にいた場合



整数 11 が書かれた旗が見える



下に行けばよいことが分かる



5 $L = 14$ (75 点) Bruno

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10

例えば Bruno が (4,3) にいた場合



5 $L = 14$ (75 点) Bruno

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10

例えば Bruno が (4,3) にいた場合



整数 9 が書かれた旗が見える



5 $L = 14$ (75 点) Bruno

13	13	11	11	11	10	10
13	13	11	11	11	10	10
13	13	1	2	3	10	10
13	13	4	候	6	10	10
13	13	7	8	9	10	10
13	13	12	12	12	10	10
13	13	12	12	12	10	10

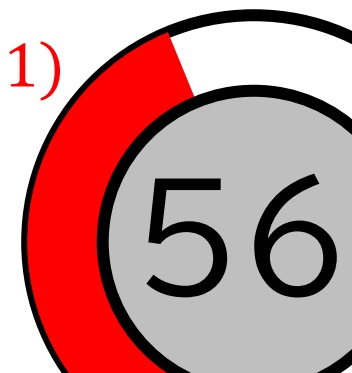
例えば Bruno が (4, 3) にいた場合



整数 9 が書かれた旗が見える



旗は Bruno から見て $(+1, \pm 0)$ の位置にある
ので、候補者は Bruno から見て $(0, -1)$
したがって、上方向に進めばよい



5 $L = 14$ (75 点)

1



Anna の実装

2



Bruno の実装

3



$K = 7$ に一般化

5 $L = 14$ (75 点) $K=7$ のとき

$K = 7$ の場合

以下の表のように候補者の情報を記録することを考える

候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1
候補 3	候補 4	候補 5	候補 3	候補 4	候補 5	候補 3	候補 4
候補 6			候補 6			候補 6	
候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1

5 $L = 14$ (75 点) $K=7$ のとき

どの 3×3 のマス目にも、候補 $0 \sim 6$ の情報がすべて含まれているため、Bruno は正しく答えられる

候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1
候補 3	候補 4	候補 5	候補 3	候補 4	候補 5	候補 3	候補 4
候補 6			候補 6			候補 6	
候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1	候補 2	候補 0	候補 1



5 $L = 14$ (75 点) $K=7$ のとき

候補 0 ~ 6 のマス目には 1 以上 13 以下の整数を記録することができるため、**空きマスの片方に 14 を記録すればよい** (空きマスの位置によって、どのマスがどの候補の情報であるかが分かる)

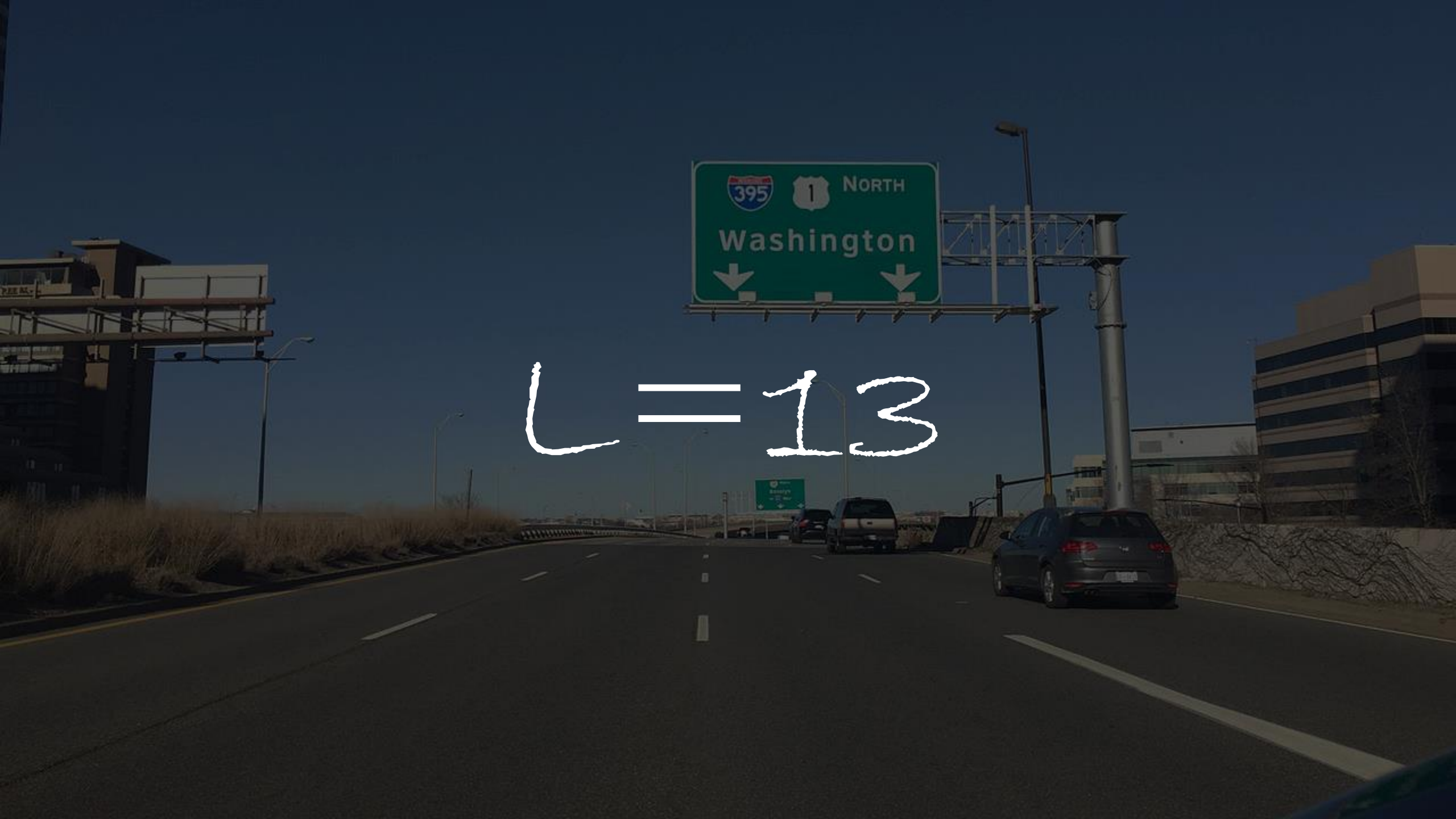
ここまでで **75 点** が獲得できます

候補 0	候補 1	候補 2
候補 3	候補 4	候補 5
候補 6		14





L = 13



6

 $L = 13$ (85 点)

お気持ち

候補 0	候補 1	候補 2
候補 3	候補 4	候補 5
候補 6	-	(13)

1 つのマスが使われて
いなくて無駄そう

観察

6

 $L = 13$ (85 点)

お気持ち

候補 0	候補 1	候補 2
候補 3	候補 4	候補 5
候補 6	-	(13)

1 つのマスが使われて
いなくて無駄そう

観察

1 3 5 ~~7~~ 9
~~2~~ 4 6 8

整数 1~9 のうち**全体**で使われな
い整数が 2 個以上存在する

※各候補について、9 以下の整数は高々 1 回しか書き込まれないため

6

$L = 13$ (85 点)

お気持ち

0	1	2
3	4	5
6	7	8

空いた 1 マスのうち片方を

「使われない整数」の記録に使えないか？

2 つのマスが使われて
いなくて無駄そう

観察

整数 1~9 のうち使われない整数
が 2 個以上存在する

※各候補について、9 以下の整数は高々 1 回しか書き込まれないため

6 $L = 13$ (85 点)

空きマスに「使われない整数」を記録した場合…

- 使われない整数を val とする
- そのとき、 $val + 1$ 以上の整数は全部 1 減少させる



6

 $L = 13$ (85 点)

空きマスに「使われない整数」を記録した場合…

- 使われない整数を val とする
- そのとき、 $val + 1$ 以上の整数は全部 1 減少させる

1	9	11
8	5	12
4	-	13

$val = 7$ の場合



6

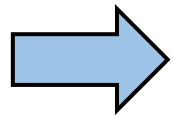
 $L = 13$ (85 点)

空きマスに「使われない整数」を記録した場合…

- 使われない整数を val とする
- そのとき、 $val + 1$ 以上の整数は全部 1 減少させる

1	9	11
8	5	12
4	-	13

$val = 7$ の場合



1	9	11
8	5	12
4	7	13

空きマスに 7 を記録



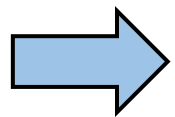
6 $L = 13$ (85 点)

空きマスに「使われない整数」を記録した場合…

- 使われない整数を val とする
- そのとき、 $val + 1$ 以上の整数は全部 1 減少させる

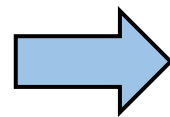
1	9	12
8	5	13
4	-	14

$val = 7$ の場合



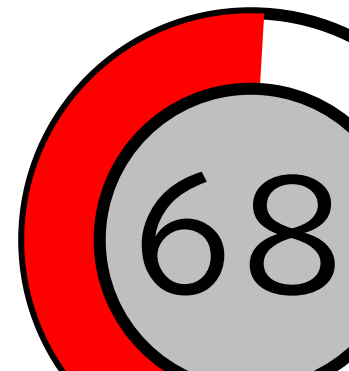
1	9	12
8	5	13
4	7	14

空きマスに 7 を記録



1	8	11
7	5	12
4	7	13

減少させる



6 $L = 13$ (85 点)

空きマス位置は、「13」と書き込まれたマス位置を参考にとすると分かる

$val \leq 8$ より最大値 14 は必ず 1 減少して 13 になる
ここまでで 85 点が獲得できます





L = 12



7

$L = 12$ (100 点)

お気持ち

1 3 5 7 ✓
~~2~~ 4 6 8

使われていない整数の
2 個目を利用できないか？

観察



7

 $L = 12$ (100 点)

お気持ち

1 3 5 7 ✓
~~2~~ 4 6 8

使われていない整数の
2 個目を利用できないか？

観察

1	6	11
8	5	12
4	-	13

→

1	6	10
8	5	11
4	-	12

9 が使われないことが保証される
特殊な場合だと 1 個減らせる

7

$L = 12$ (100 点)

お気持ち

1 3 5 9 7
~~2~~ 4 6 8

使われていない整数の
2 個目を利用できないか？

観察

1	6	11
2	5	11
4	-	13

→

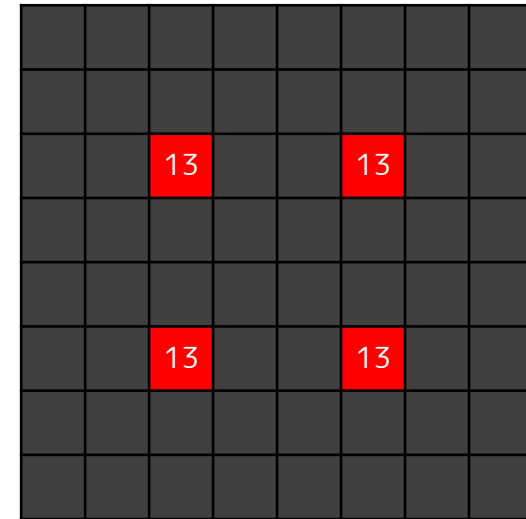
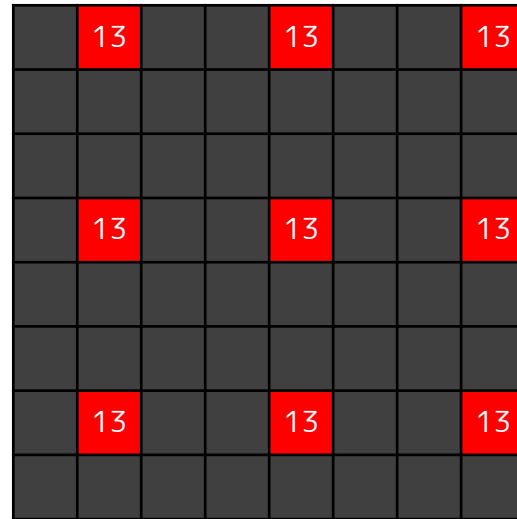
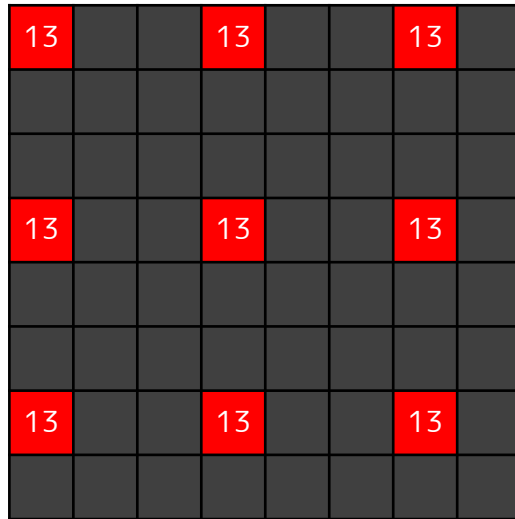
1	6	10
2	5	11
4	-	12

9 を無理矢理使わせない
方法は存在するか？

9 が使われないことが保証される
特殊な場合だと 1 個減らせる

7

$L = 12$ (100 点)



最大値 (85 点解法では 13) を記録する位置を全探索すると

9 通り中 2 通り以上では 9 が使われない



7


$L = 12$ (100 点)

したがって、以下のステップで**最大値 12** が達成できる

9 通り全探索して、「9」が使われない書き方を見つける

そうすると、最大値 13 (=14-1) の構成ができる

あとは 85 点解法の通りにさらに 1 減らす



75

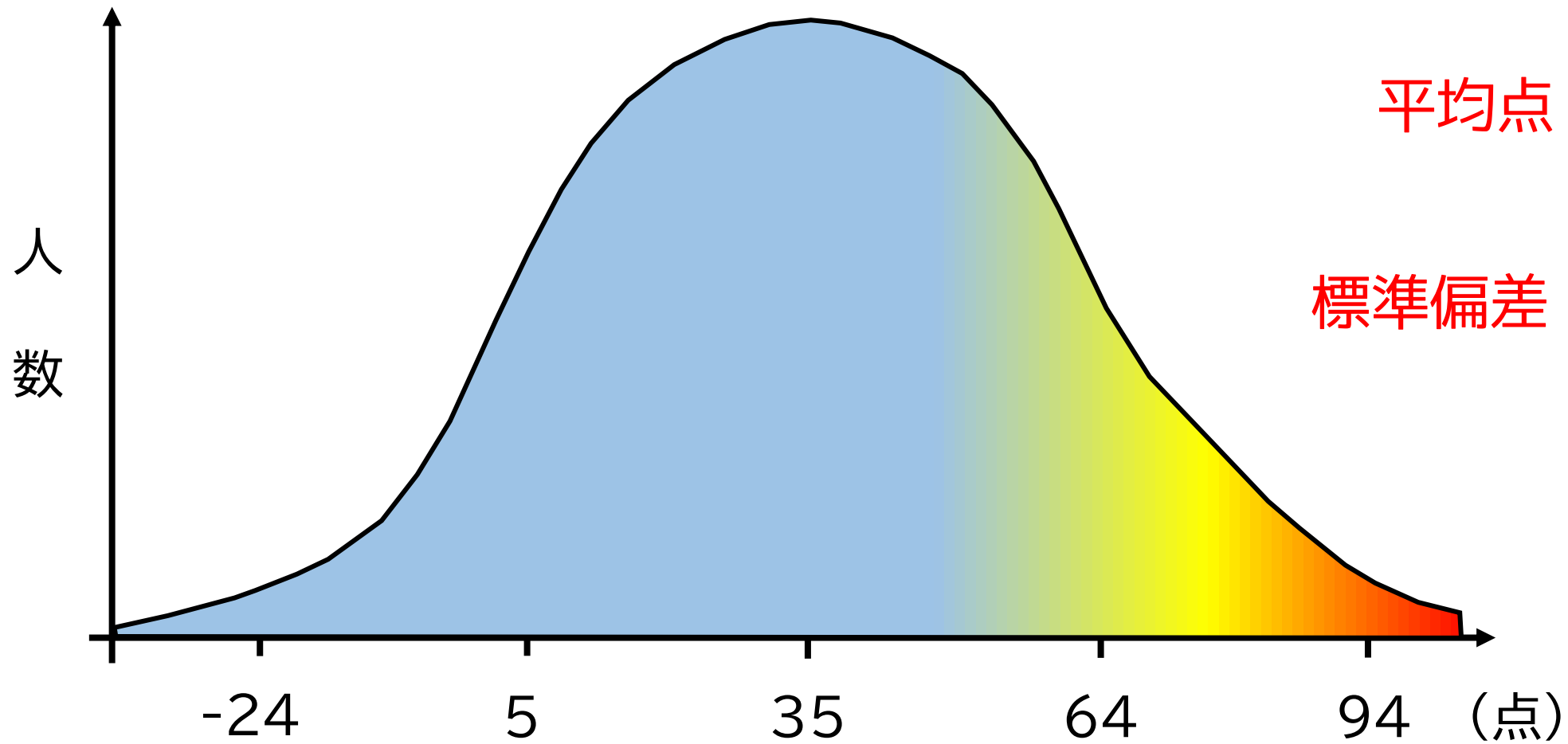


Score Distribution



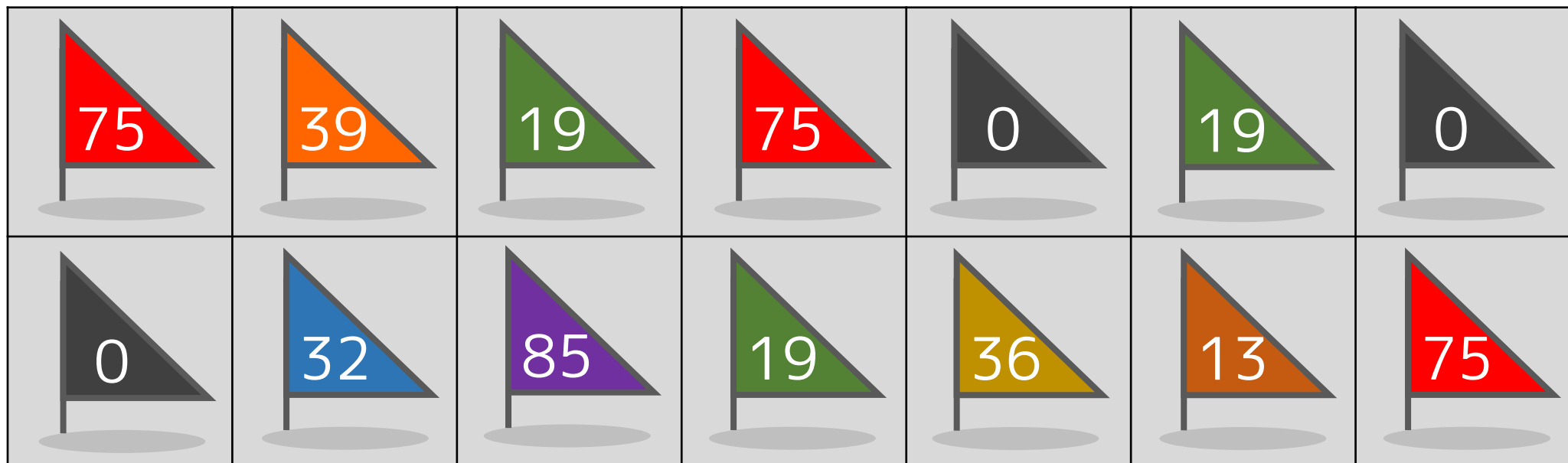
8

得点分布 (正規分布)



8

得点分布



ご清聴ありがとうございました

