

# Sightseeing in Kyoto

Editorial: Hirotaka Yoneda (square1001)

[ Front cover taken on Nov 23<sup>rd</sup>, 2021 ]



京都市は有名な観光地ですが…



[Google Maps より]

京都市は「碁盤目状の道路」でも有名です

# 問題概要

横方向の道路が  $H$  本、縦方向の道路が  $W$  本あり

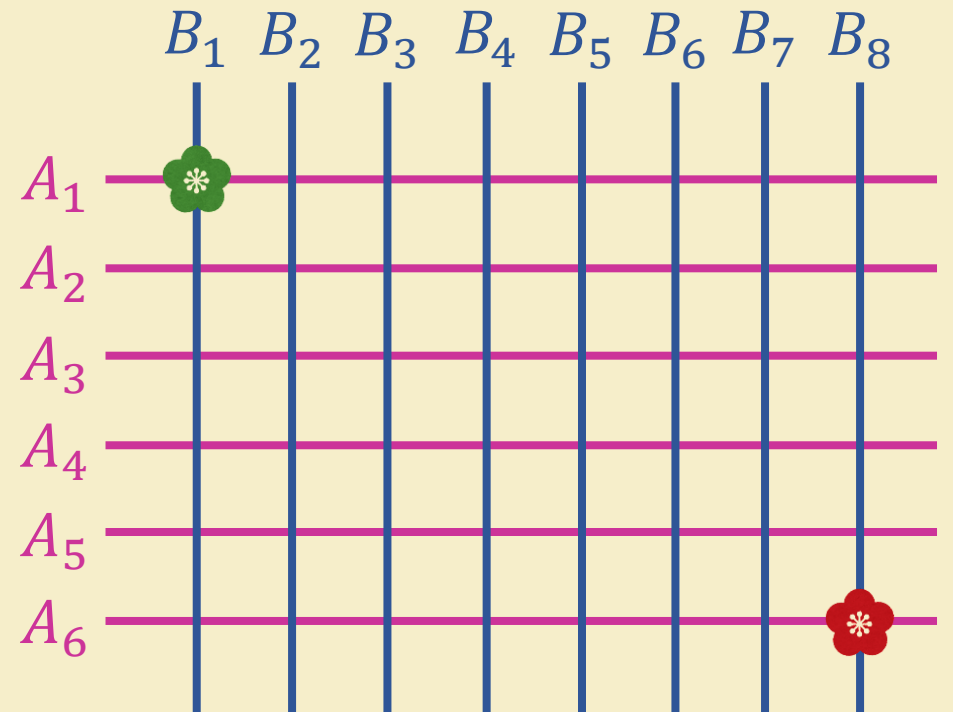
右図のように「碁盤目状」になっています

道路によって歩く速度が異なってきます

- 北から  $i$  本目の横方向の道路は  
1 マス分歩くのに  $A_i$  秒かかる
- 西から  $j$  本目の横方向の道路は  
1 マス分歩くのに  $B_j$  秒かかる

左上端 → 右下端 には最短で何秒かかる？

ただし、遠回りをしてはならないものとします（つまり、右方向 or 下方向にしか動けない）



# 問題概要

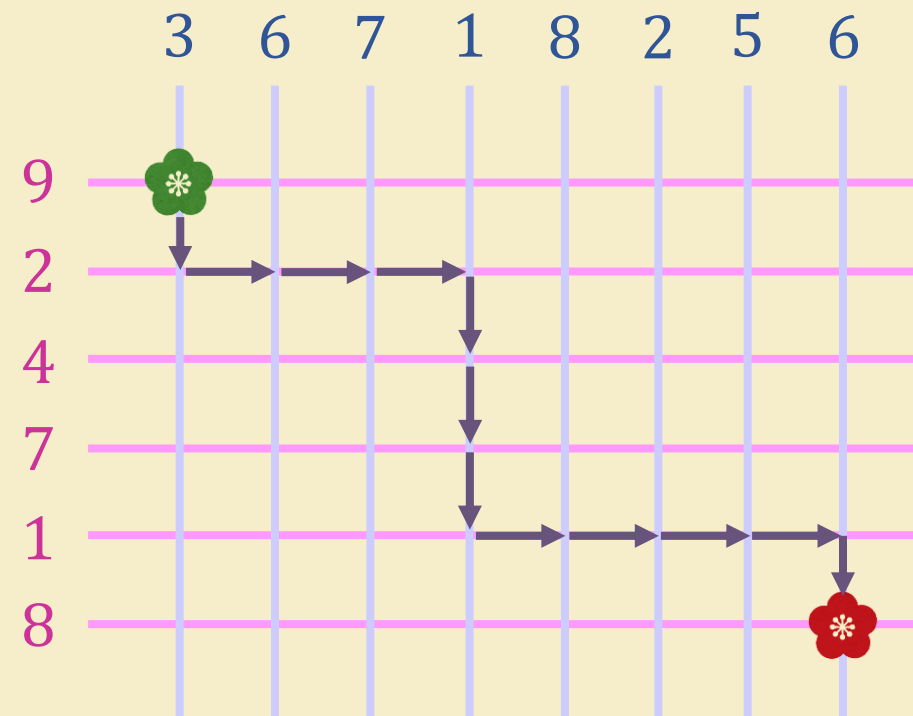
右図は  $H = 6, W = 8$  の例

このように進むのが「最短」になります

移動時間:  $3+2+2+2+1+1+1+1+1+1+1+6 = 22$

## 制約

- 小課題 1 (10 点):  $H, W \leq 10^3$
- 小課題 2 (30 点):  $H, W \leq 10^5; A_i, B_j \leq 10^3$
- 小課題 3 (60 点):  $H, W \leq 10^5$



# 小課題 1 (10 点)

制約:  $H, W \leq 1000$



# 小課題 1 — $H, W \leq 1000$

動的計画法 (DP) で解くことを考えます

$d[i][j]$  = 「交差点  $(i, j)$  に到達するための最短の時間」を順々に求めていきます

# 小課題 1 — $H, W \leq 1000$

動的計画法 (DP) で解くことを考えます

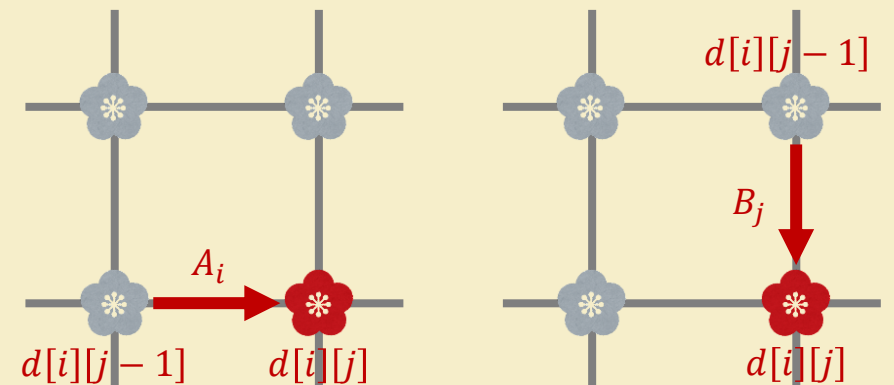
$d[i][j]$  = 「交差点  $(i, j)$  に到達するための最短の時間」を順々に求めていきます

$d[i][j]$  を求めたい

交差点  $(i, j)$  に到達する方法は右図の 2 通りに分けられます

- 左から進む場合: 最短距離  $d[i][j-1] + A_i$
- 上から進む場合: 最短距離  $d[i-1][j] + B_j$

よって  $d[i][j] = \min(d[i][j-1] + A_i, d[i-1][j] + B_j)$





# 小課題 1 — $H, W \leq 1000$

この式にしたがって、左上の交差点から順に求めます

答えは  $d[H][W]$  になります

計算量は  $O(HW)$  → 小課題 1 には通ります

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;

const long long INF = (1LL << 62);
int H, W, A[1009], B[1009]; long long d[1009][1009];

int main() {
    cin >> H >> W;
    for (int i = 1; i <= H; i++) cin >> A[i];
    for (int i = 1; i <= W; i++) cin >> B[i];
    for (int i = 1; i <= H; i++) {
        for (int j = 1; j <= W; j++) {
            if (i == 1 && j == 1) continue;
            long long v1 = (j >= 2 ? d[i][j-1] + A[i] : INF);
            long long v2 = (i >= 2 ? d[i-1][j] + B[j] : INF);
            d[i][j] = min(v1, v2);
        }
    }
    cout << d[H][W] << endl;
}
```

# 小課題 2 (30 点)

制約:  $H, W \leq 10^5$ ;  $A_i, B_j \leq 1000$

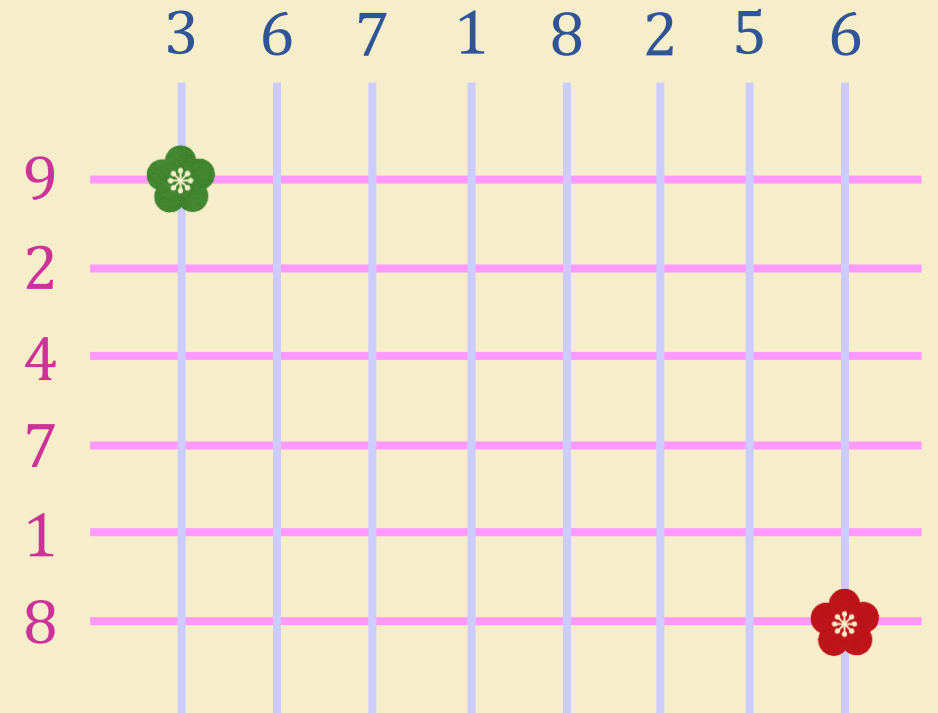


# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

右図の例を考えてみよう

どのような道路を通ることになるか？

逆に、どのような道路は確実に通らないか？



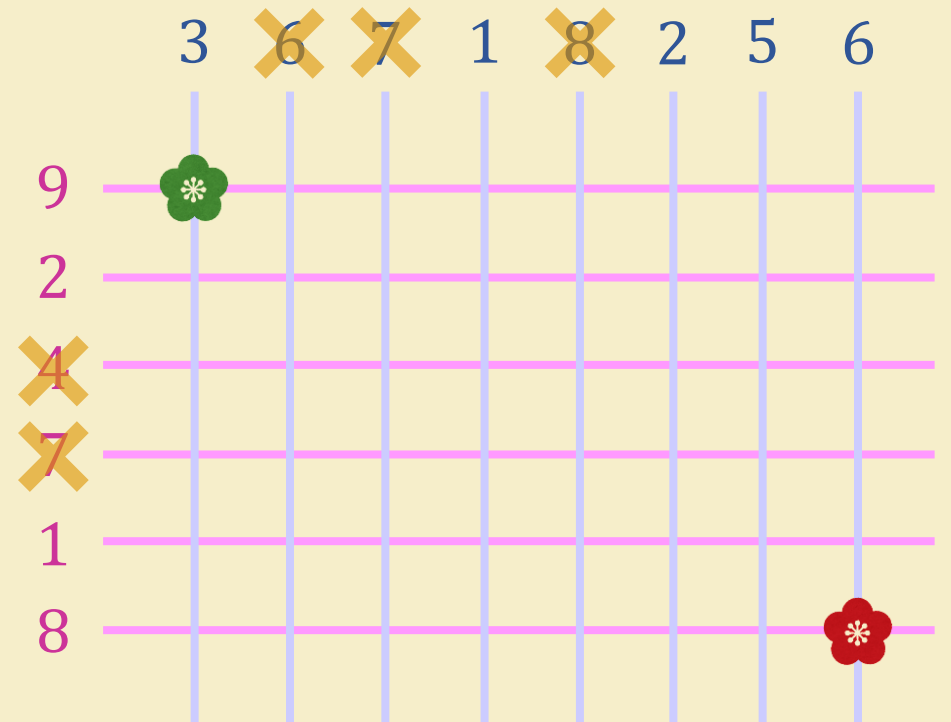
# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

右図の例を考えてみよう

どのような道路を通ることになるか？

逆に、どのような道路は確実に通らないか？

実は、× を書いた道路は「確実に通らない」！



# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

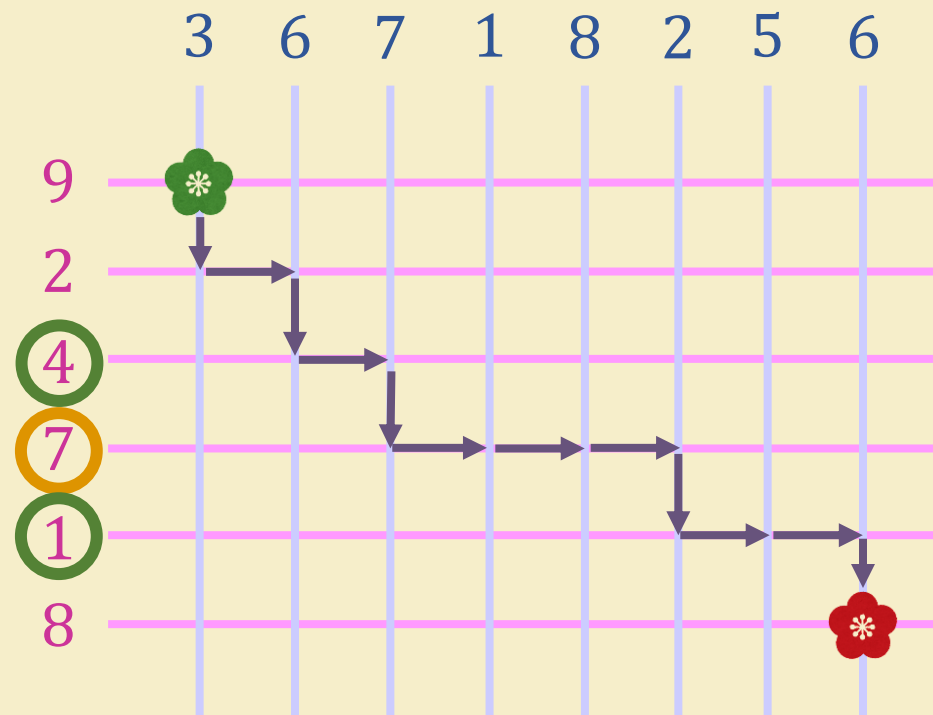
## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

## 具体例

仮に右図の「7」の道路を通る経路が最適だとする



# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

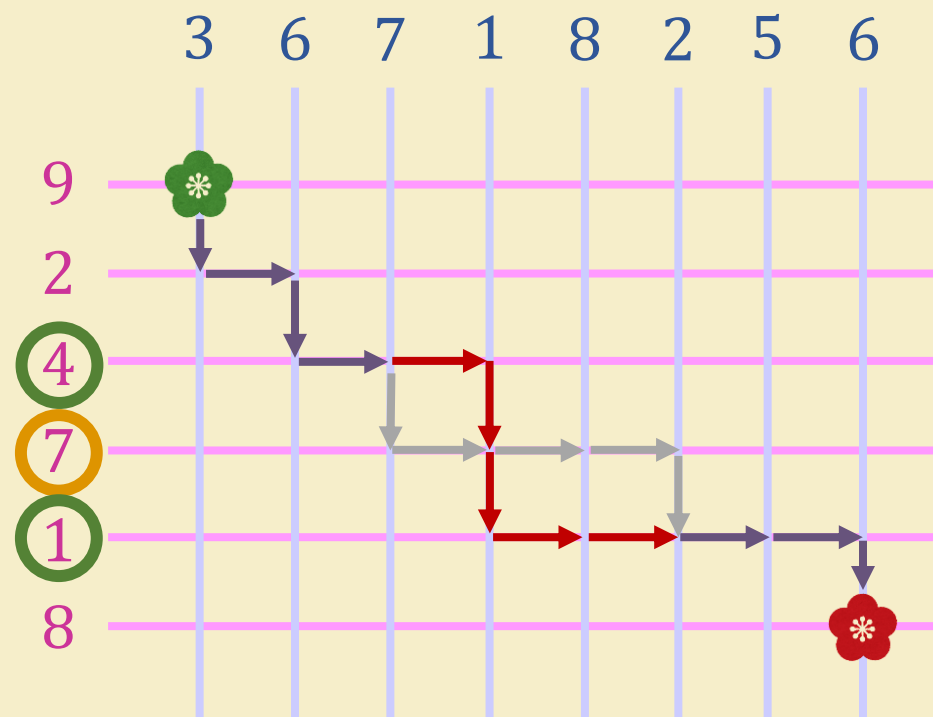
- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

## 具体例

仮に右図の「7」の道路を通る経路が最適だとする

これは、赤い（縦の「1」を通る）経路に変えた方が明らかに得

（理由は、縦の部分  $[7+2 > 1+1]$  と横の部分  $[7+7+7 > 4+1+1]$  の両方で、全区間で短縮されるから）



# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

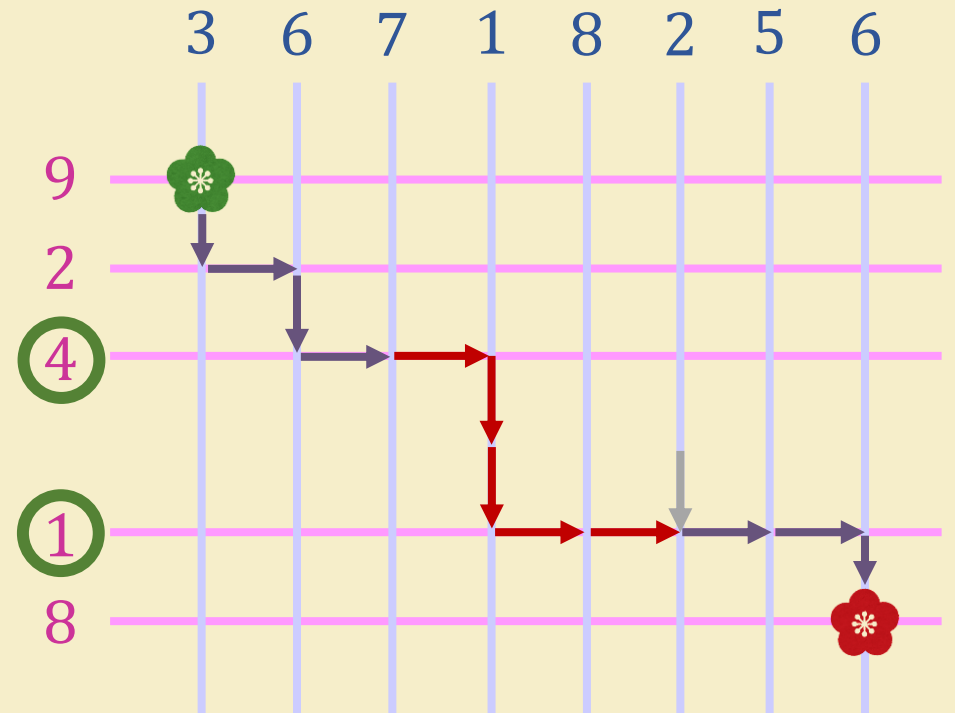
- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

## 証明

$A_i$  の道路を交差点  $(i, l) \rightarrow \dots \rightarrow (i, r)$  で通るとする

ここで、 $B_l, B_{l+1}, \dots, B_r$  の最小値を  $B_k$  とする

すると、 $(i-1, l) \rightarrow \dots \rightarrow (i-1, k) \rightarrow (i, k) \rightarrow (i+1, k) \rightarrow \dots \rightarrow (i+1, r)$  の経路にした方が絶対に得だから、 $A_i$  の道路は“存在意義がない” ( $B_j$  の道路についても同様)



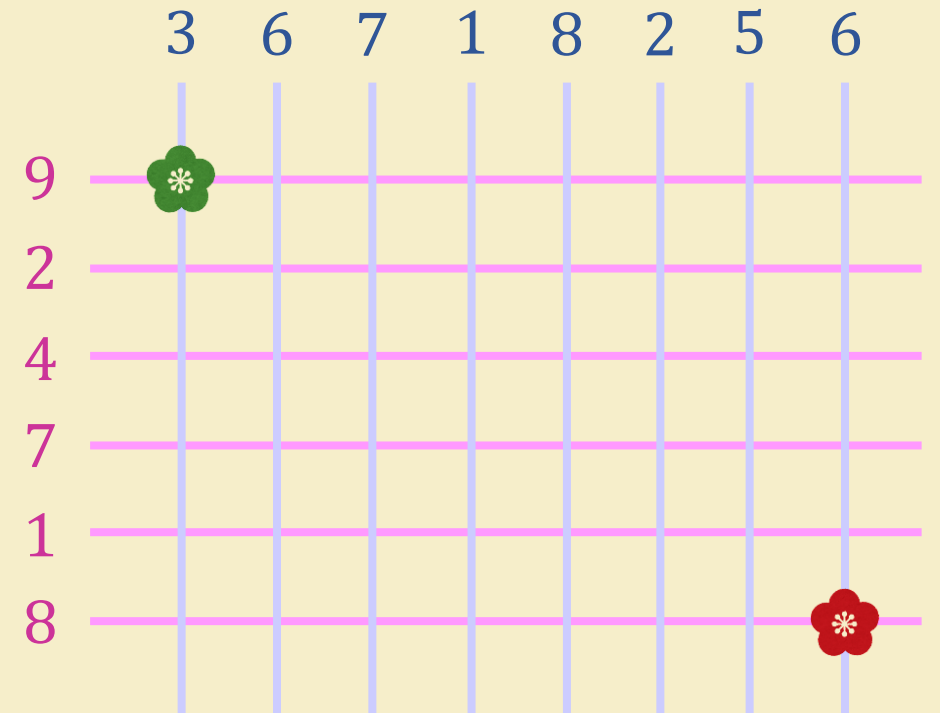
# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

この要領で道路を消していくとどうなる…?





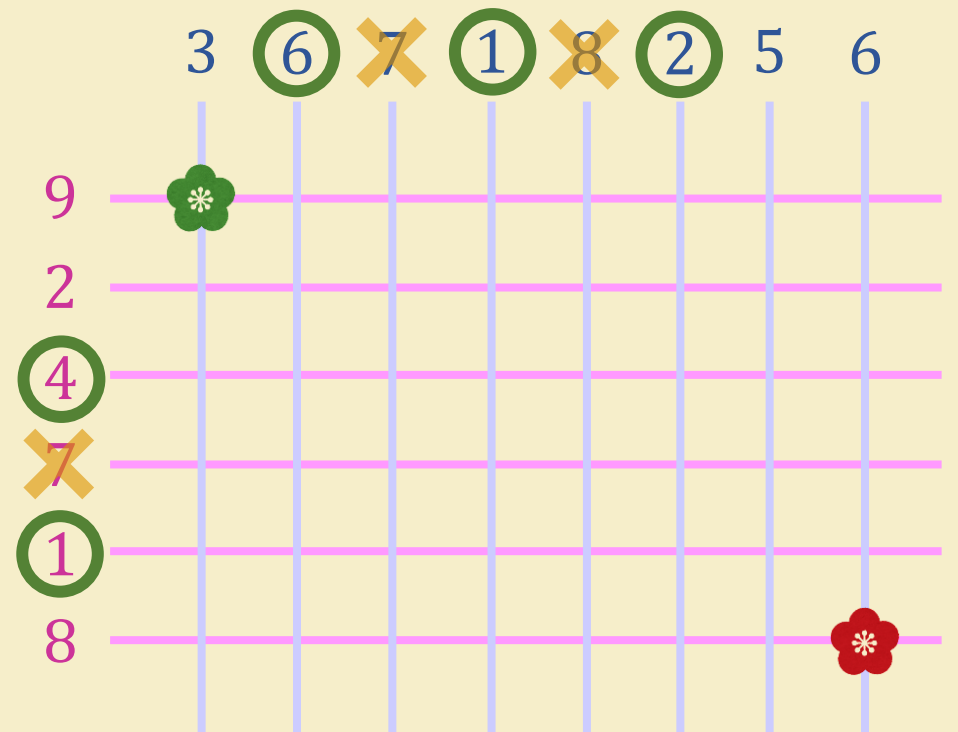
# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

この要領で道路を消していくとどうなる…?



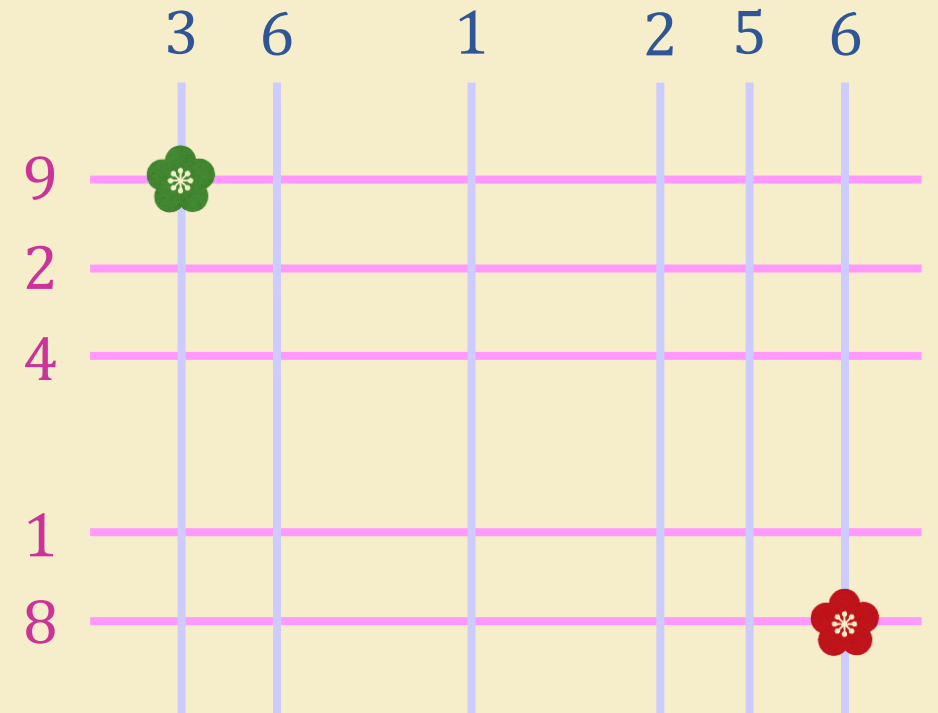
# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

この要領で道路を消していくとどうなる…?



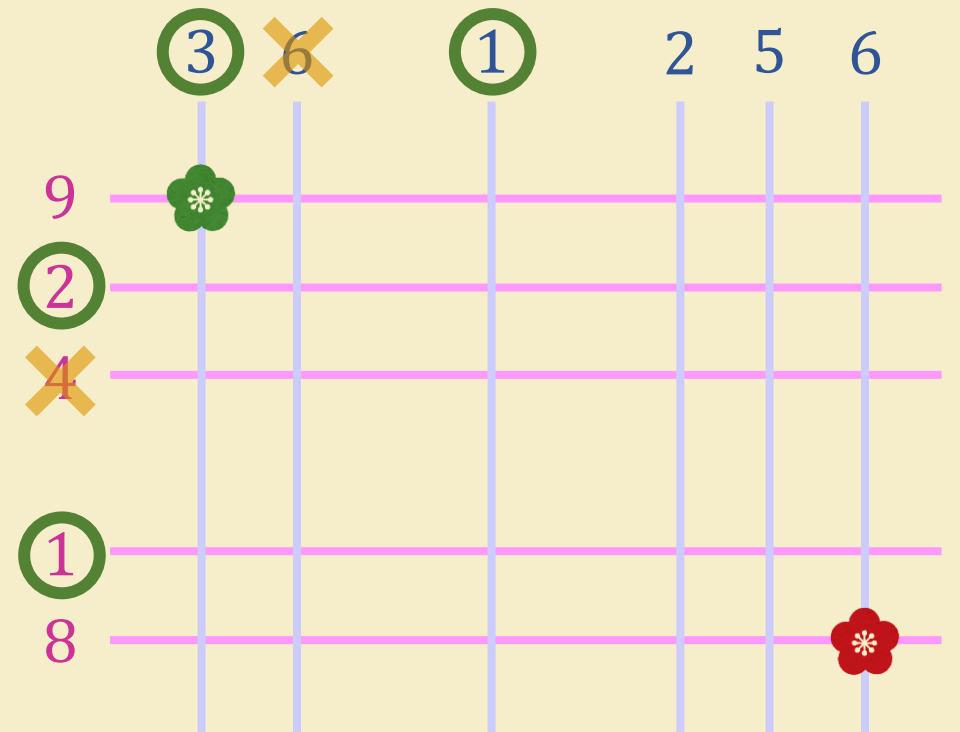
# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

この要領で道路を消していくとどうなる…?



# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

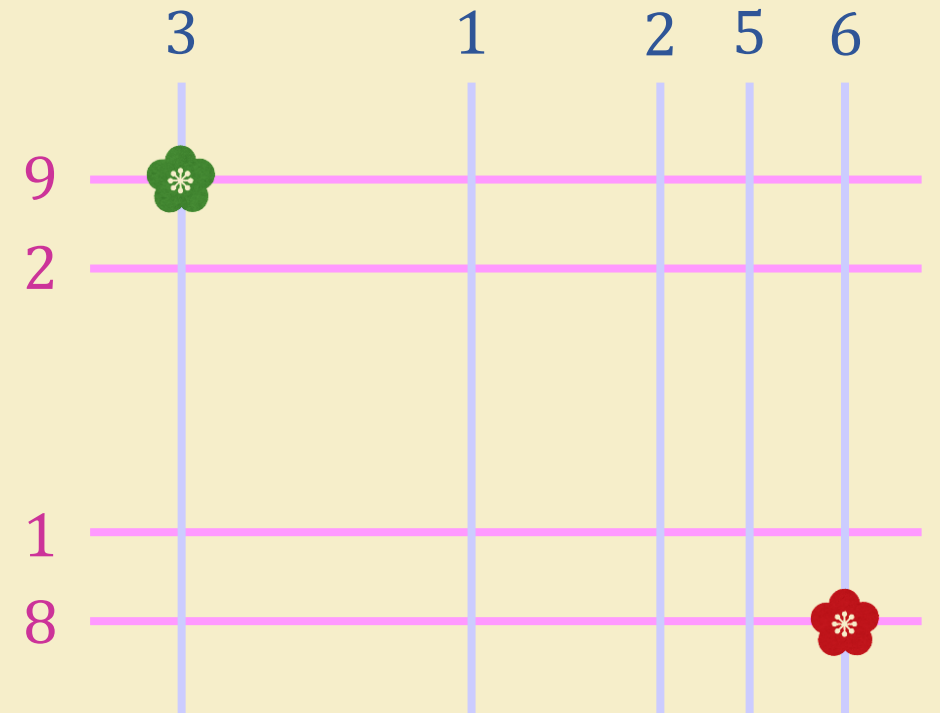
## 重要な性質

以下の道路は絶対に通らない

- $A_{i-1} \leq A_i \geq A_{i+1}$  となるような、横方向の道路  $i$
- $B_{i-1} \leq B_i \geq B_{i+1}$  となるような、縦方向の道路  $j$

この要領で道路を消していくとどうなる…?

→ たくさんの道路が消えた!



# 小課題 2 — $A_i, B_j \leq 1000$

結局、残る道路は…?

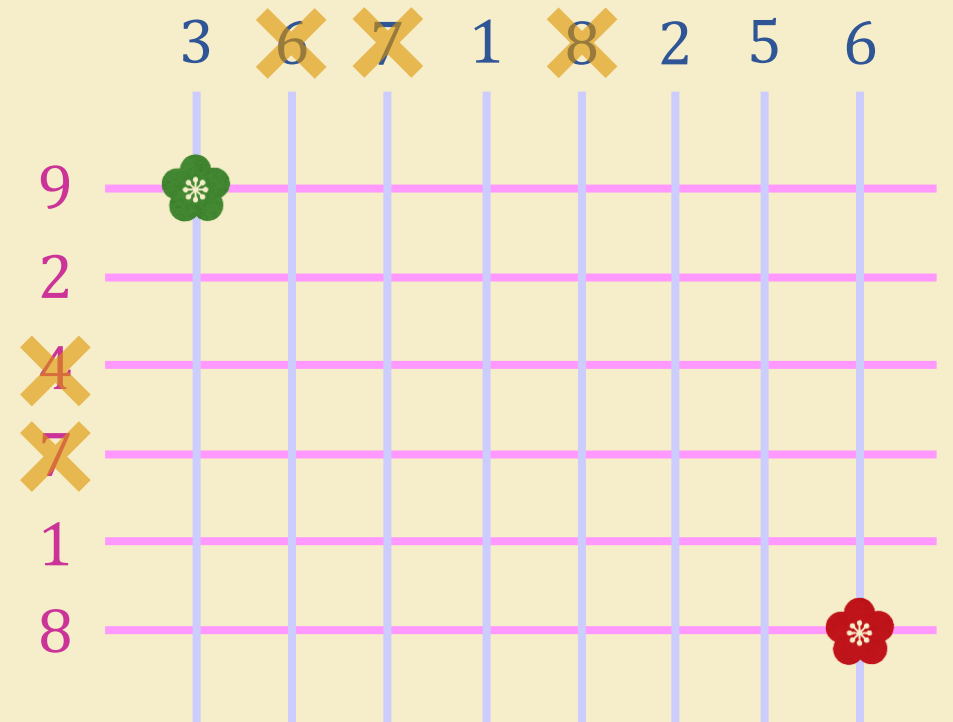
- $A_i$  の左から or 右からの最小値を更新する道路
- $B_j$  の左から or 右からの最小値を更新する道路

$A_i, B_j \leq 1000$  の場合…

残る道路は縦横それぞれ 2000 本以下

→ これなら DP で最短経路が求まる!

全体計算量は  $O(MAX^2)$  [ただし  $MAX$  は  $A_i, B_j$  の最大値]



# 満点解法

制約:  $H, W \leq 10^5$



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

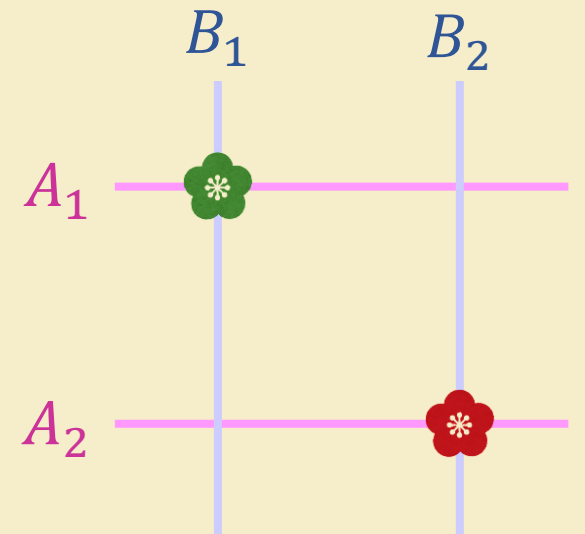
ところで、 $H = 2, W = 2$  の場合を考えよう

$H = 2, W = 2$  の場合

経路は 2 つあるが、どちらを通った方がよいか？

- $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 2)$ :  $A_1 + B_2$  秒
- $(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2)$ :  $B_1 + A_2$  秒

$A_1 + B_2 < B_1 + A_2 \Leftrightarrow A_2 - A_1 > B_2 - B_1$  のとき前者の方が得



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

ところで、 $H = 2, W = 2$  の場合を考えよう

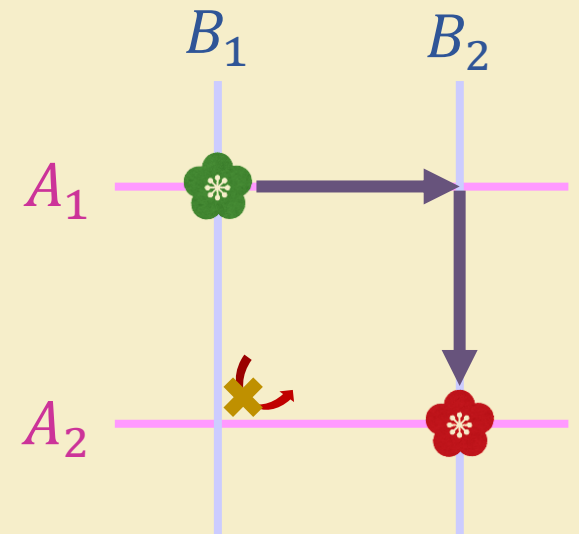
$H = 2, W = 2$  の場合

経路は 2 つあるが、どちらを通った方がよいか？

- $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 2)$ :  $A_1 + B_2$  秒
- $(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2)$ :  $B_1 + A_2$  秒

$A_1 + B_2 < B_1 + A_2 \Leftrightarrow A_2 - A_1 > B_2 - B_1$  のとき前者の方が得

つまり、交差点  $(2, 1)$  で左向きに曲がることは許されない！

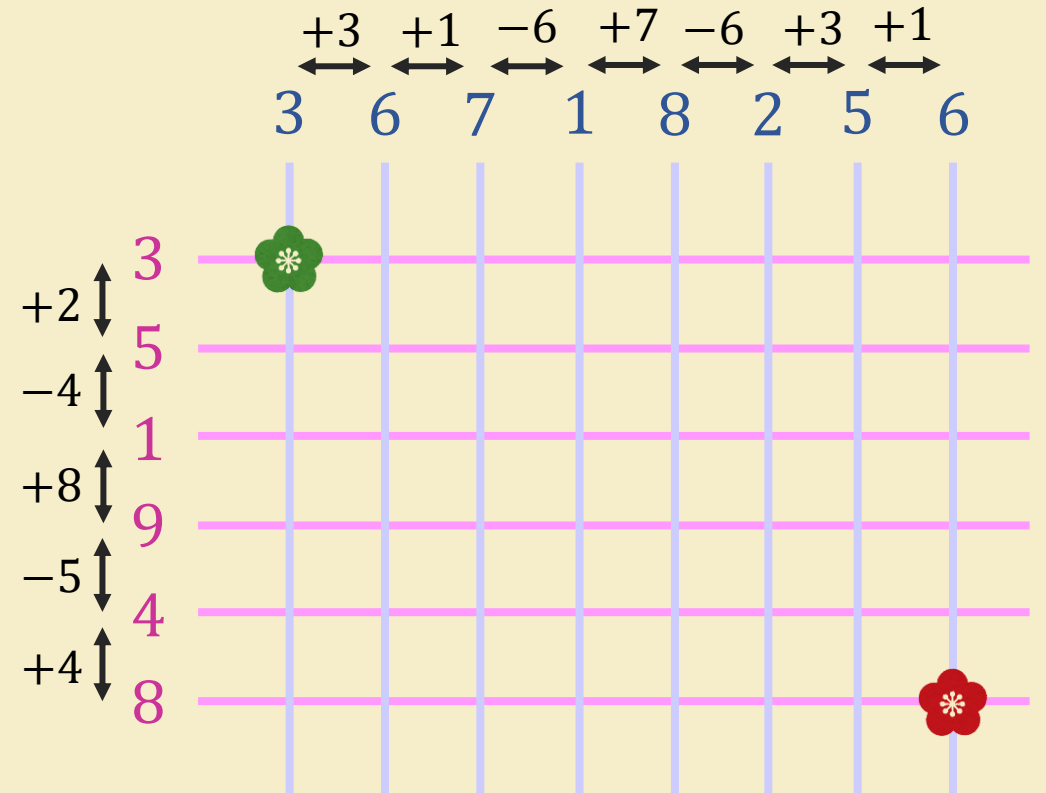




# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

これを、一般の場合に適用してみましょう

(右図の黒い数は「差分」を表しています)



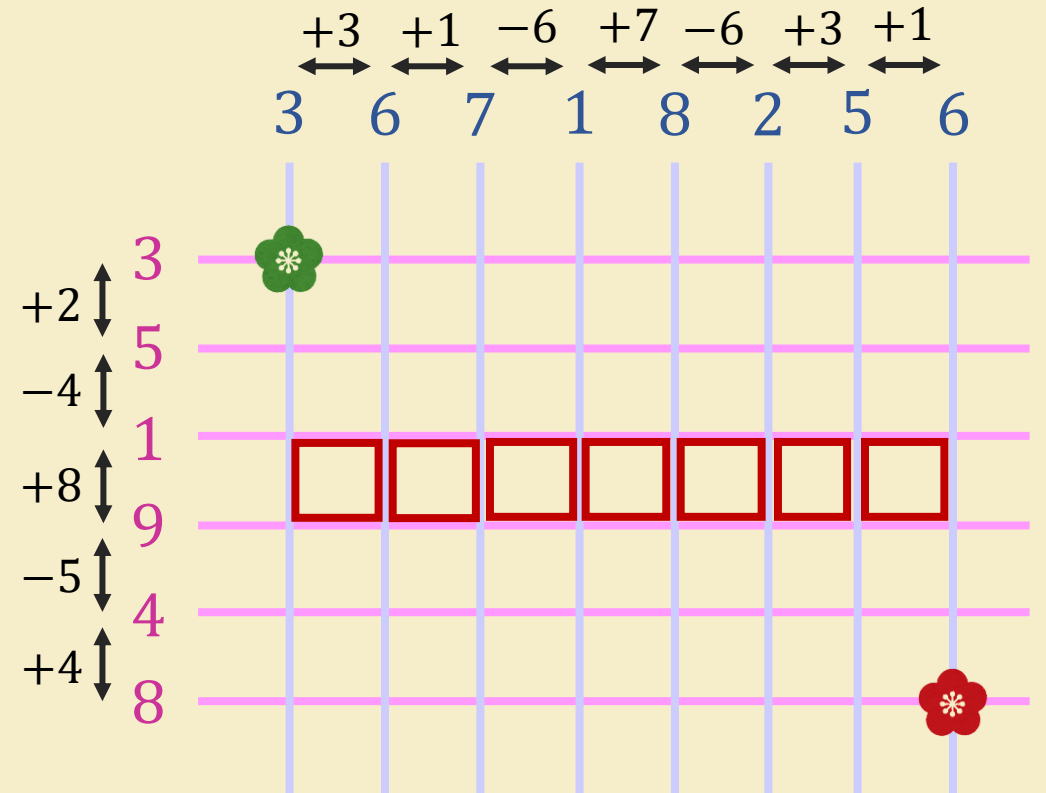
# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

これを、一般の場合に適用してみましょう

(右図の黒い数は「差分」を表しています)

「+8」は全体で最も大きい差分なので

この行のすべての四角に条件を適用させると…



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

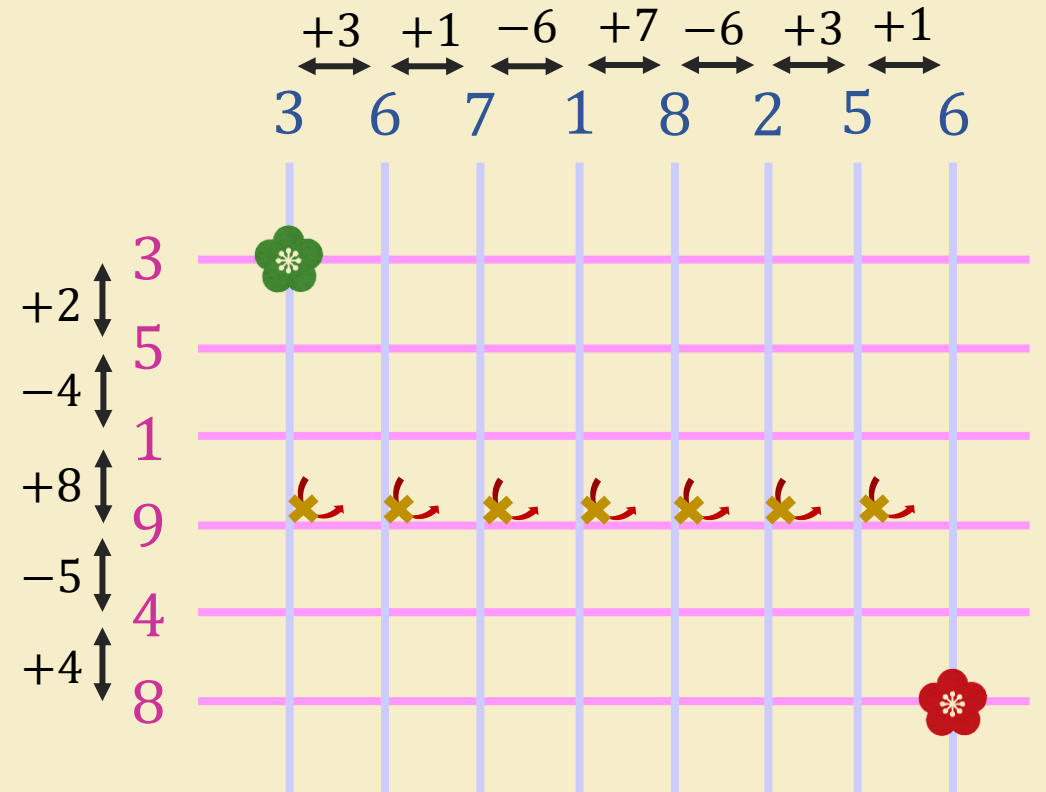
これを、一般の場合に適用してみましょう

(右図の黒い数は「差分」を表しています)

「+8」は全体で最も大きい差分なので

この行のすべての四角に条件を適用させると…

“左に曲がることはできない”



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

これを、一般の場合に適用してみましょう

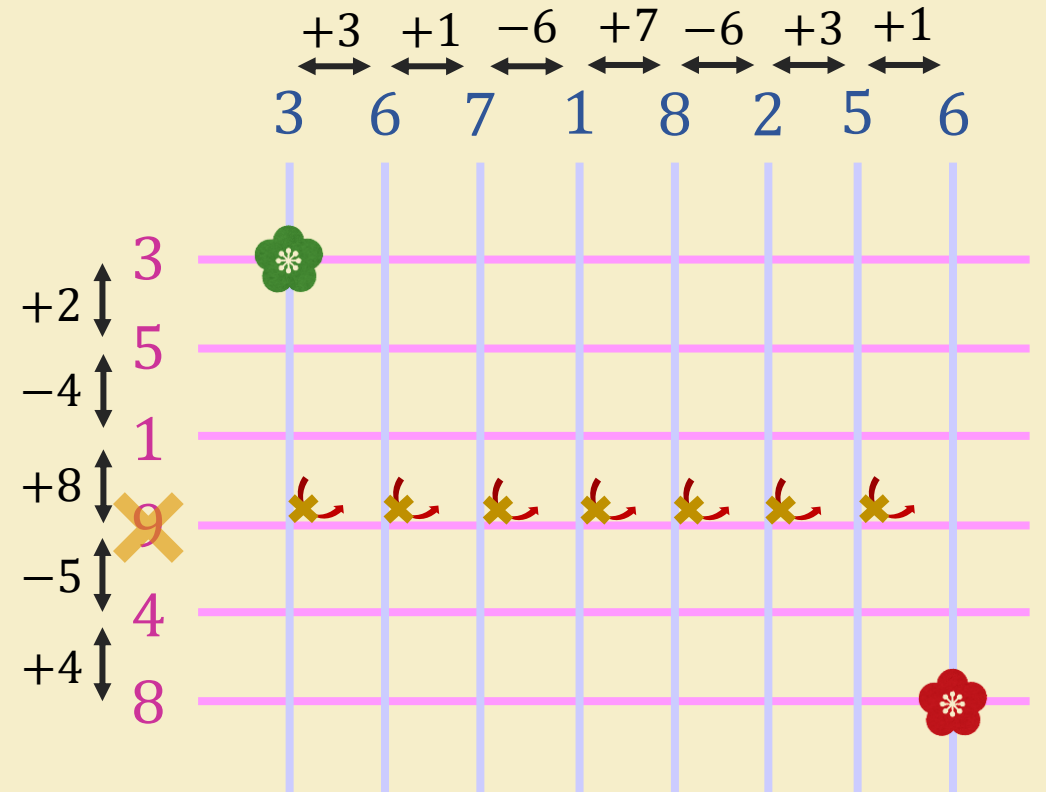
(右図の黒い数は「差分」を表しています)

「+8」は全体で最も大きい差分なので

この行のすべての四角に条件を適用させると…

“左に曲がることはできない”

つまり、「9」の道路は絶対に通ることができない!



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

これを、一般の場合に適用してみましょう

(右図の黒い数は「差分」を表しています)

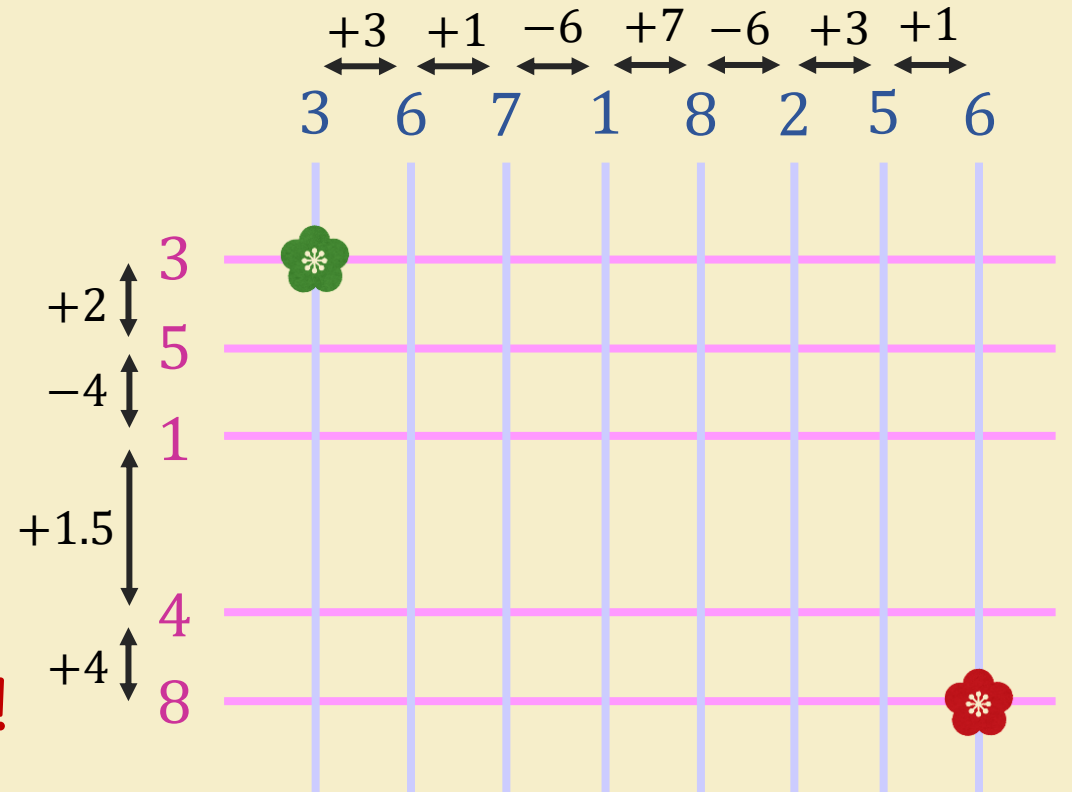
「+8」は全体で最も大きい差分なので

この行のすべての四角に条件を適用させると…

“左に曲がることはできない”

つまり、「9」の道路は絶対に通ることができない!

これで 1 つ道路が消えた



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

これを、一般の場合に適用してみましょう

(右図の黒い数は「差分」を表しています)

「+8」は全体で最も大きい差分なので

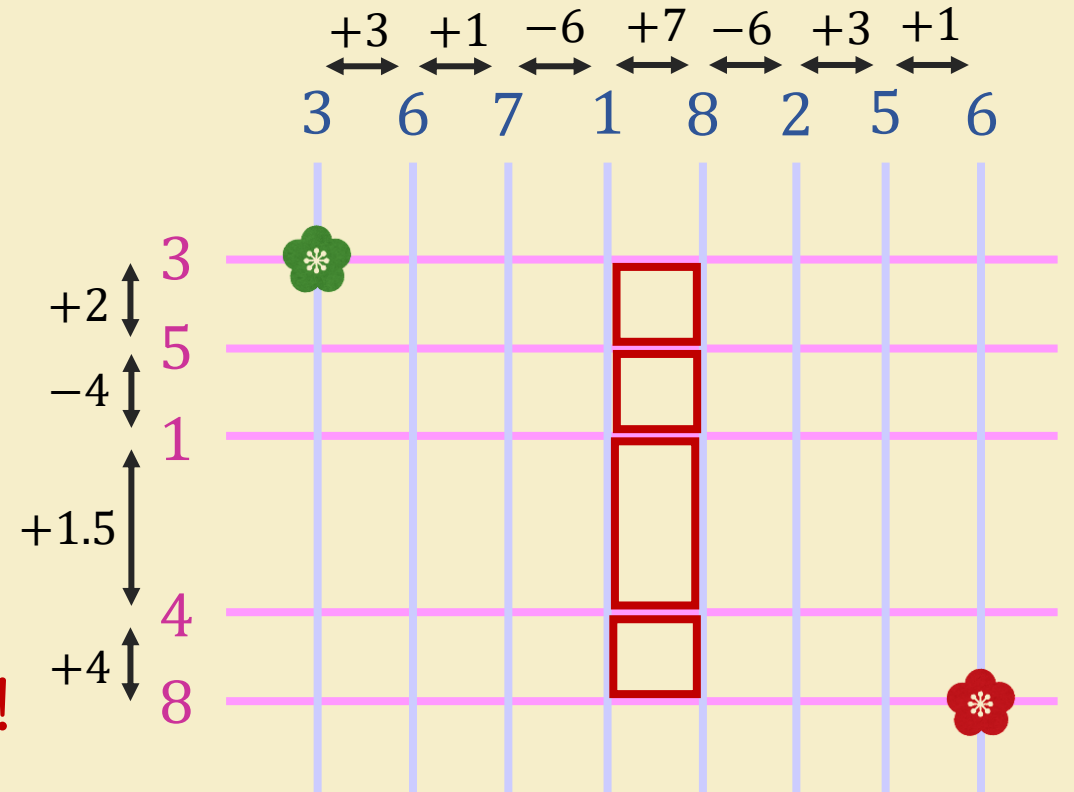
この行のすべての四角に条件を適用させると…

“左に曲がることはできない”

つまり、「9」の道路は絶対に通ることができない!

これで 1 つ道路が消えた

次に大きい「+7」に条件を適用させたい



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

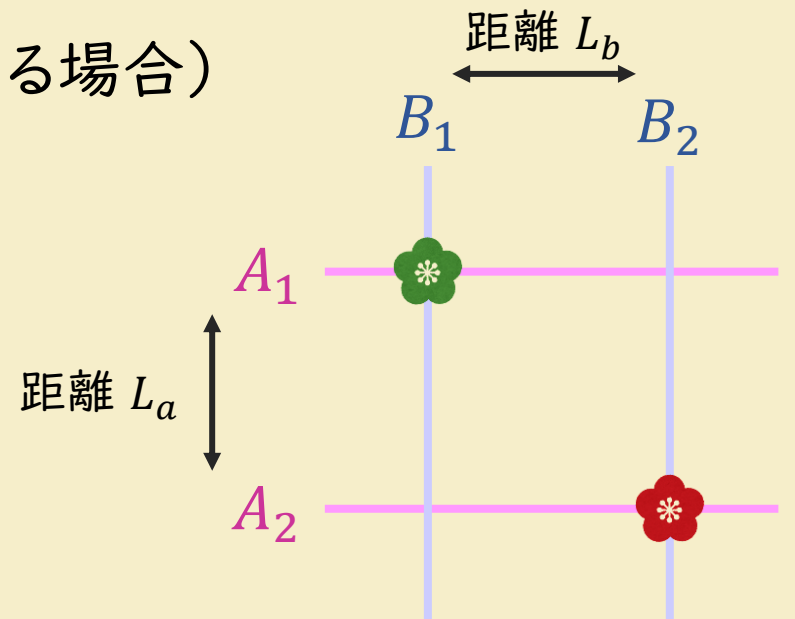
ここで、 $H = 2, W = 2$  に戻って考えよう (道路が離れている場合)

$H = 2, W = 2$  の場合

経路は 2 つあるが、どちらを通った方がよいか?

- $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 2)$ :  $A_1 \cdot L_b + B_2 \cdot L_a$  秒
- $(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2)$ :  $B_1 \cdot L_a + A_2 \cdot L_b$  秒

$A_1 \cdot L_b + B_2 \cdot L_a < B_1 \cdot L_a + A_2 \cdot L_b \Leftrightarrow \frac{A_2 - A_1}{L_a} > \frac{B_2 - B_1}{L_b}$  のとき前者の方が得



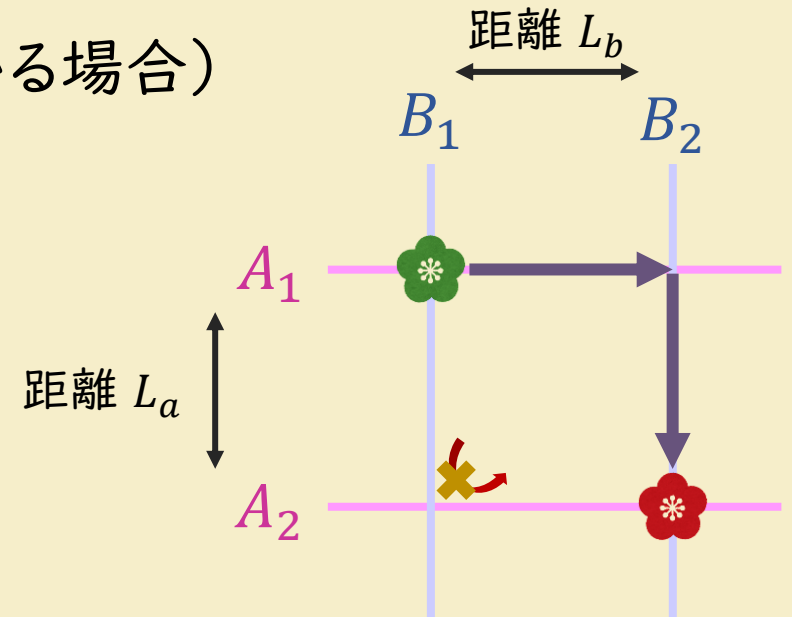
# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

ここで、 $H = 2, W = 2$  に戻って考えよう（道路が離れている場合）

$H = 2, W = 2$  の場合

経路は 2 つあるが、どちらを通った方がよいか？

- $(1, 1) \rightarrow (1, 2) \rightarrow (2, 2)$ :  $A_1 \cdot L_b + B_2 \cdot L_a$  秒
- $(1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2)$ :  $B_1 \cdot L_a + A_2 \cdot L_b$  秒



$A_1 \cdot L_b + B_2 \cdot L_a < B_1 \cdot L_a + A_2 \cdot L_b \Leftrightarrow \frac{A_2 - A_1}{L_a} > \frac{B_2 - B_1}{L_b}$  のとき前者の方が得

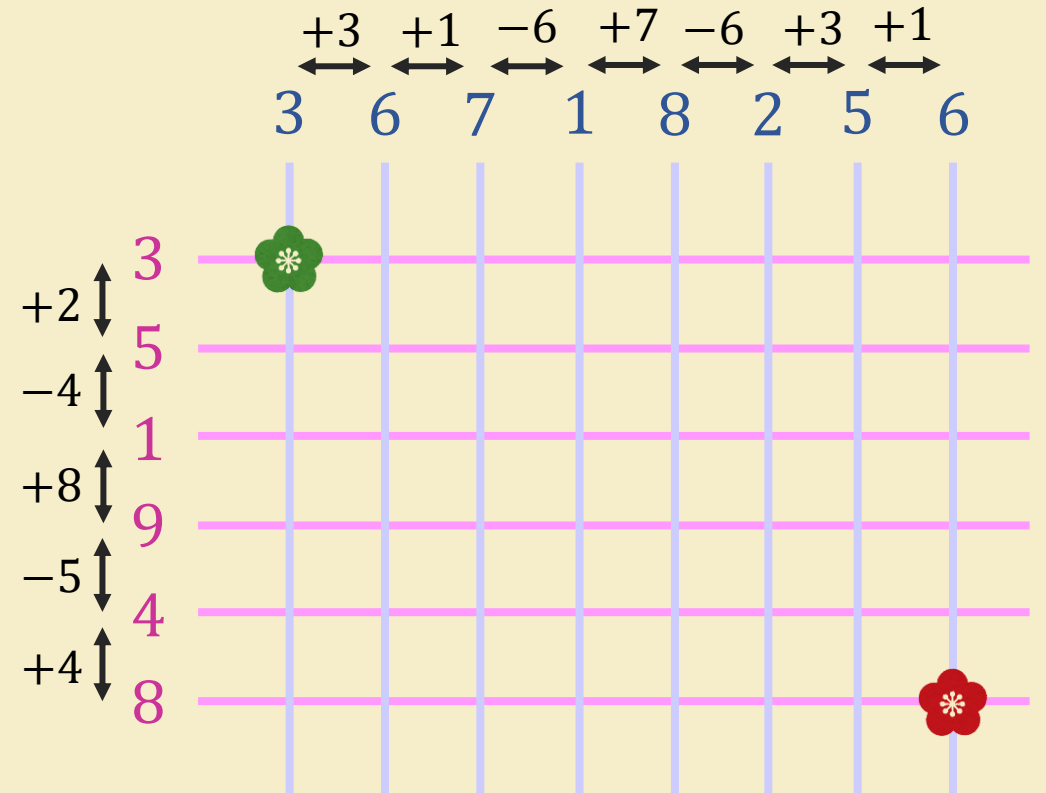
→ つまり、(差分) ÷ (距離) で運命が分かれる！（これを“傾き”ということにする）



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

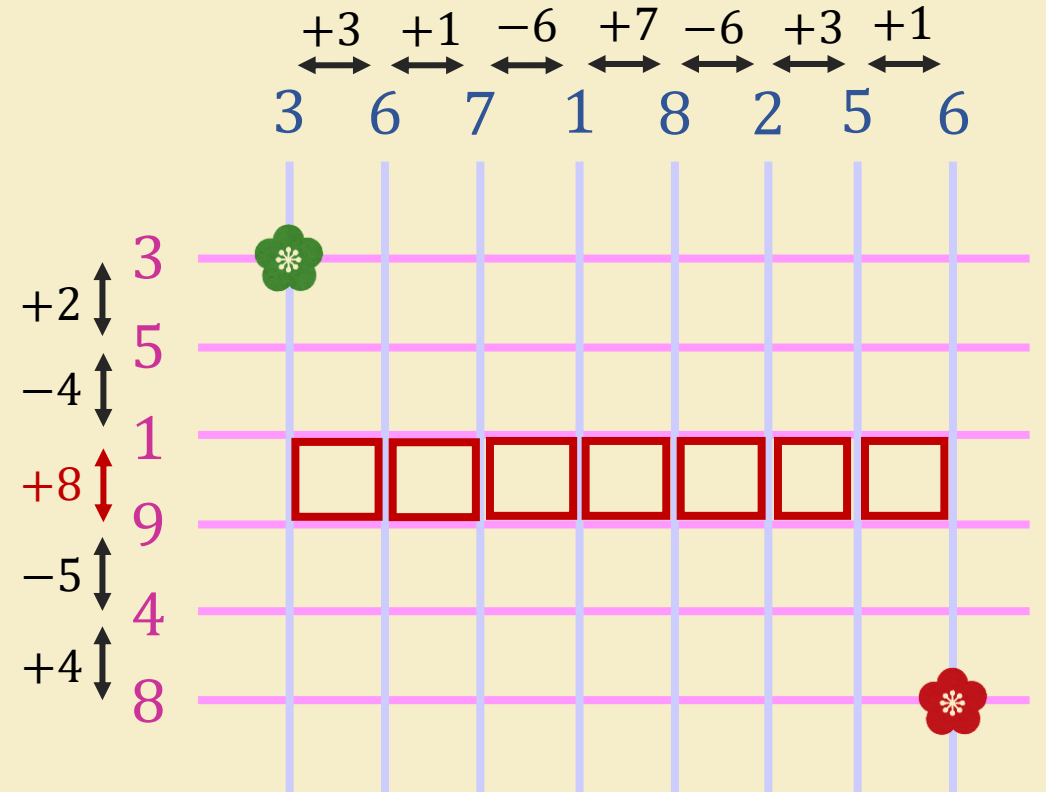
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

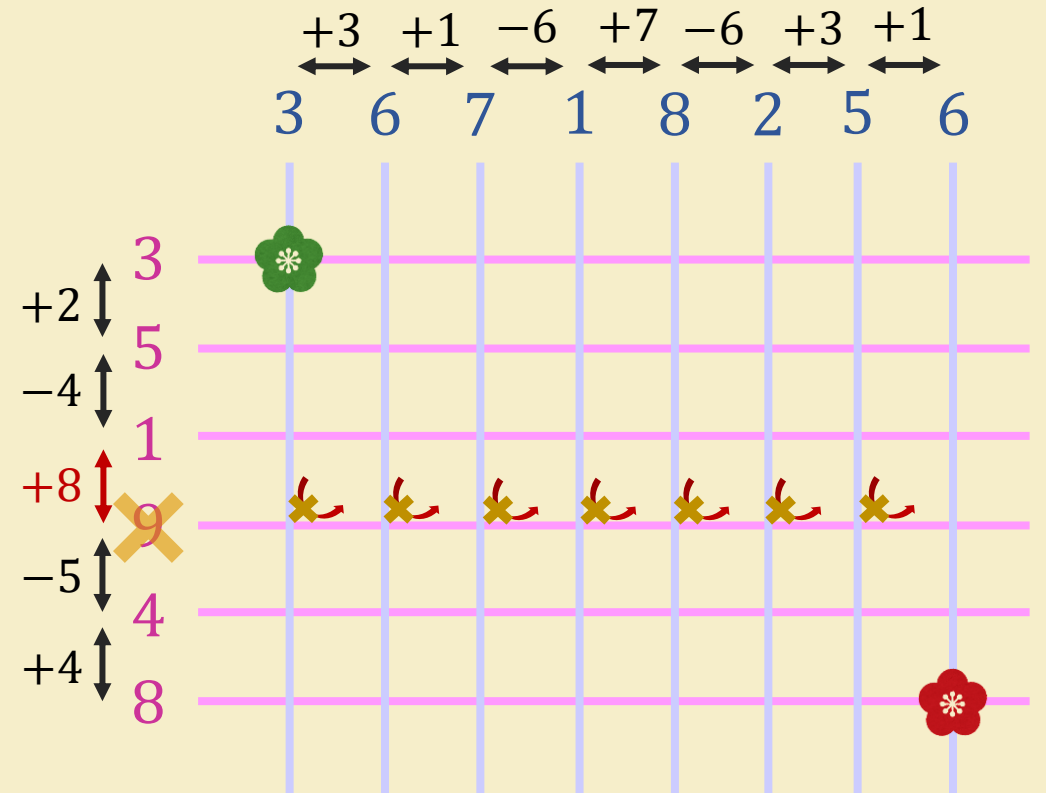
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

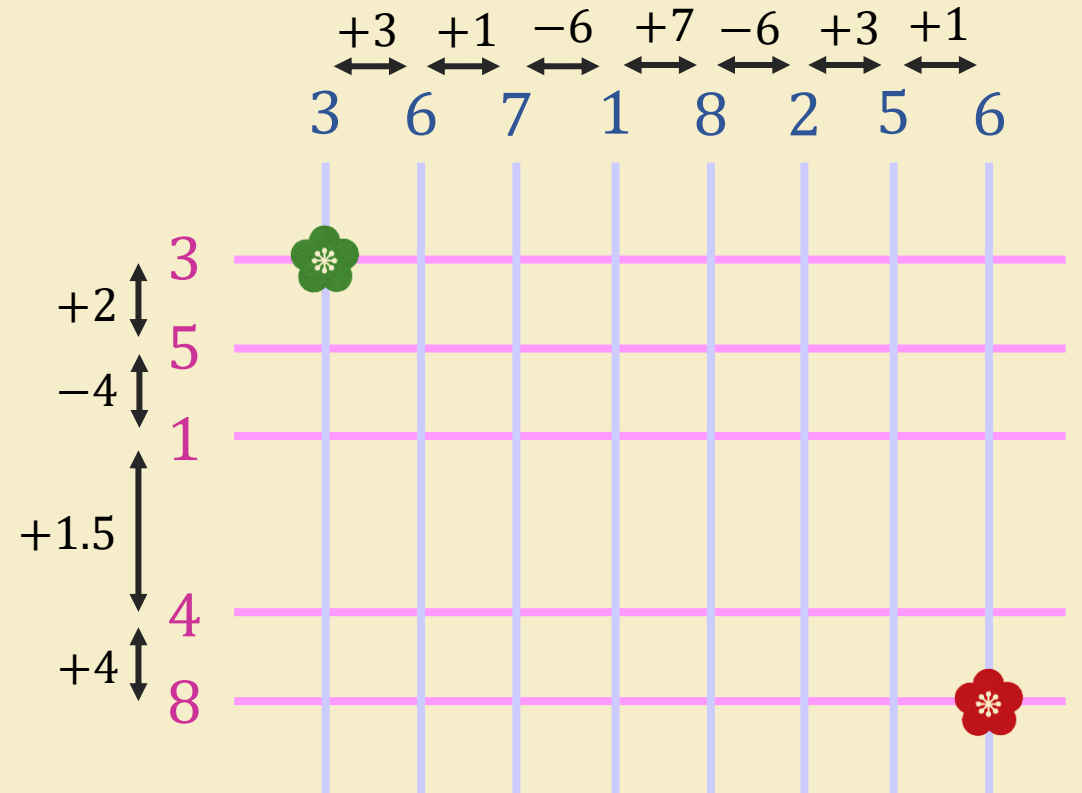
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

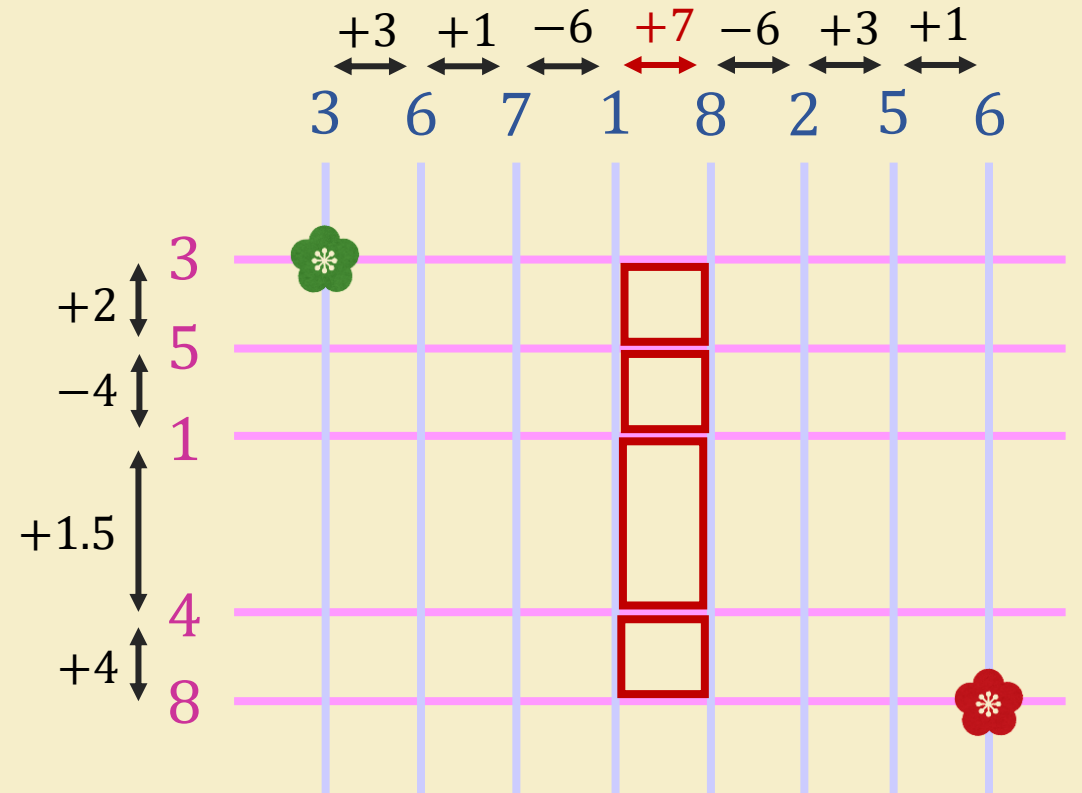
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

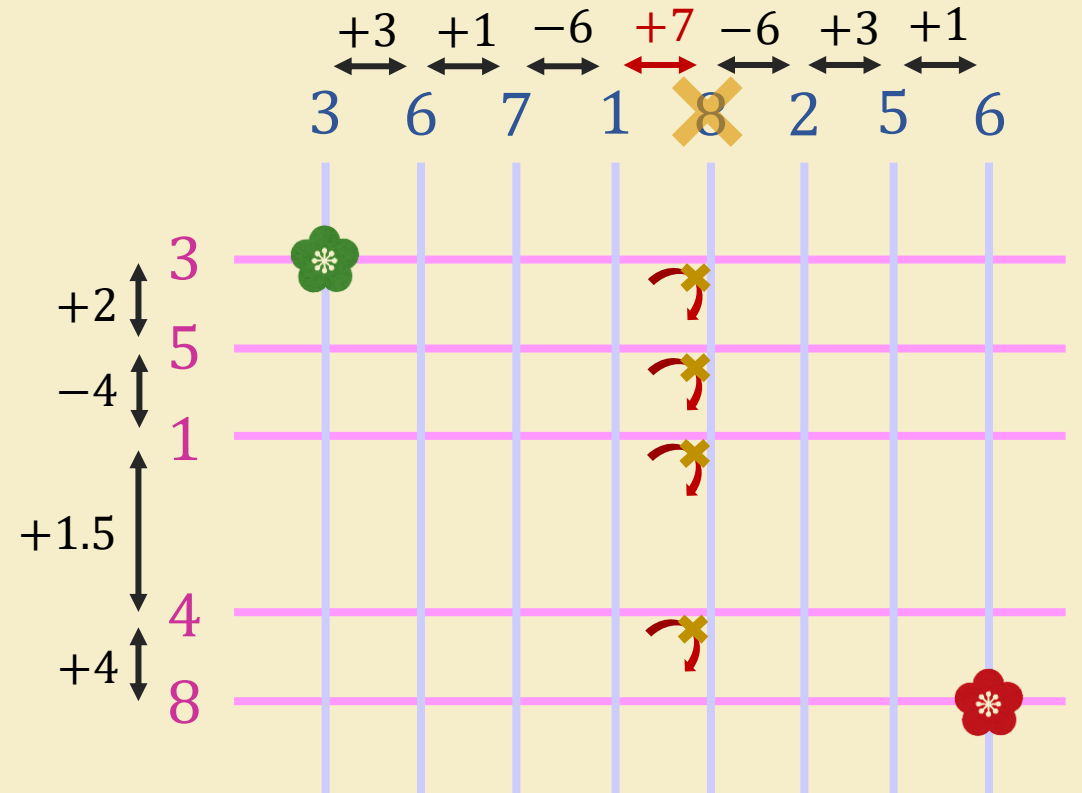
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

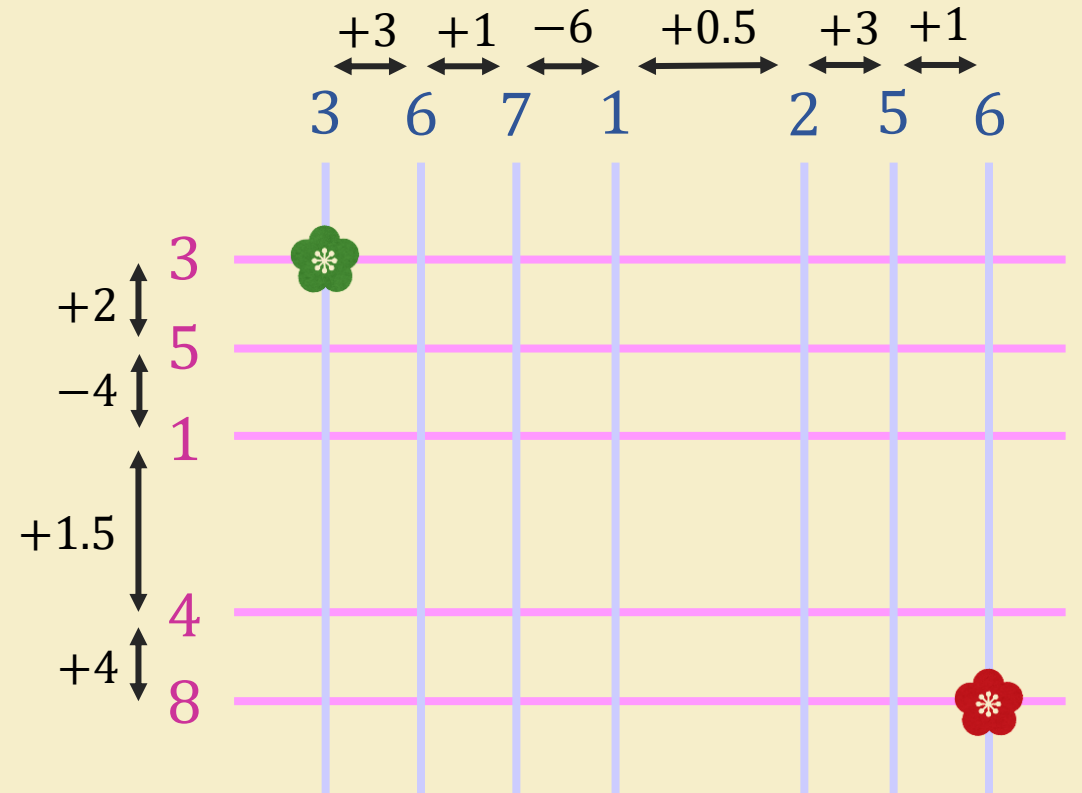
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

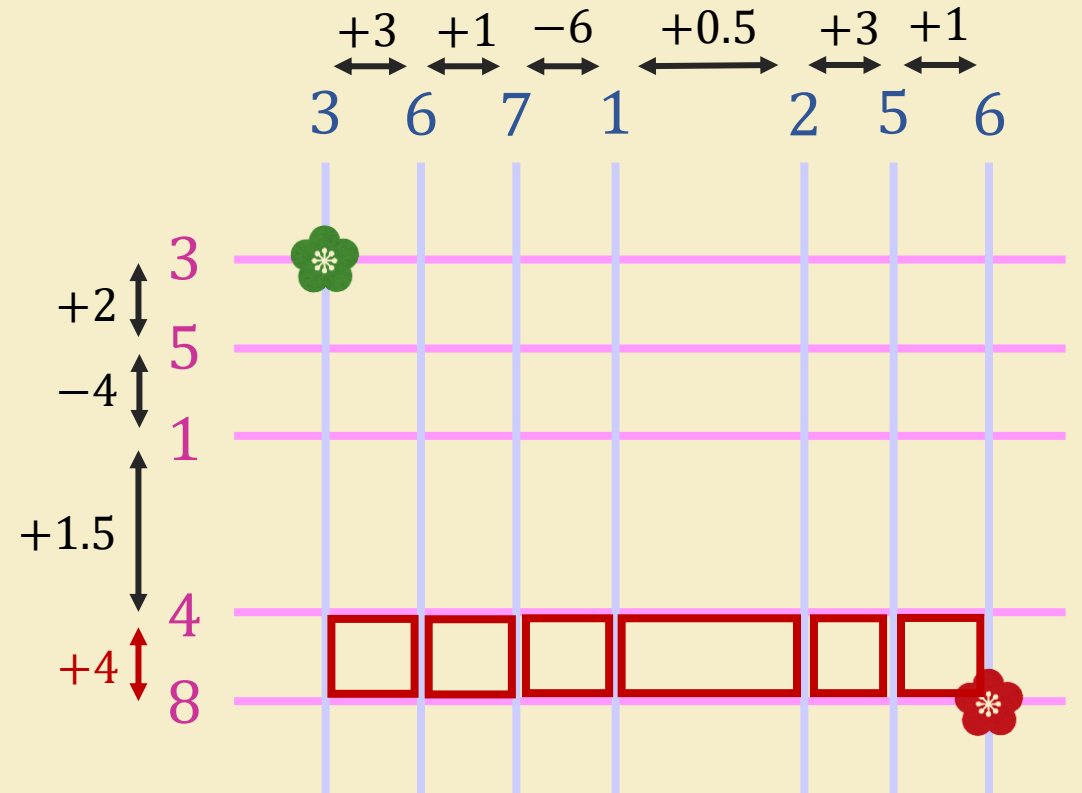
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

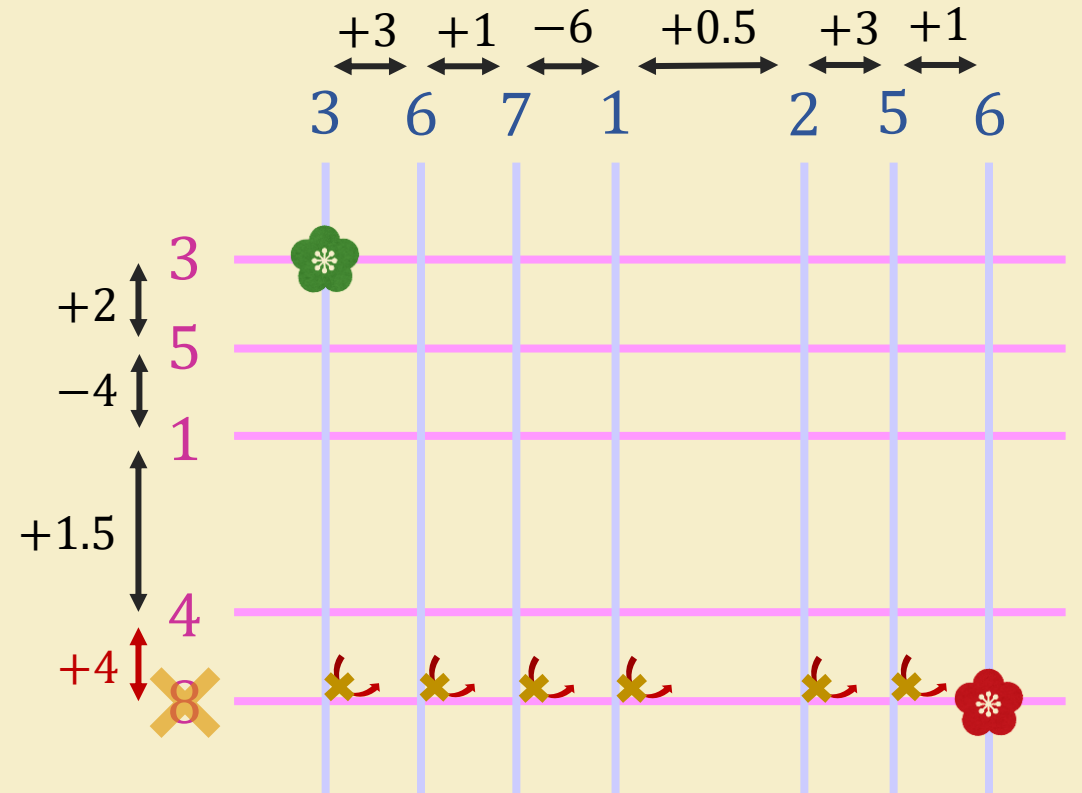




# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

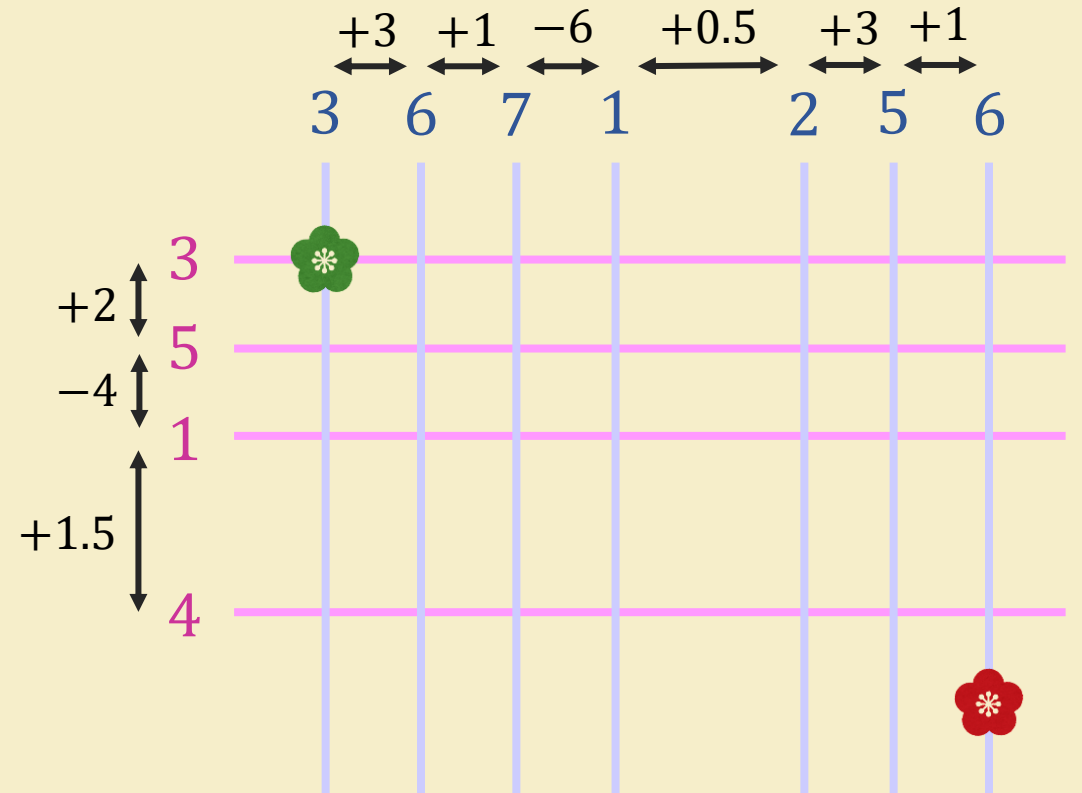
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

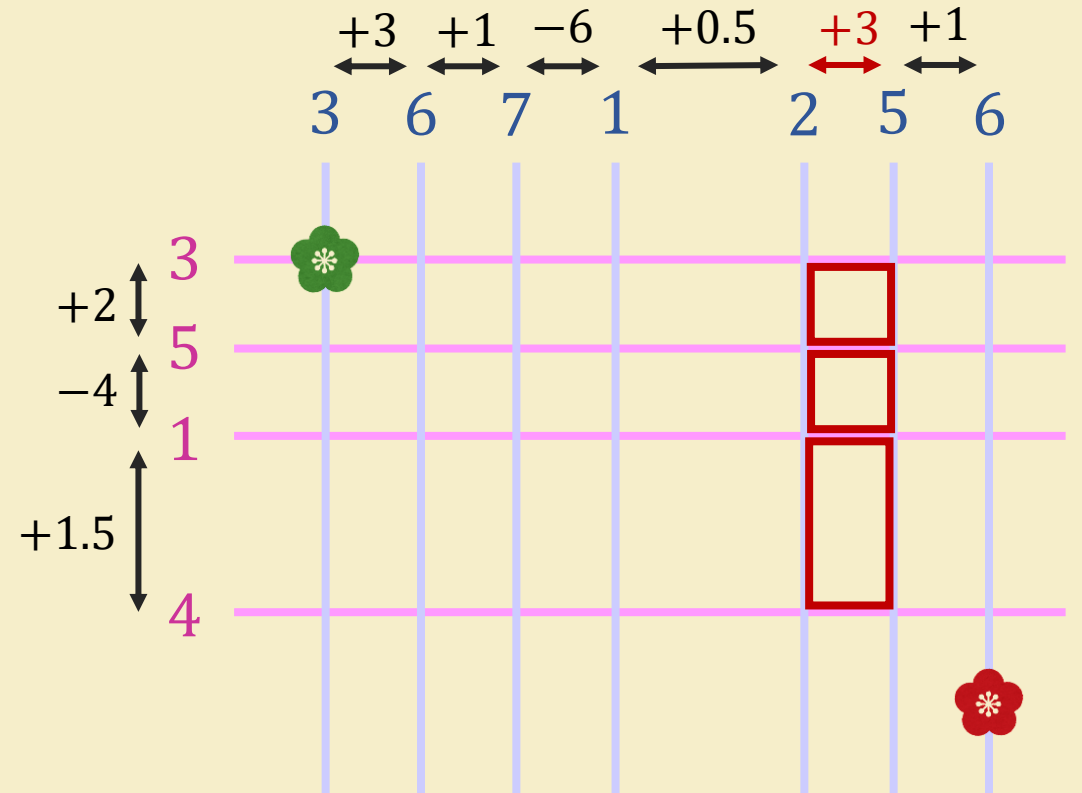
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

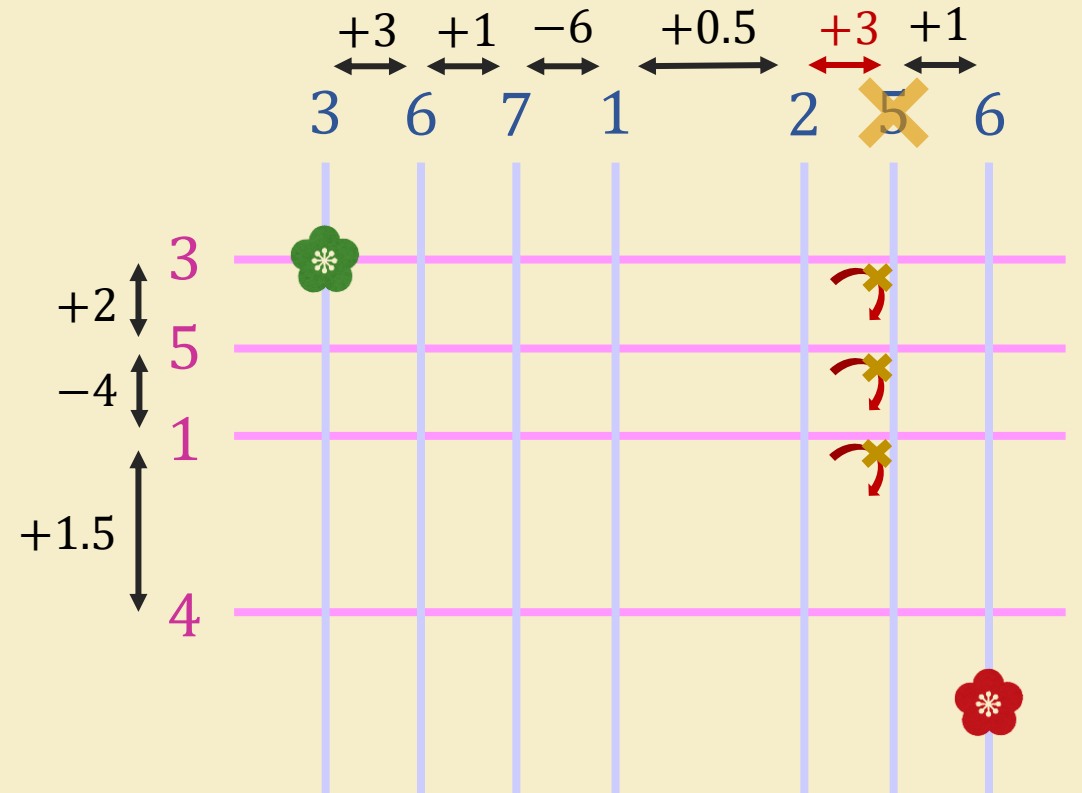
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

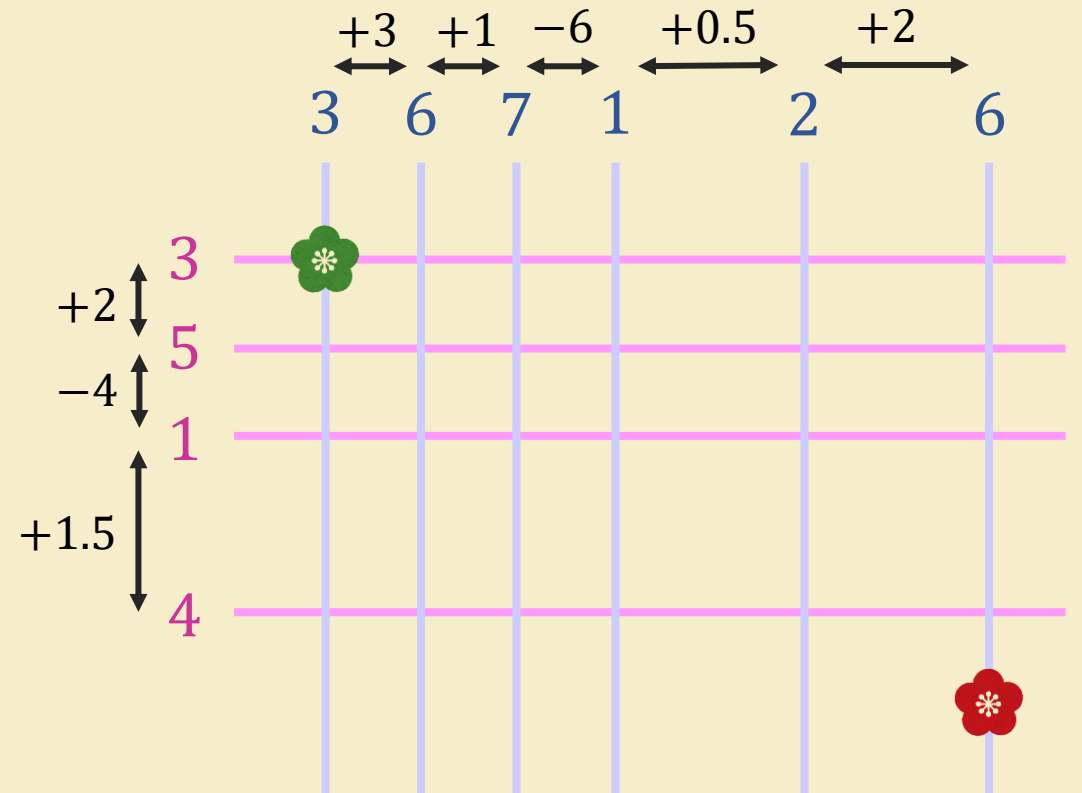
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

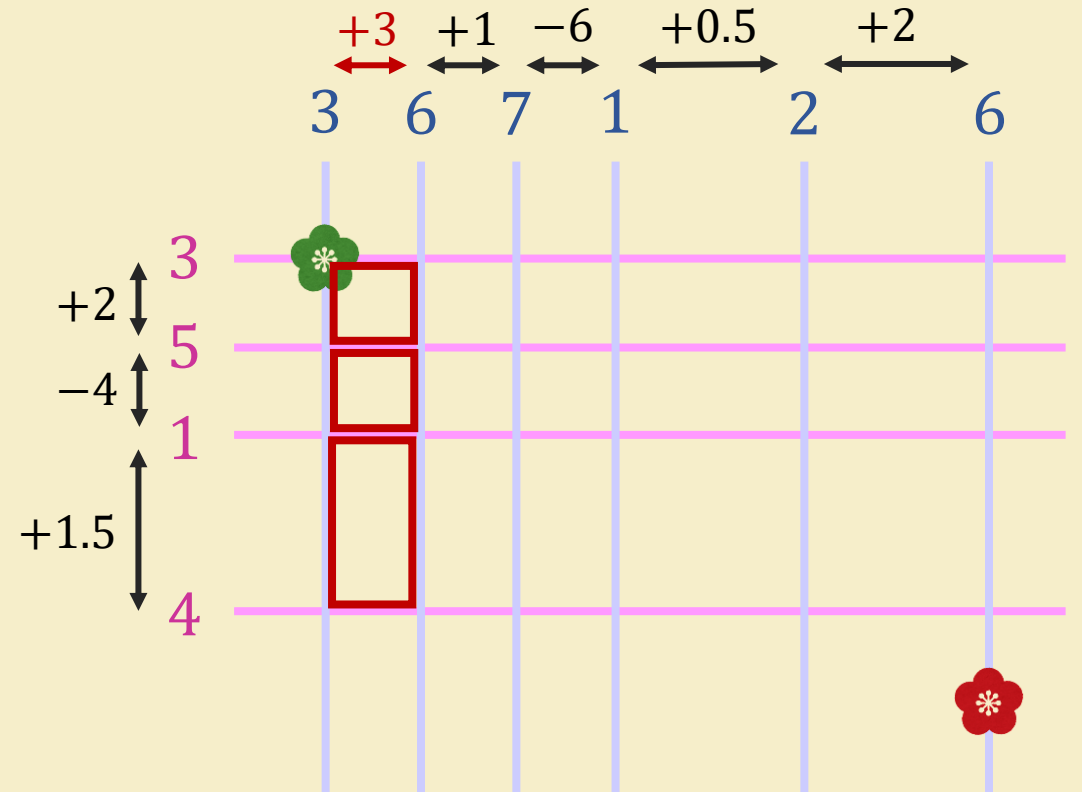
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

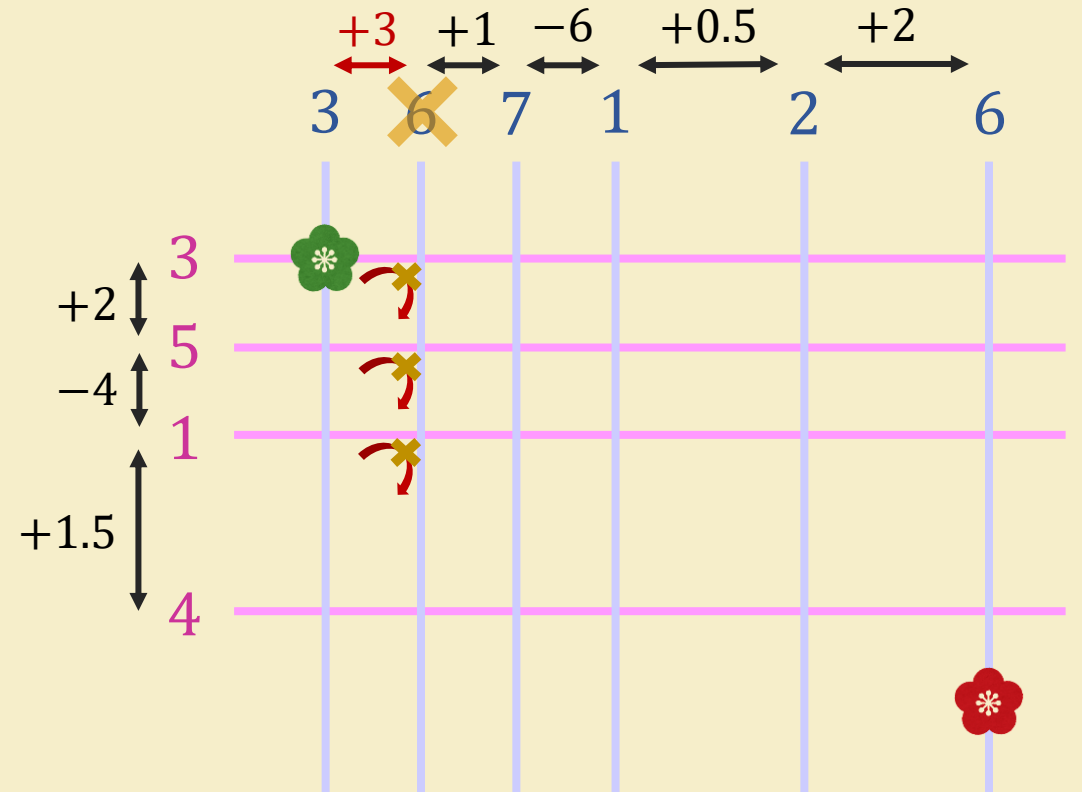
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

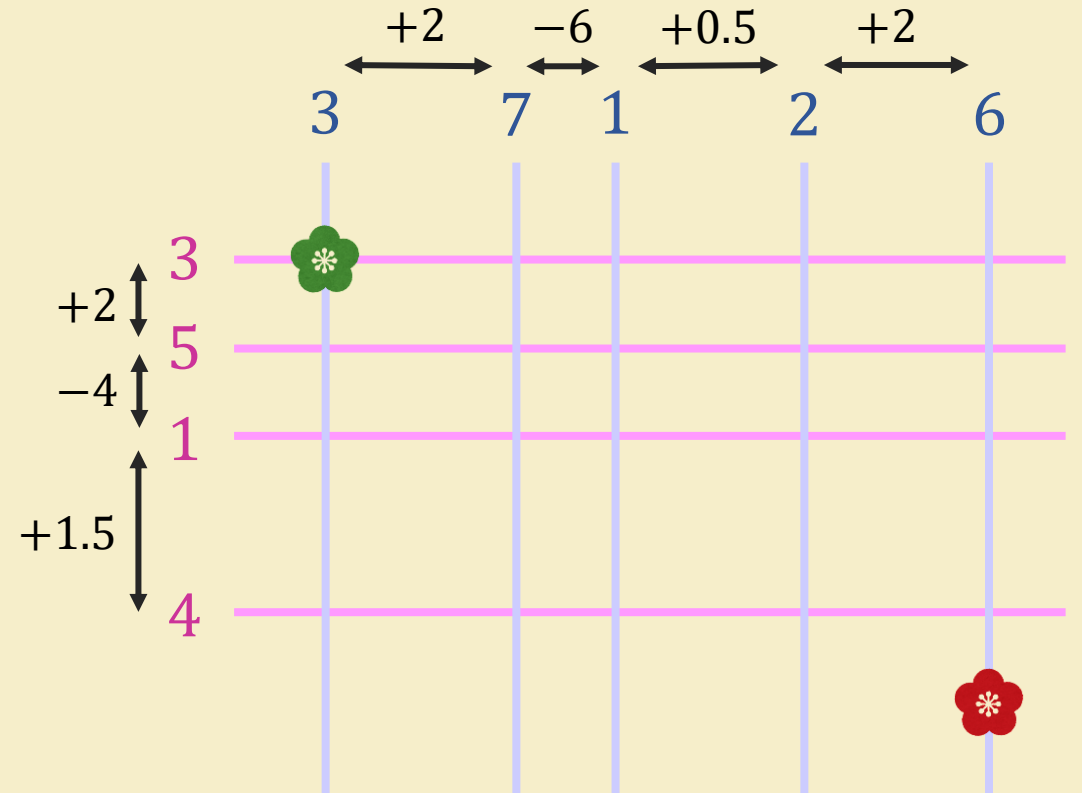
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

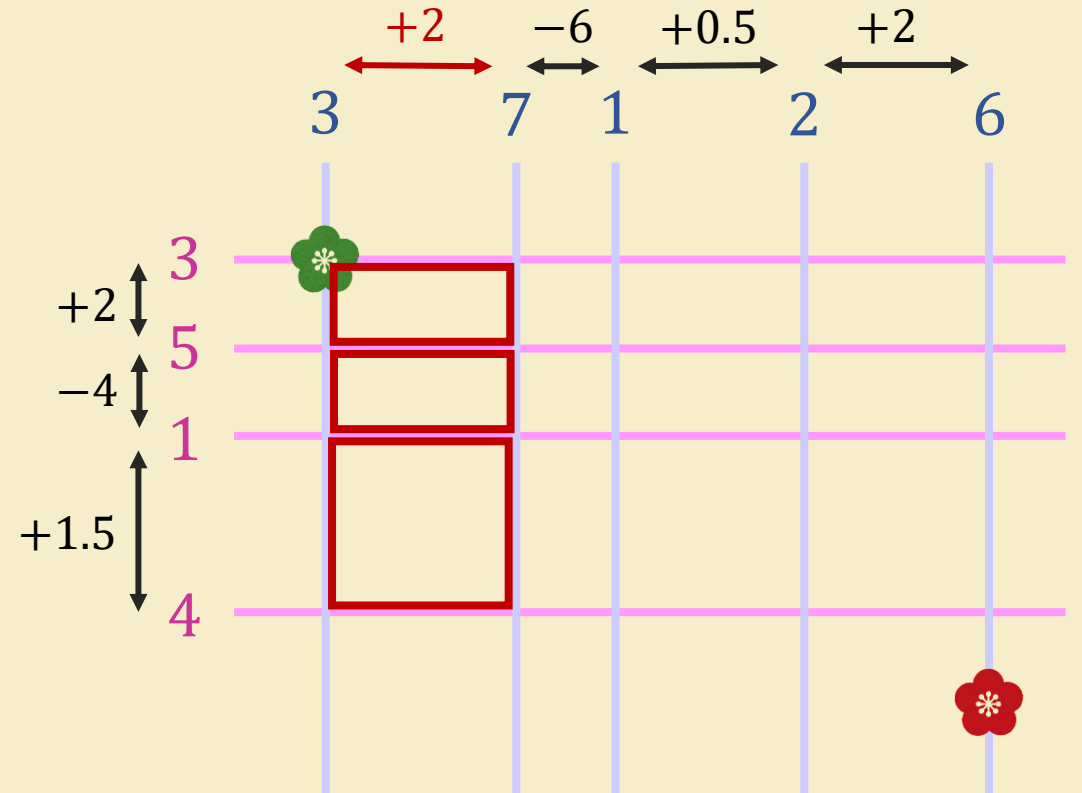




# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

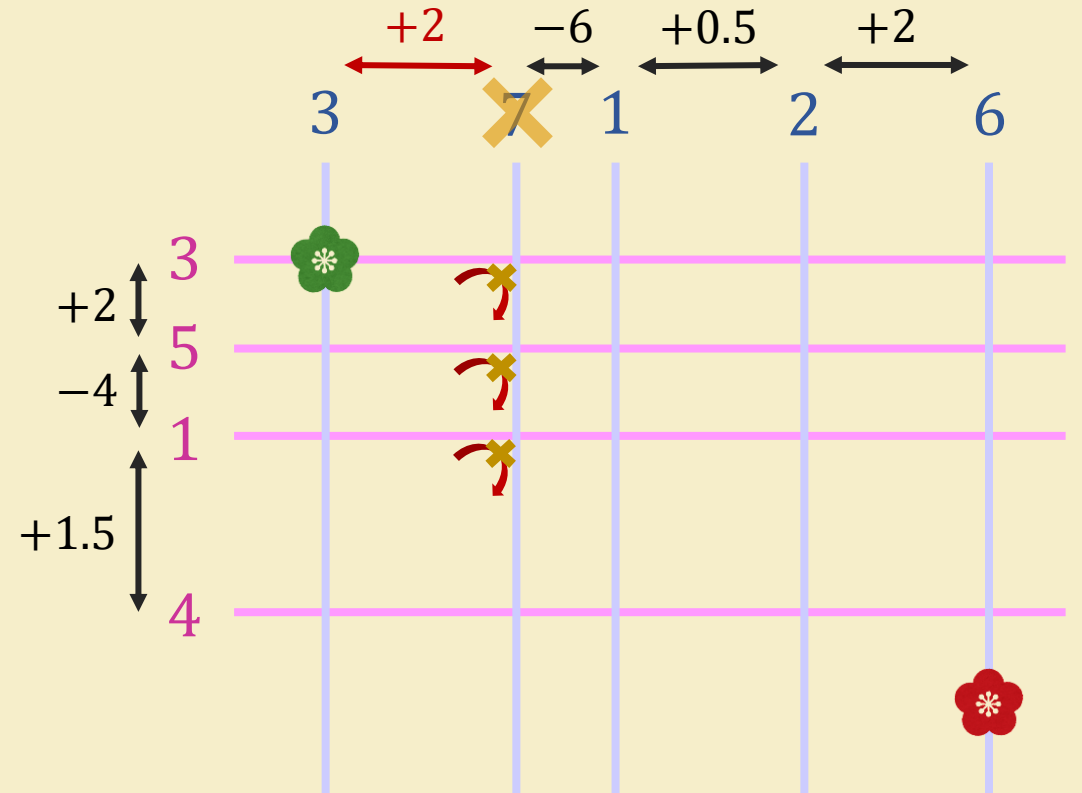
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

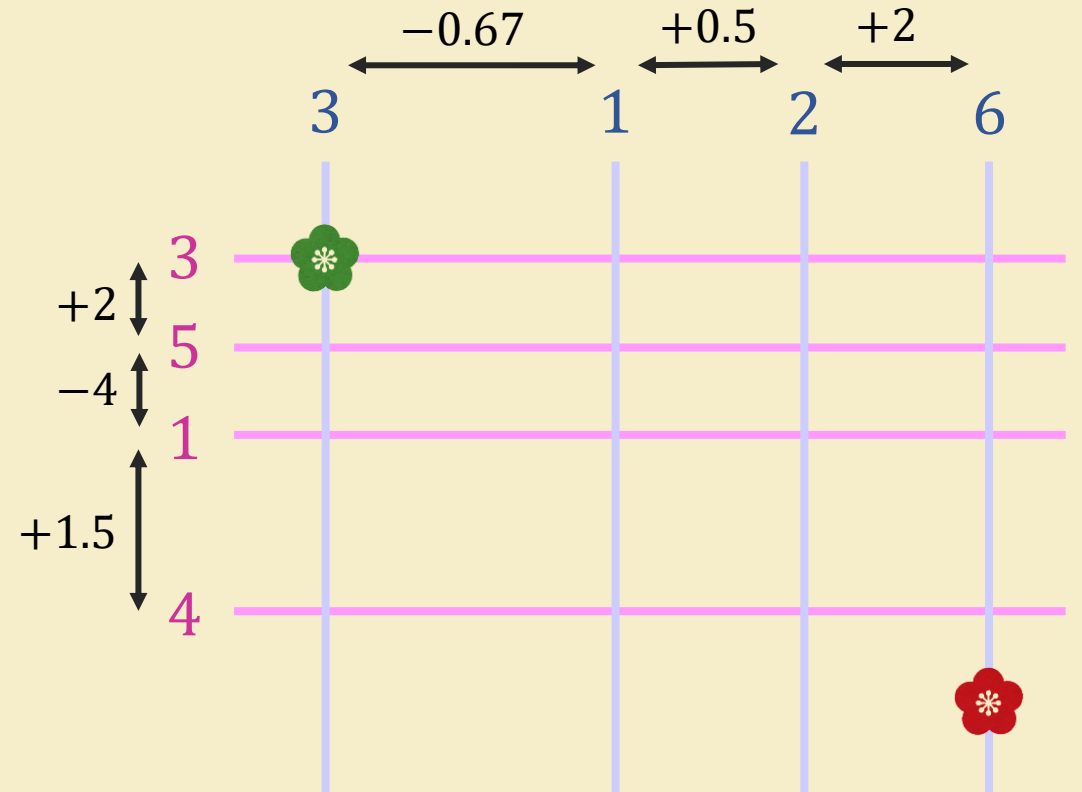
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

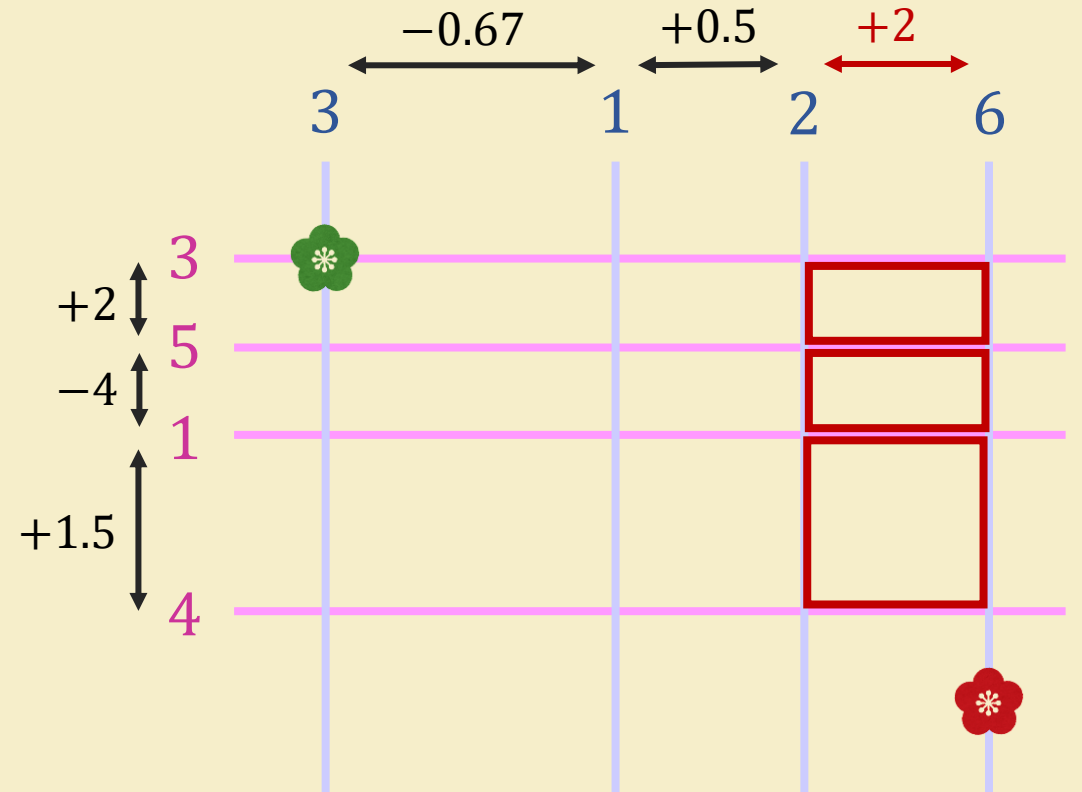
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

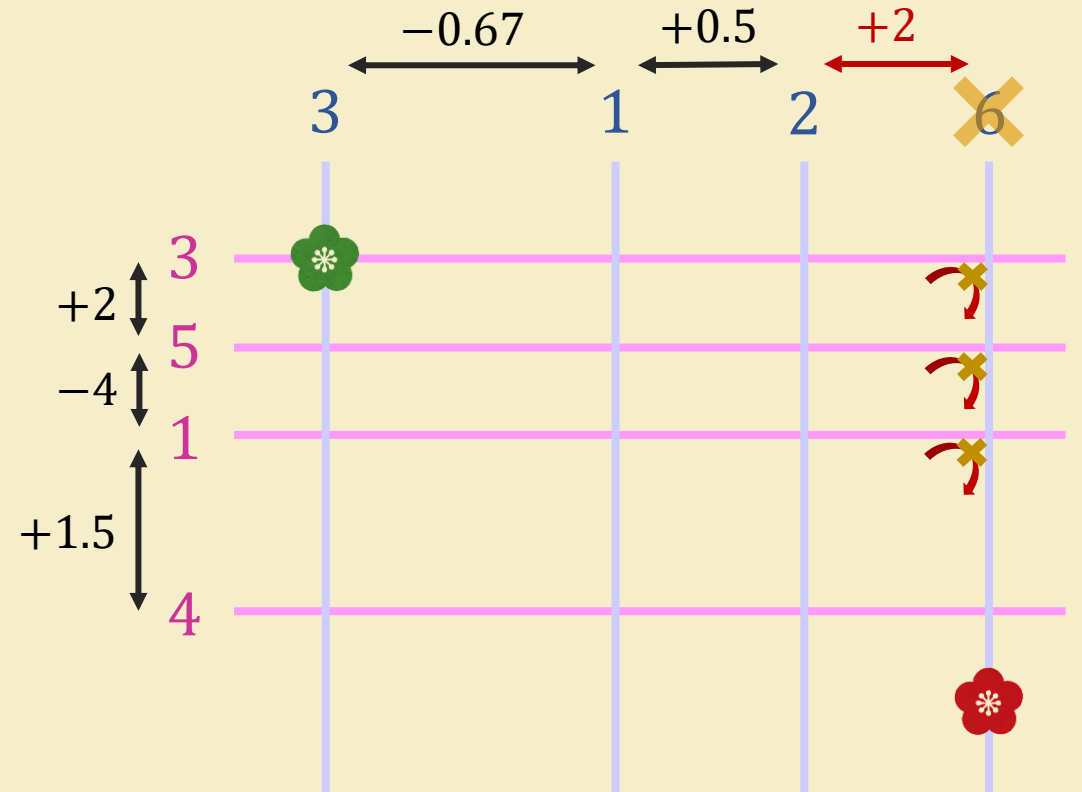


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意

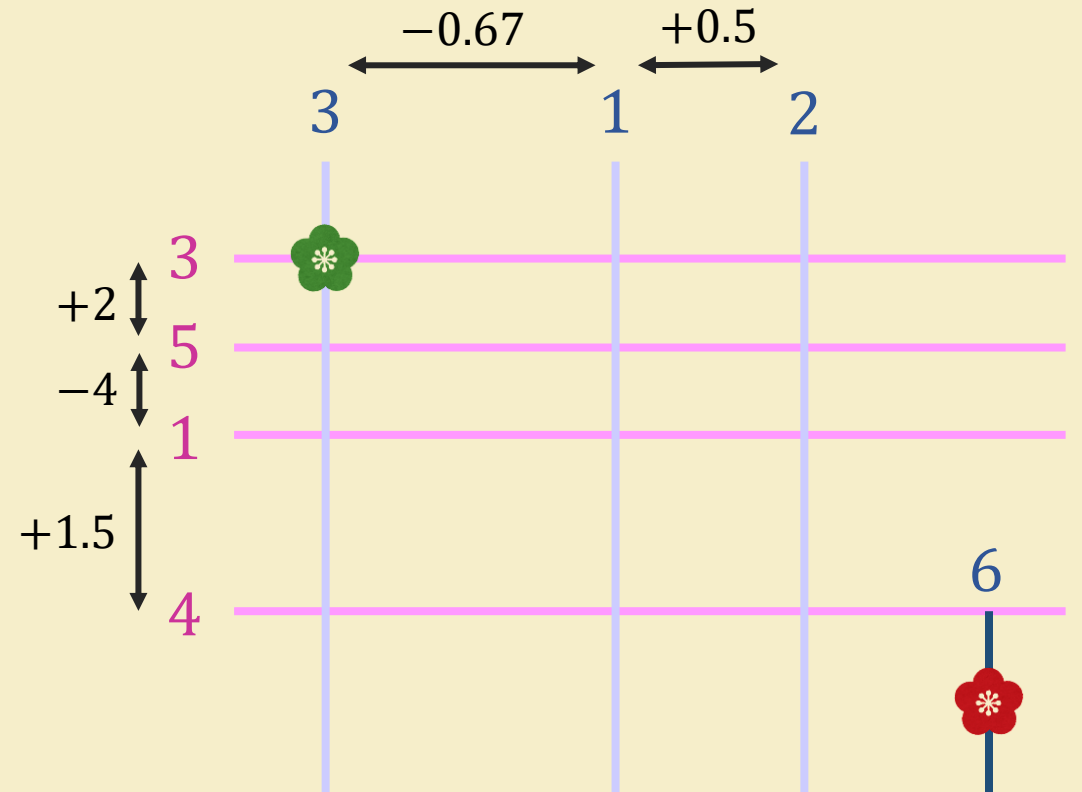


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

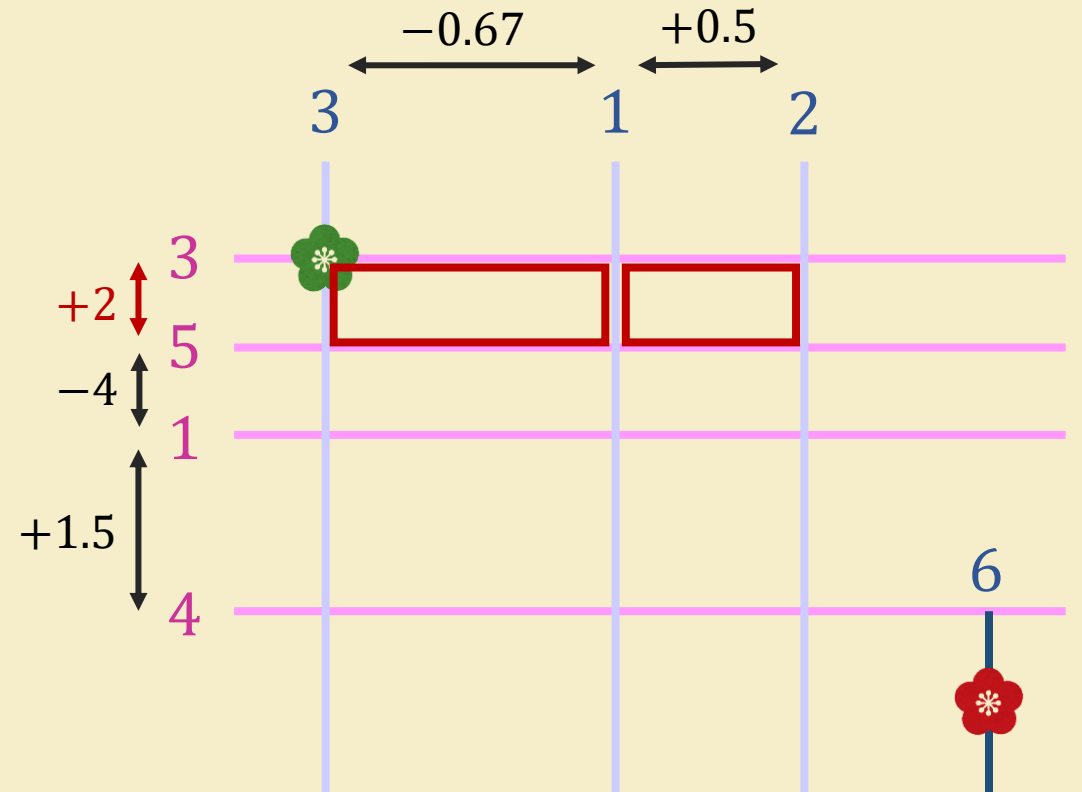
四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

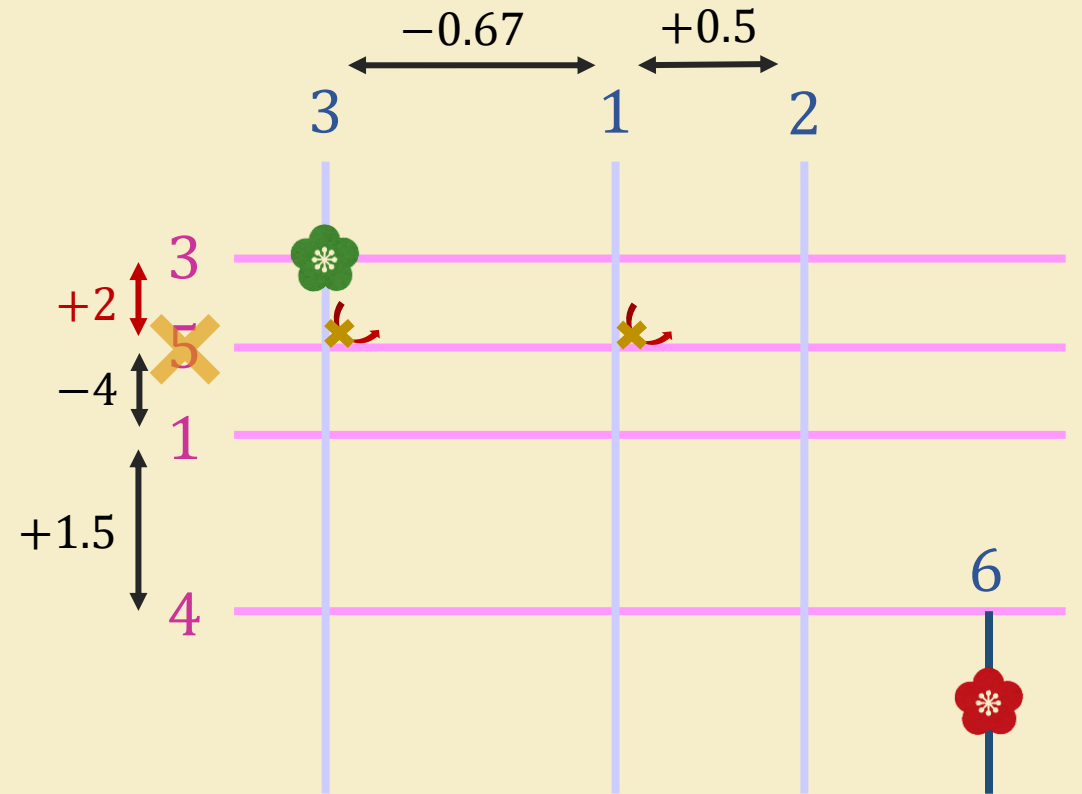
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

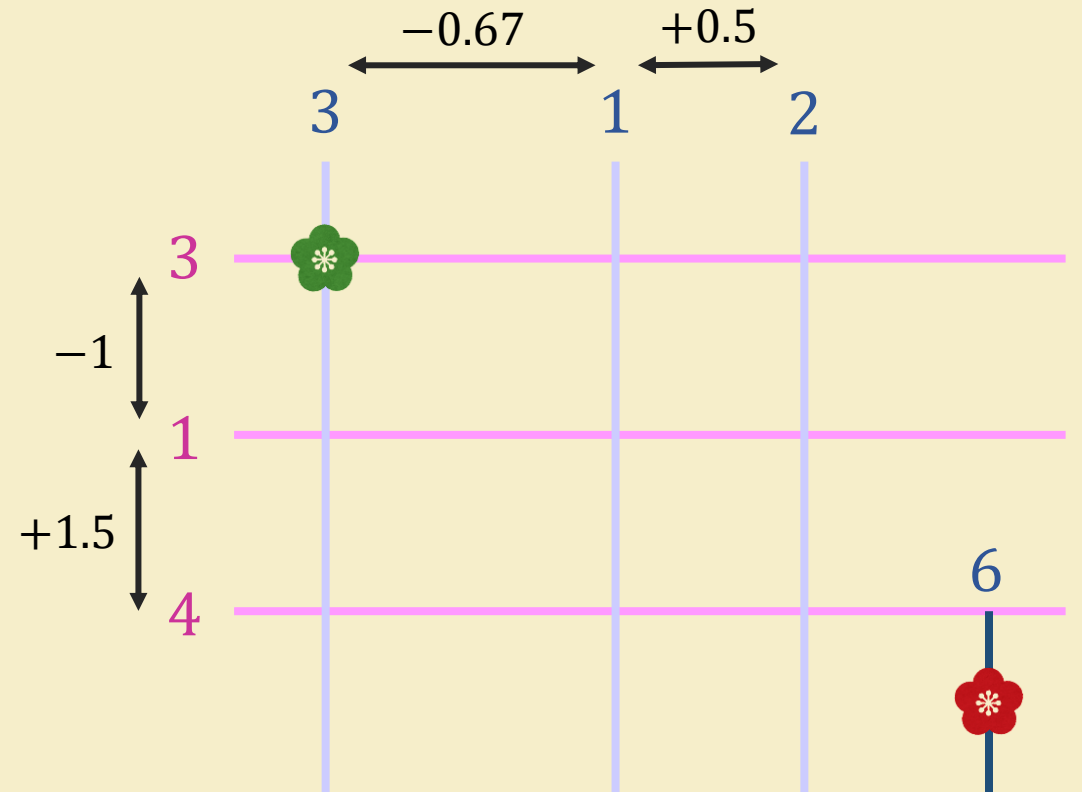




# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

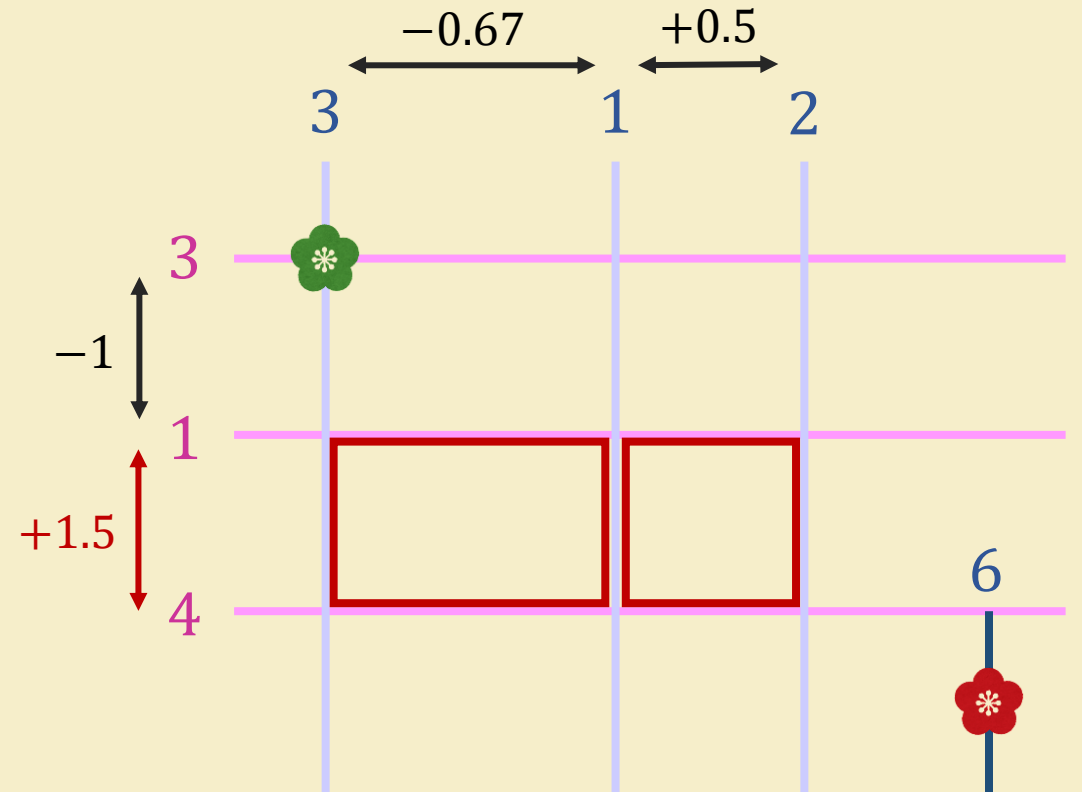
(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

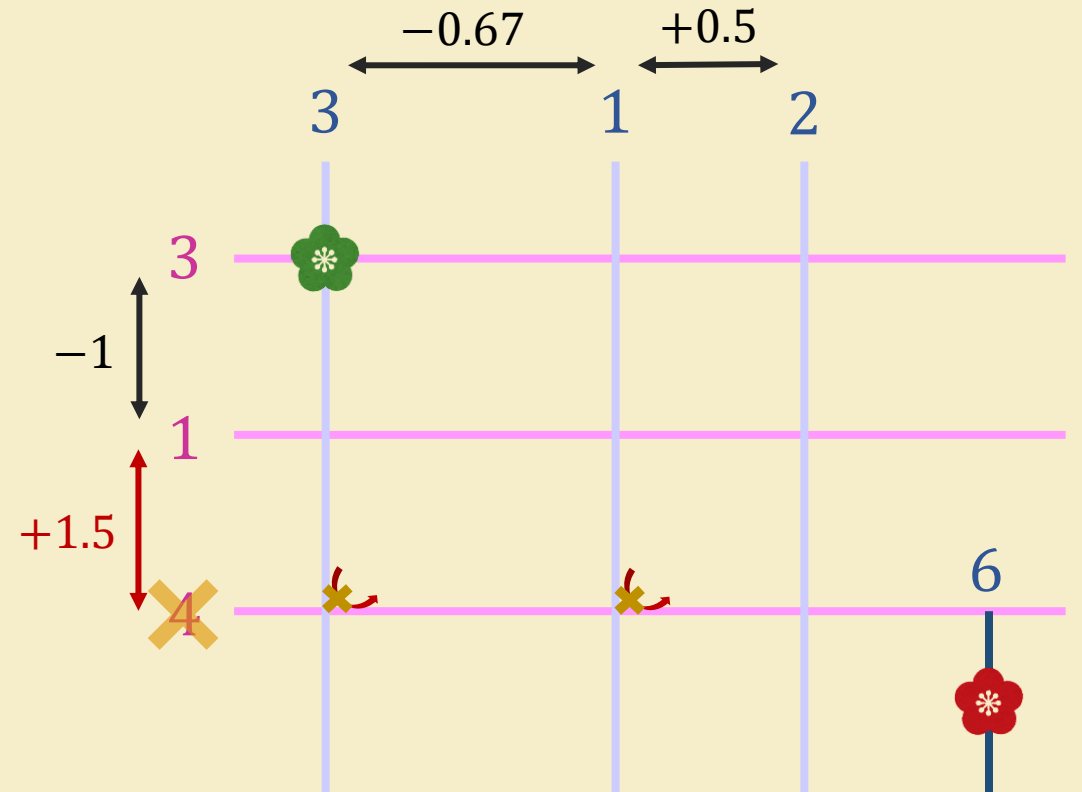


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意

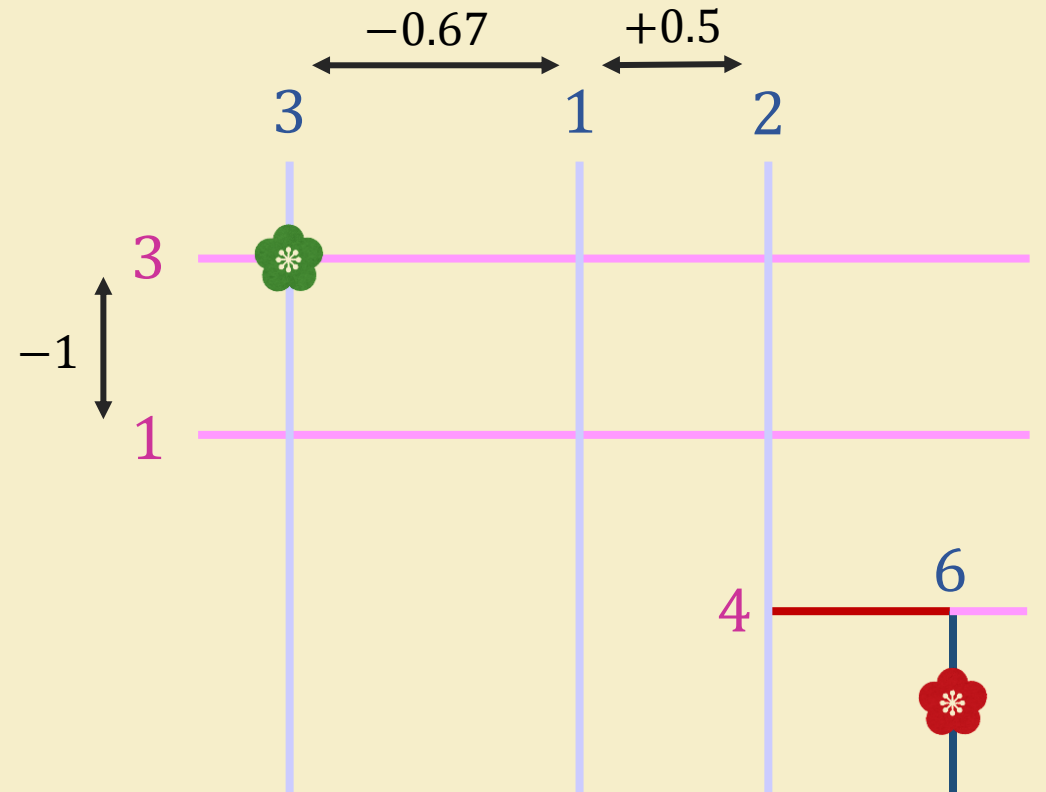


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

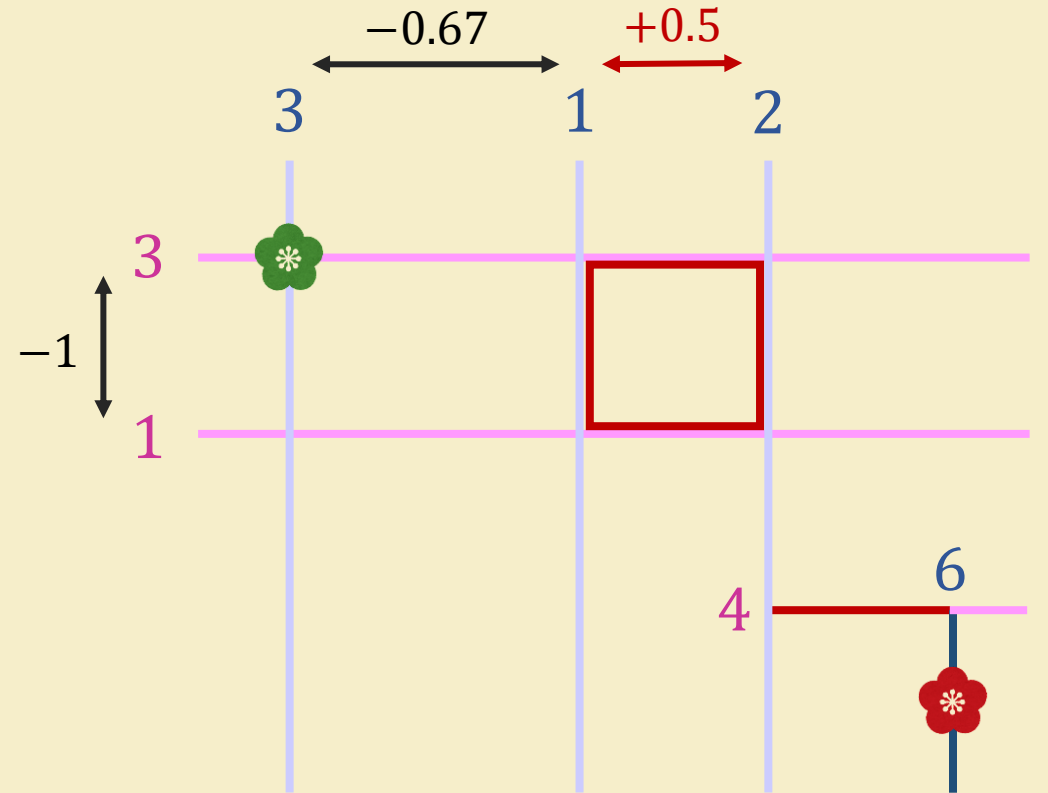
四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

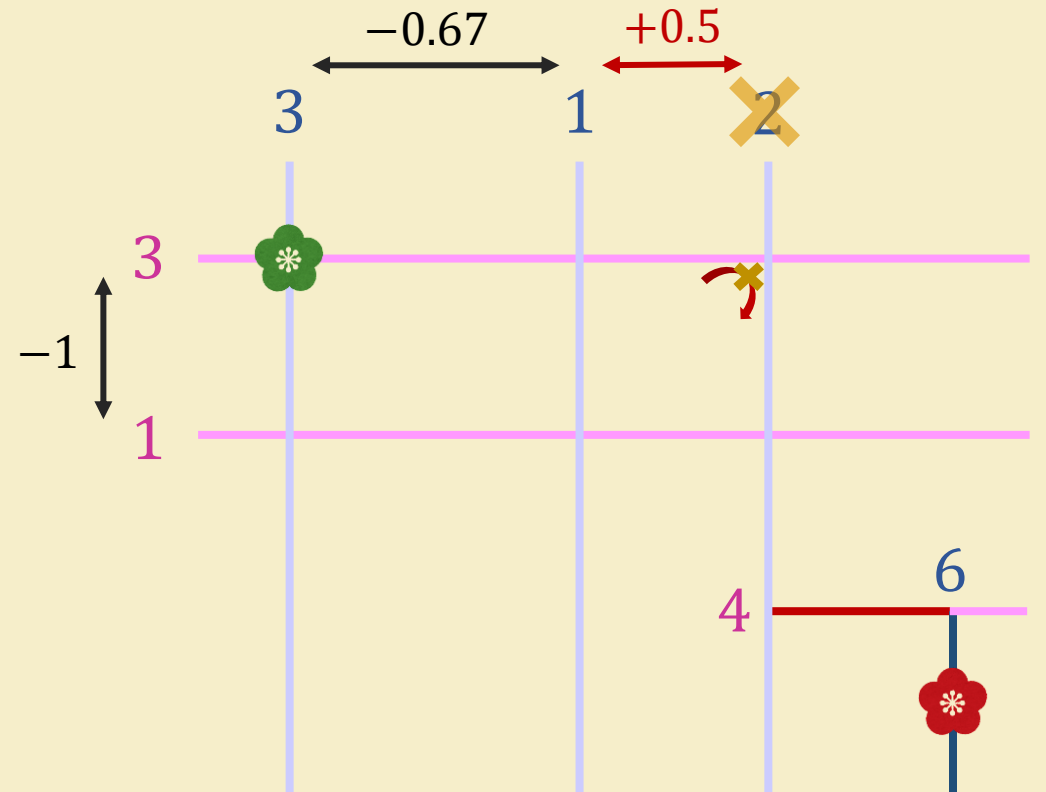


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意

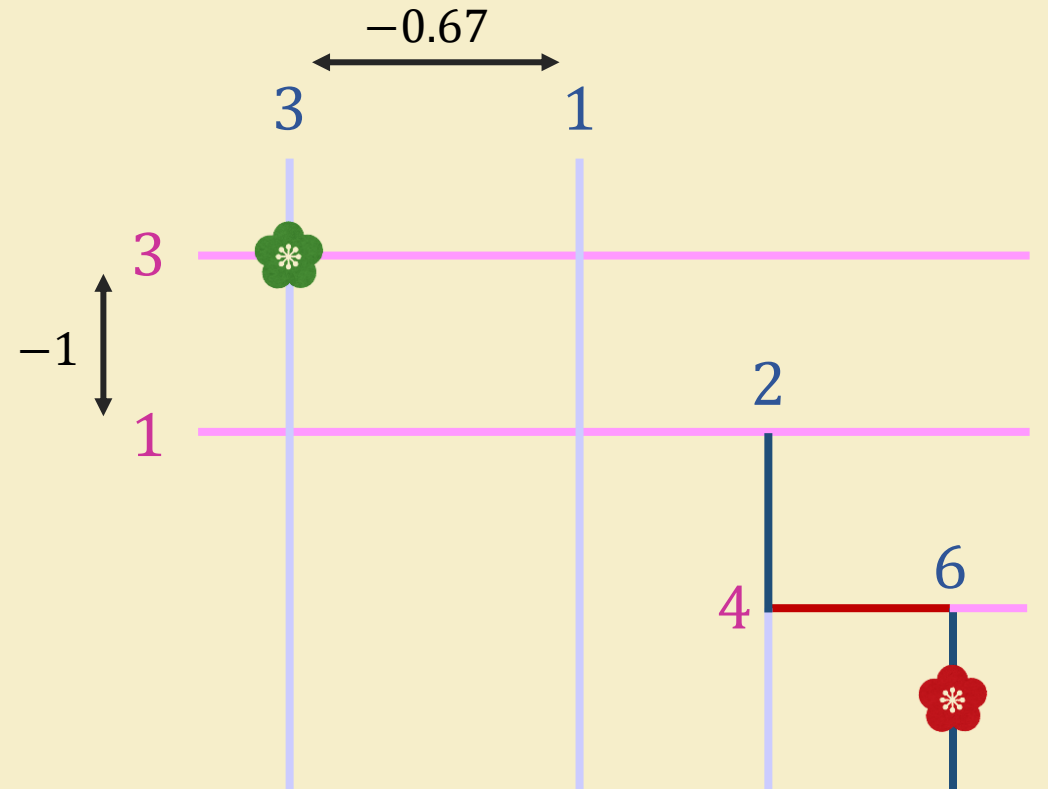


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

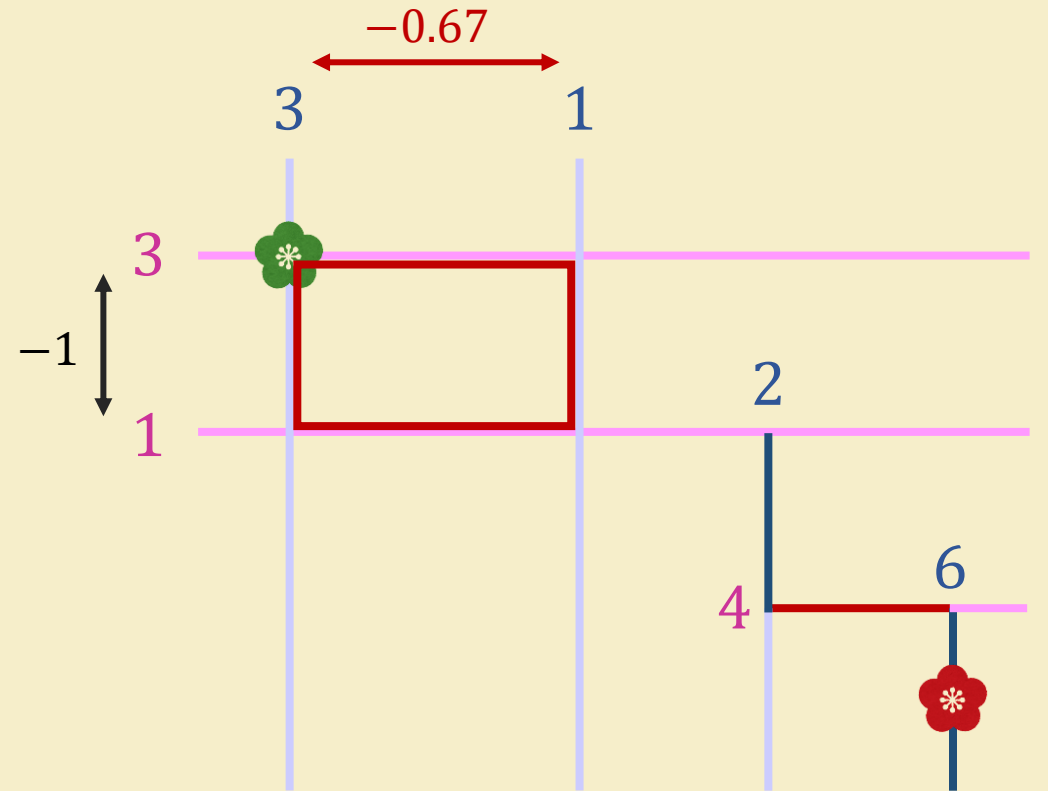
四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)



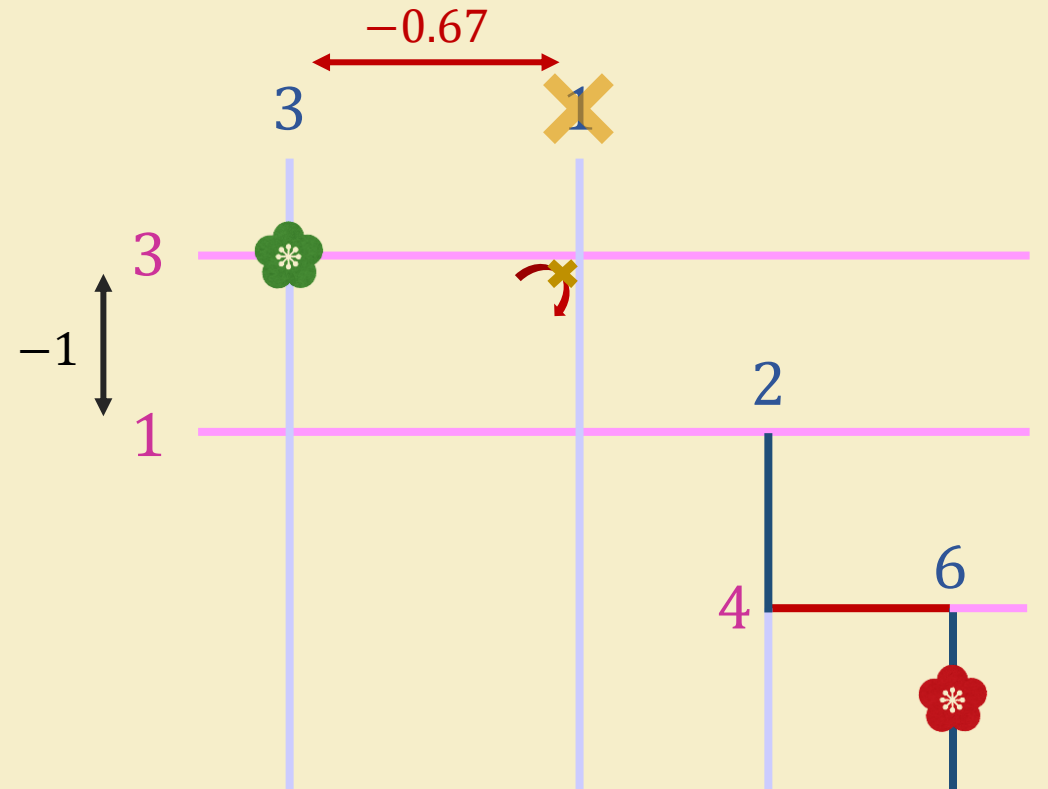


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意

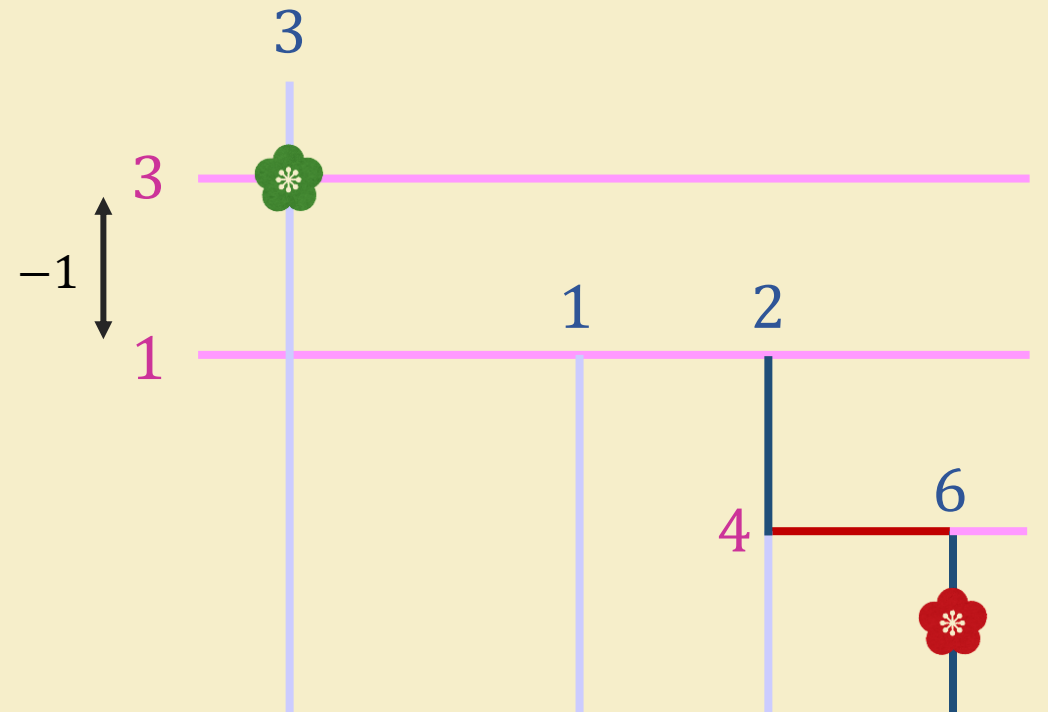


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

四角に対して条件が適用されるので  
道路の最後の部分だけ残ることに注意

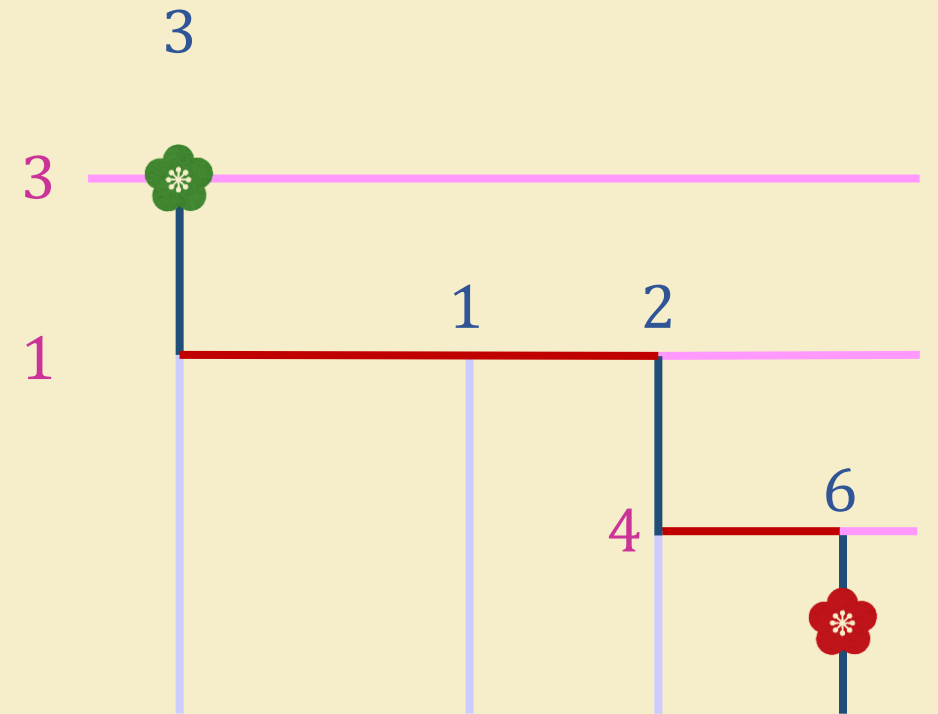


# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

最初からやってみよう!

(右図の黒い数は「傾き」を表しています)

→ これで経路が決まった!!!



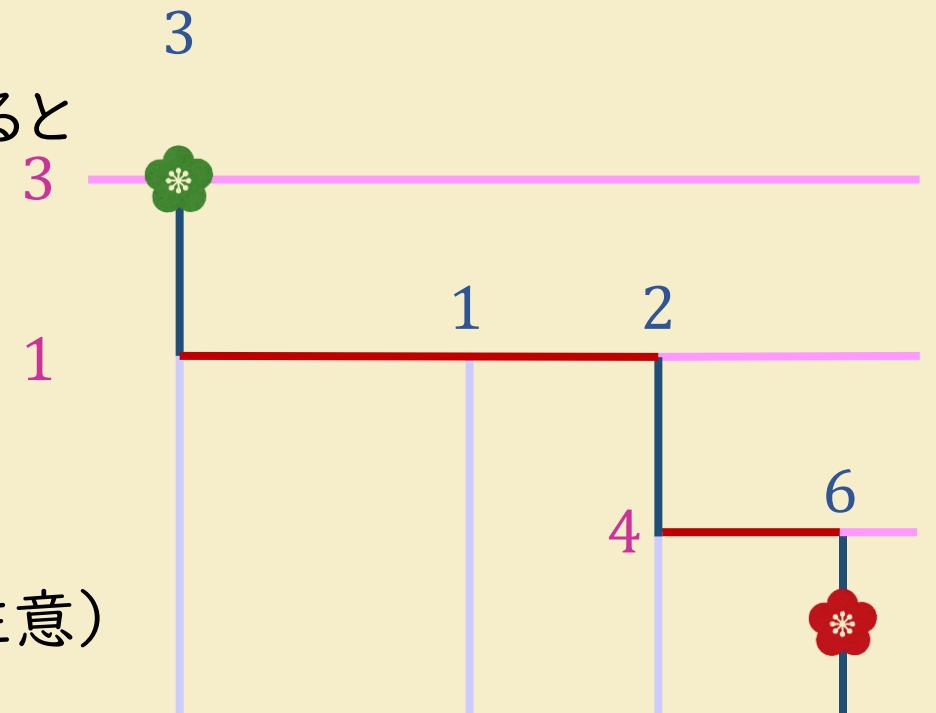
# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

## 解法のまとめ

このように、傾きが最小の行／列に条件を適用し続けると最終的には必ず 1 つの経路ができる

このシミュレーションは、`std::set` などを用いて全体計算量  $O((H + W) \log(H + W))$  でできる

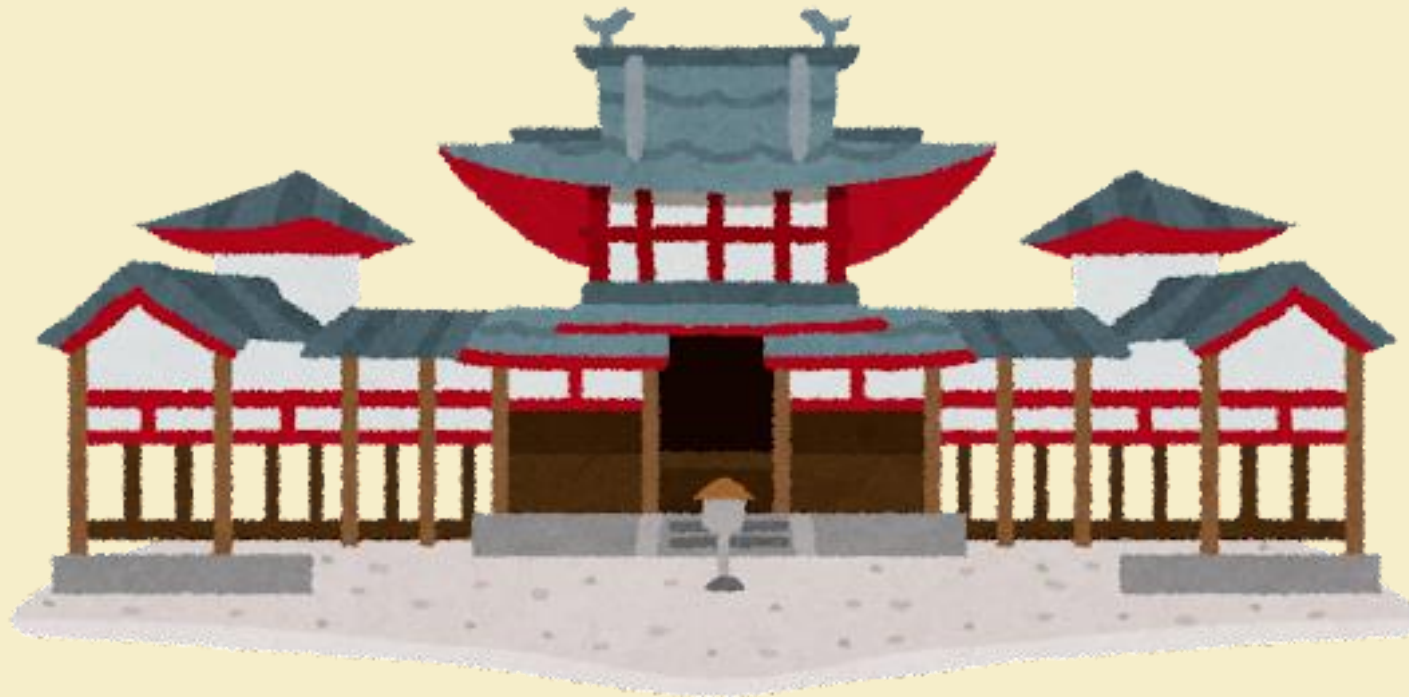
(一番右・下の値が消されたときに経路が残ることに注意)



# 小課題 3 — $H, W \leq 100000$

解法のまとめ

よって、この問題は  $O((H + W) \log(H + W))$  で解けた!



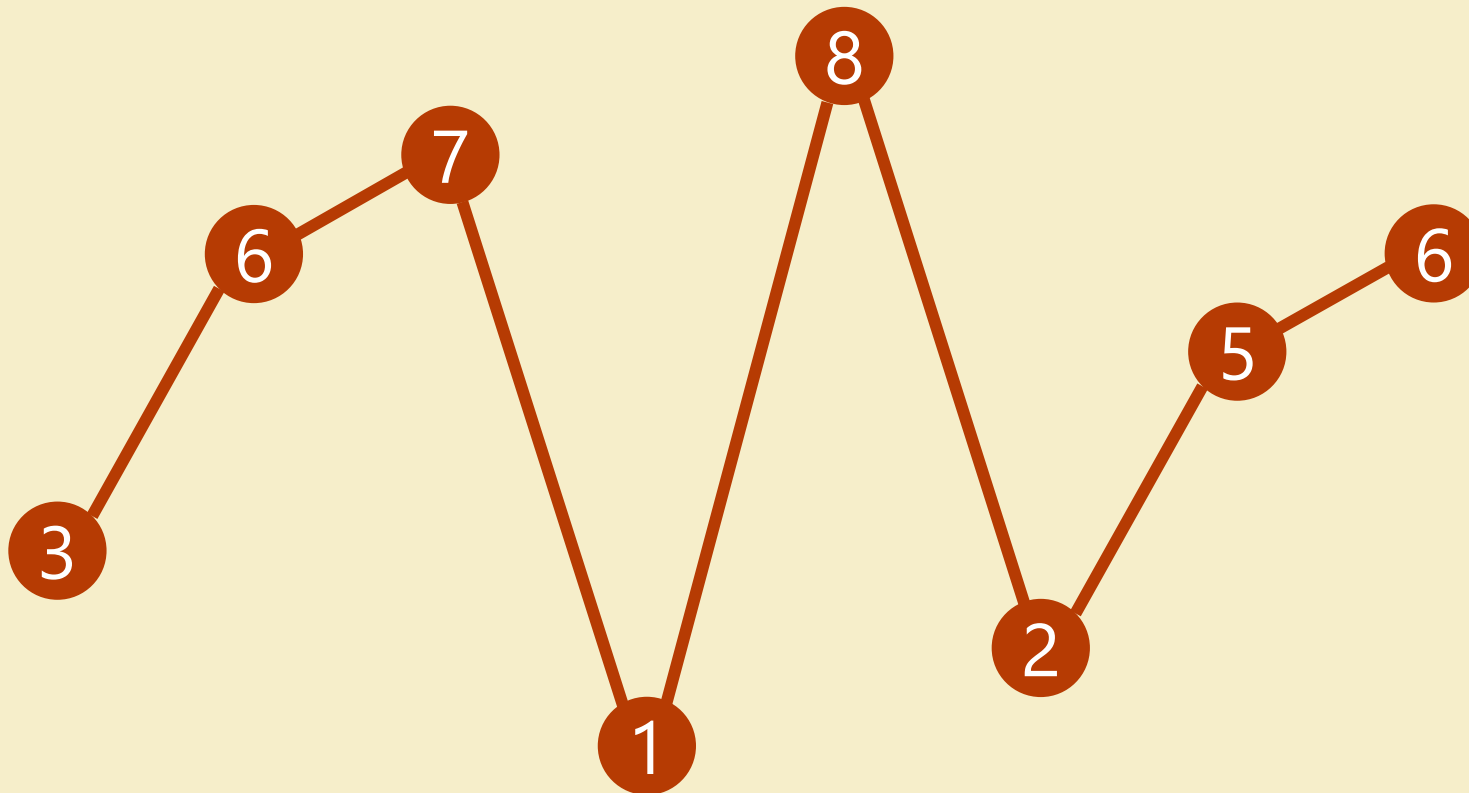
# 別解

計算量  $O(H + W)$  解法



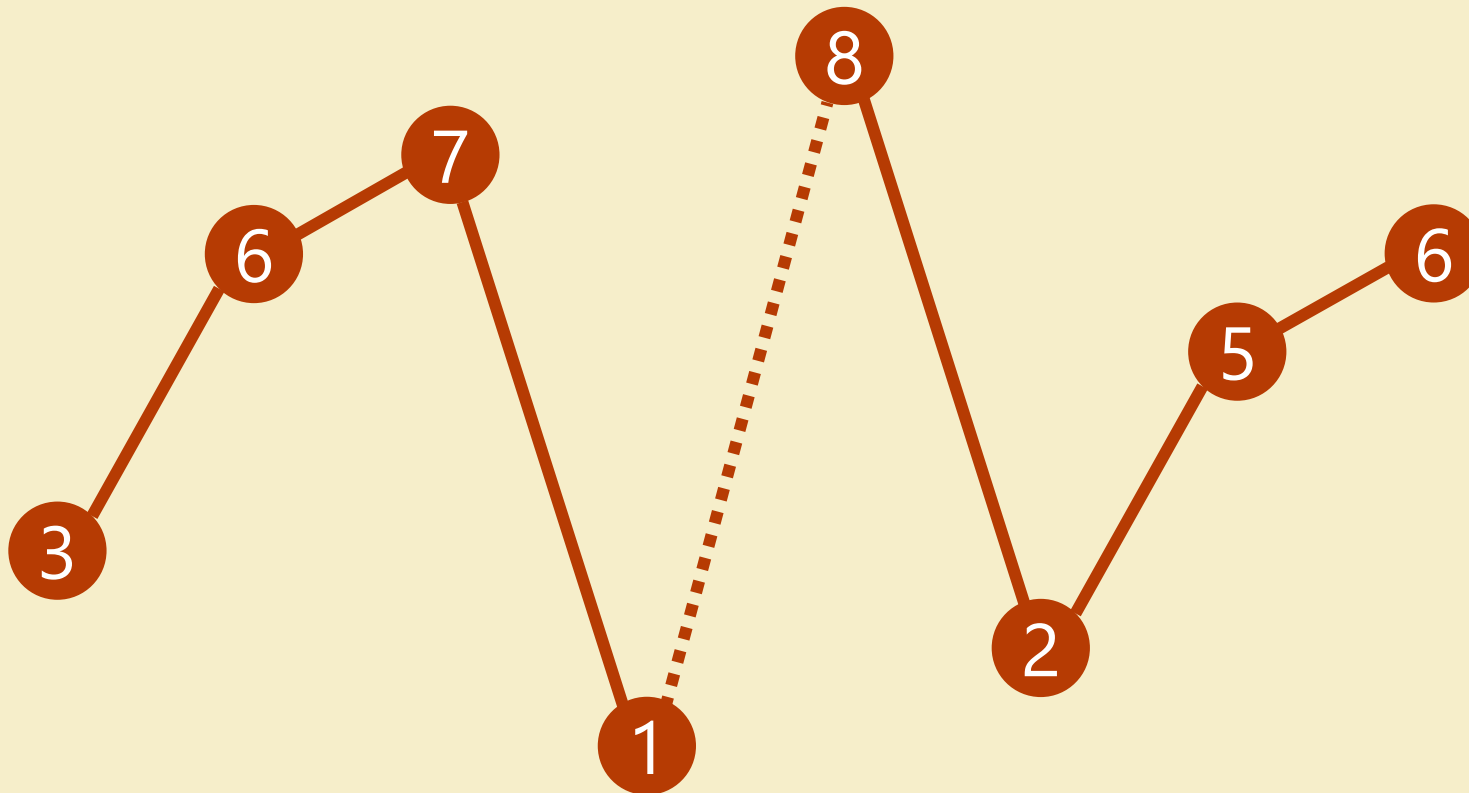
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？



# 別解

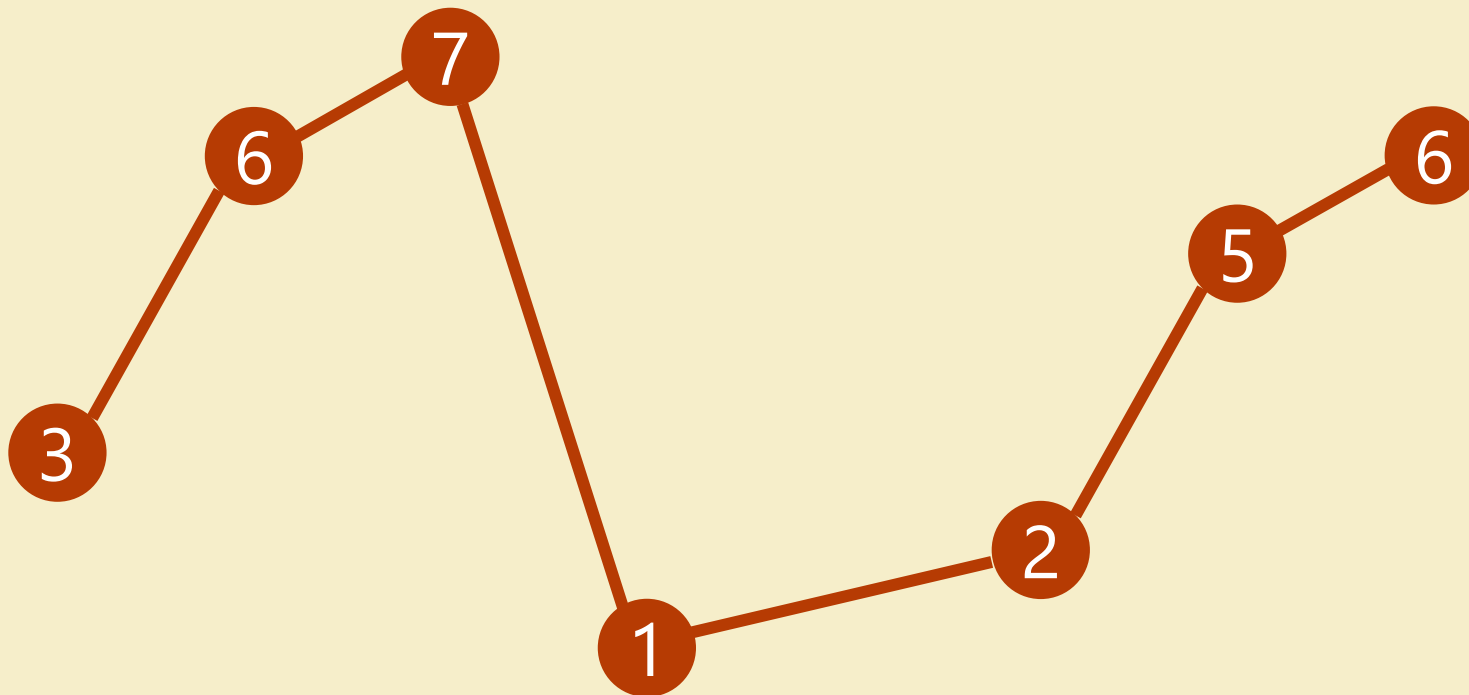
「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？





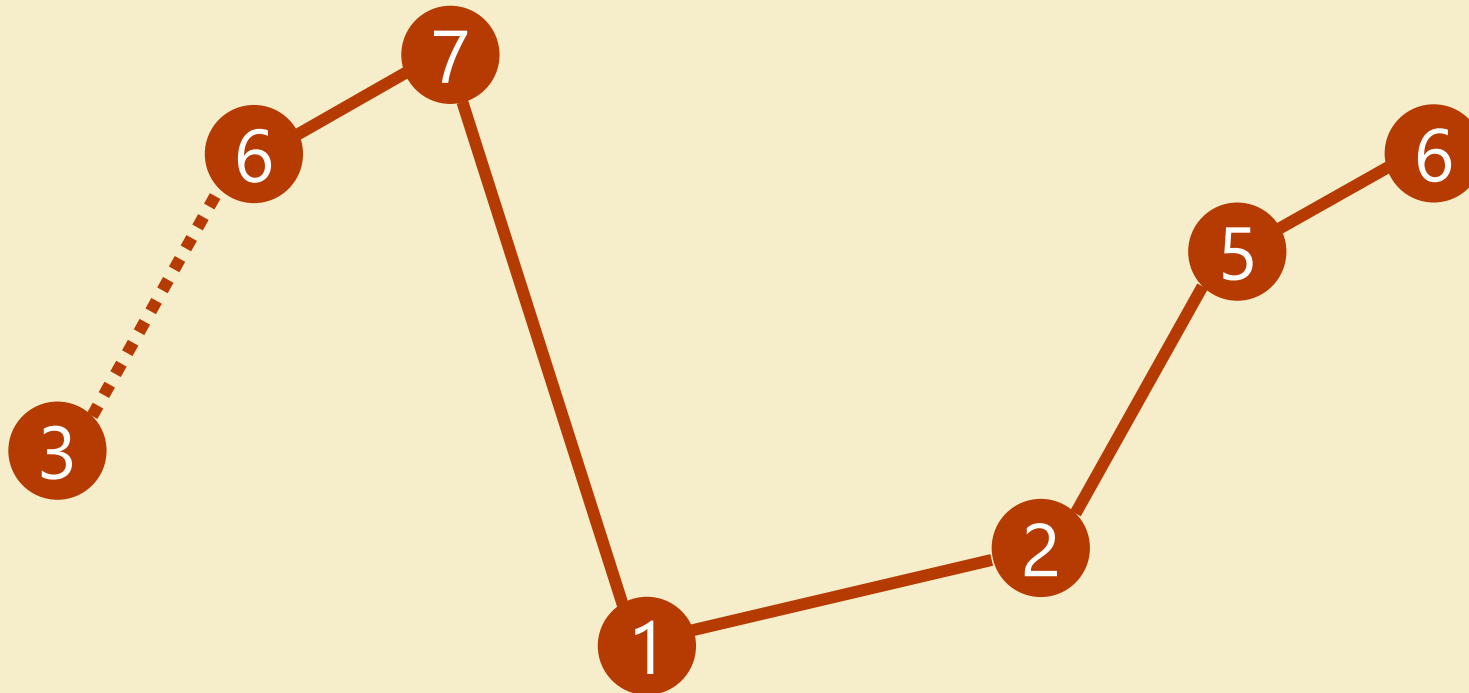
# 別解

「傾きが最大のを取り除く」というのは、どういうこと？



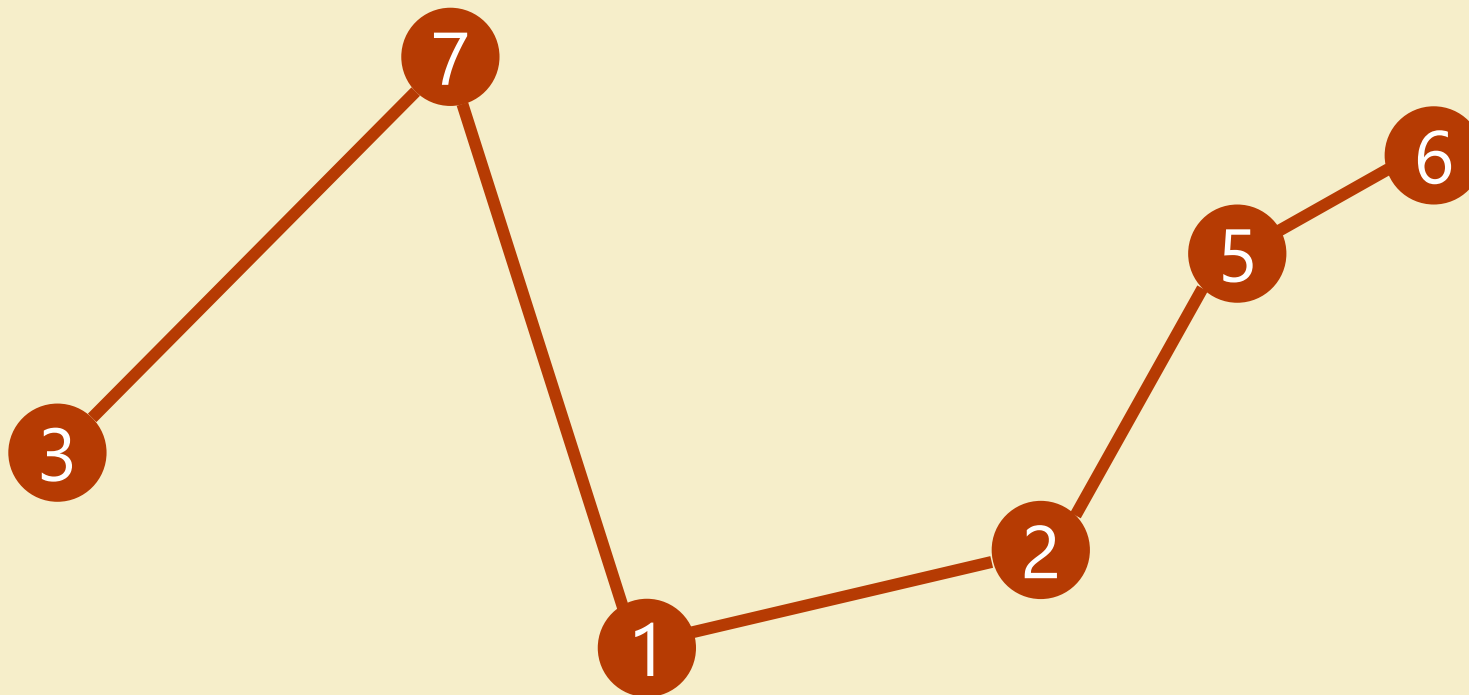
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？



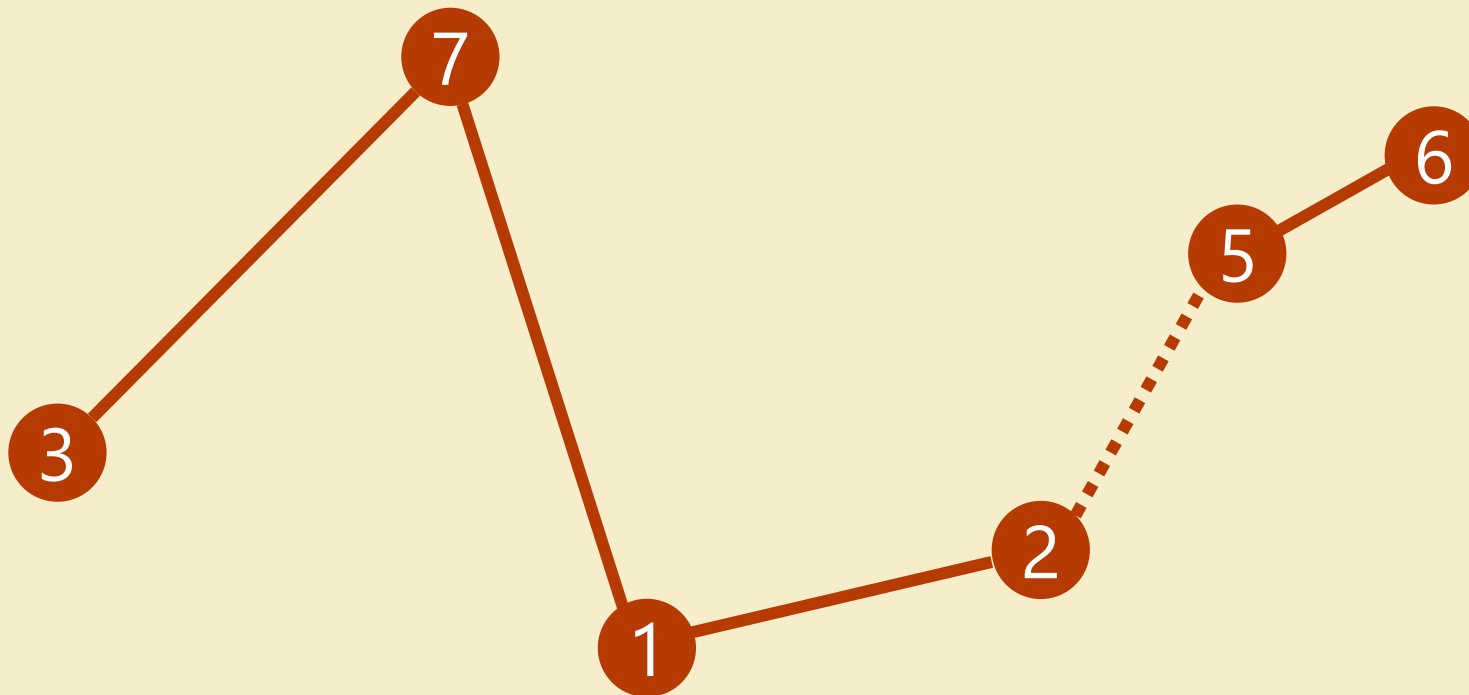
# 別解

「傾きが最大のを取り除く」というのは、どういうこと？



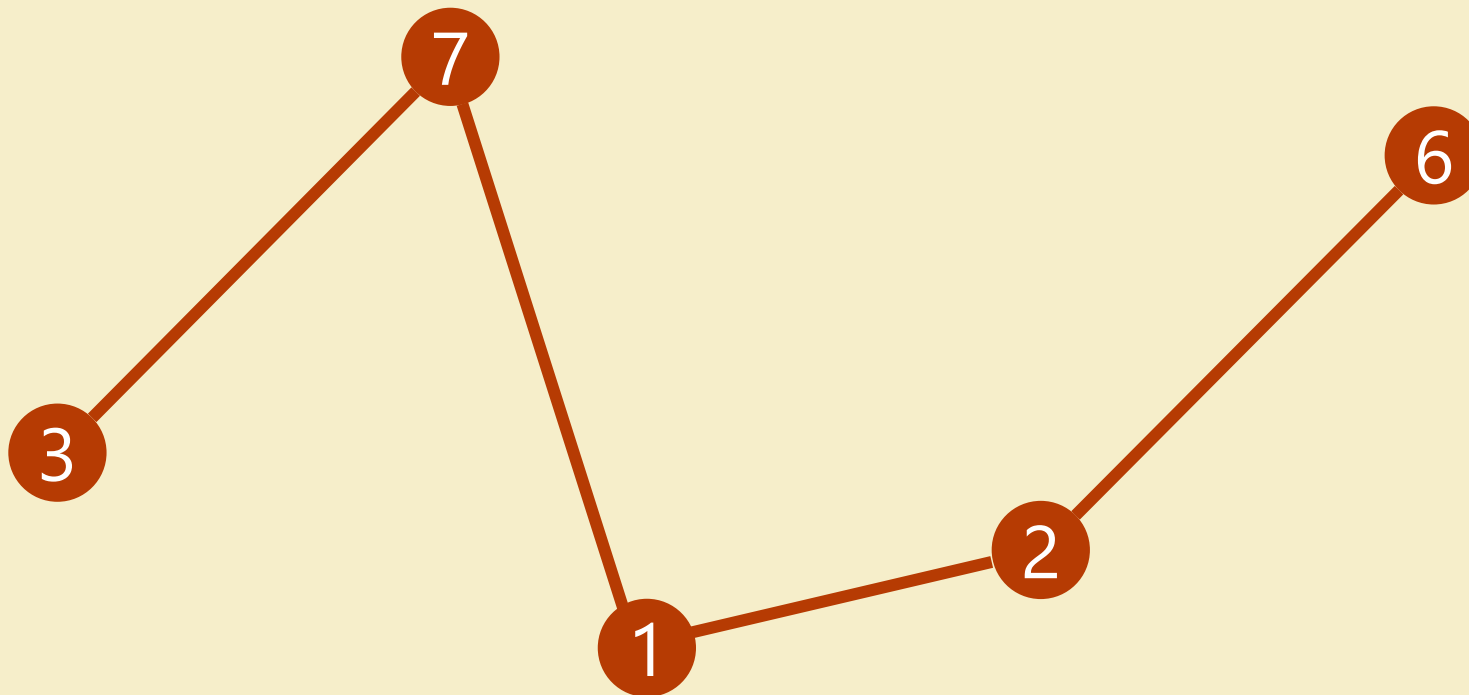
# 別解

「傾きが最大のを取り除く」というのは、どういうこと？



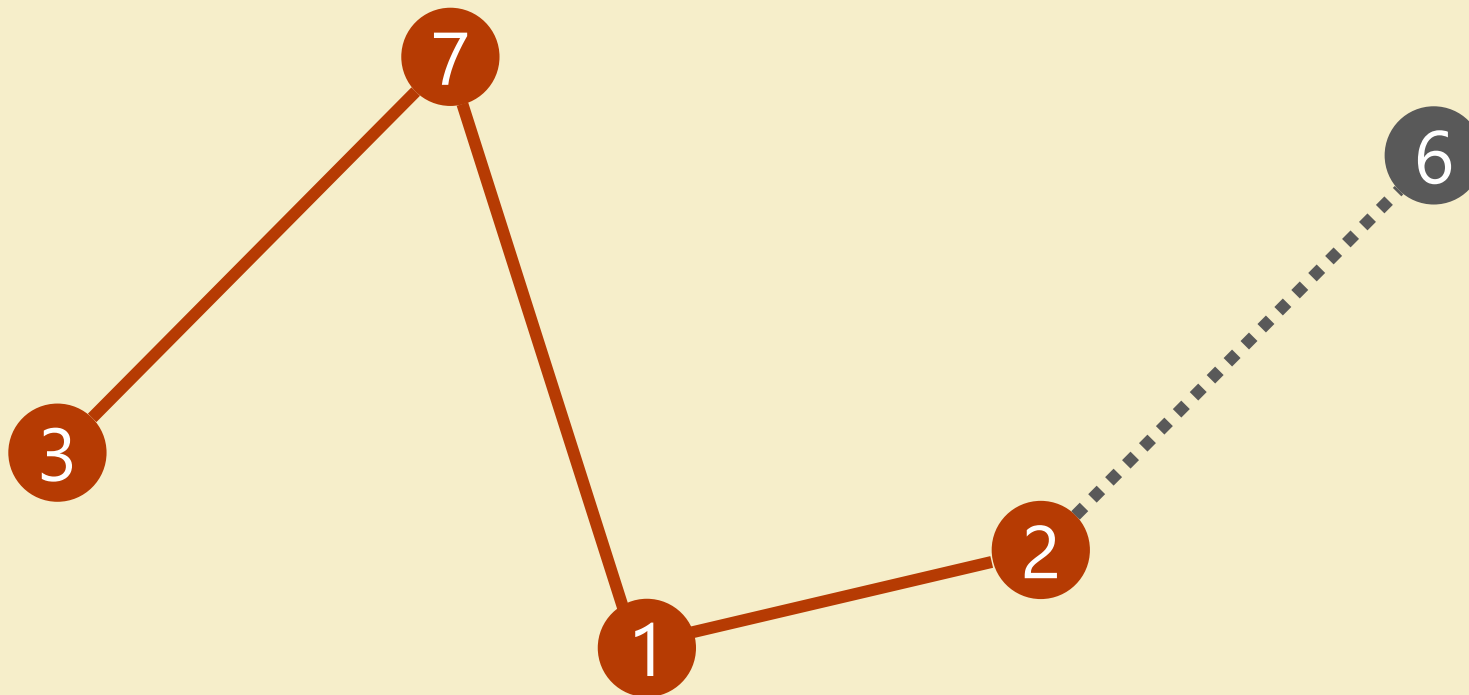
# 別解

「傾きが最大のを取り除く」というのは、どういうこと？



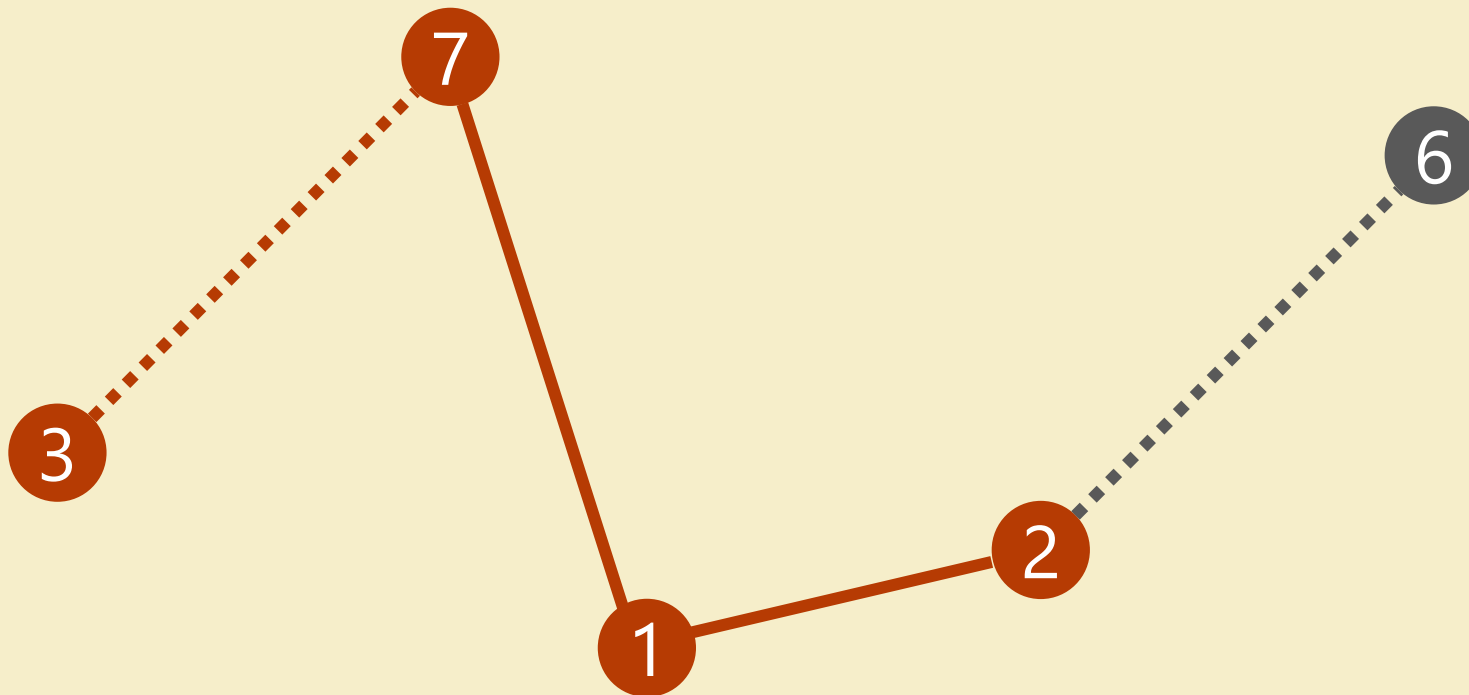
# 別解

「傾きが最大のを取り除く」というのは、どういうこと？



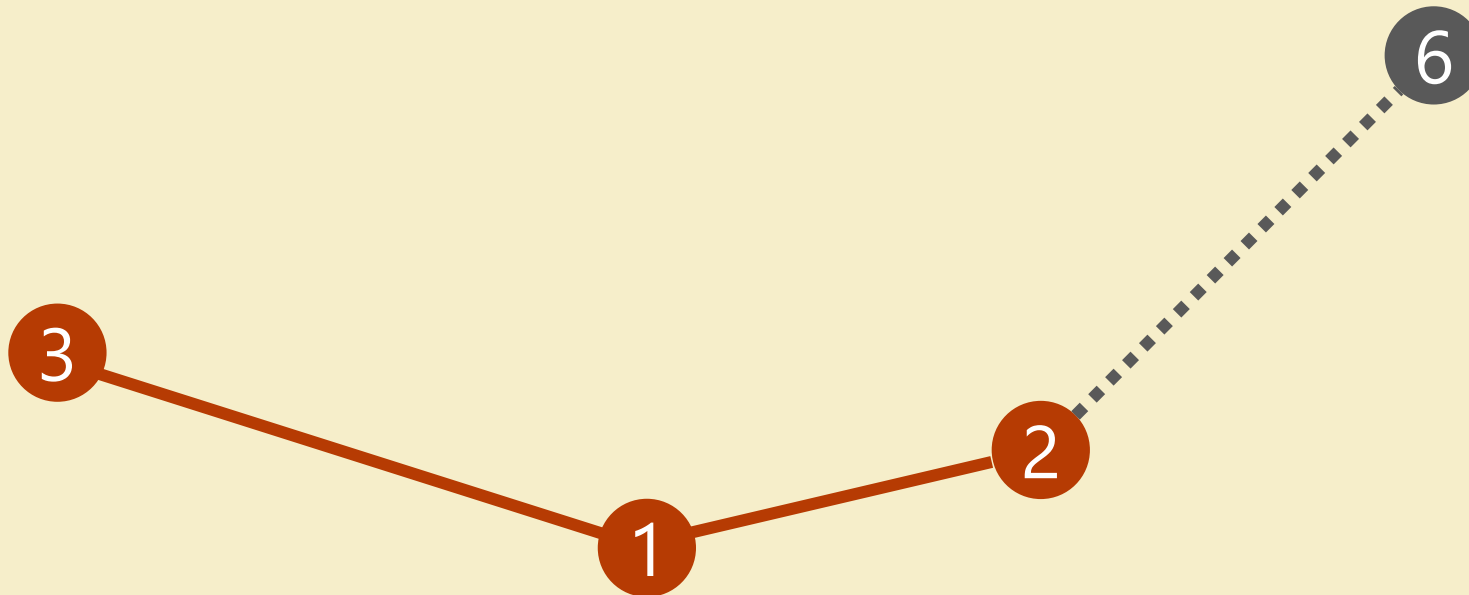
# 別解

「傾きが最大のを取り除く」というのは、どういうこと？



# 別解

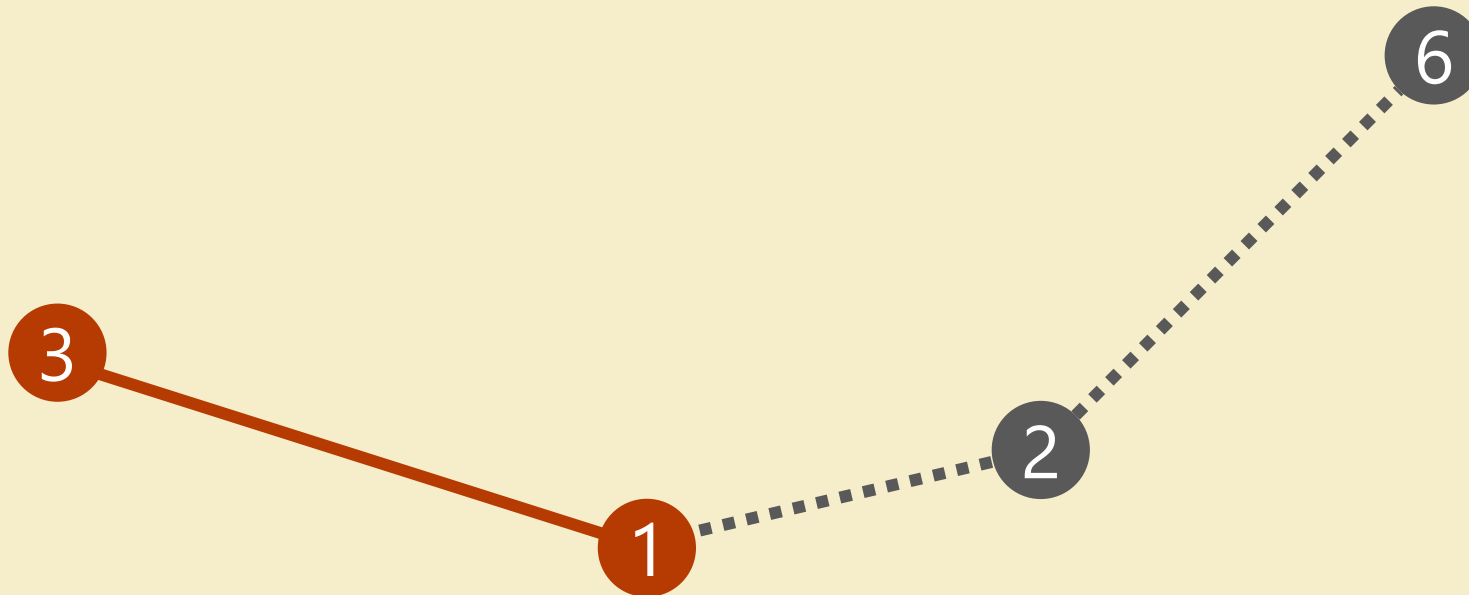
「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？





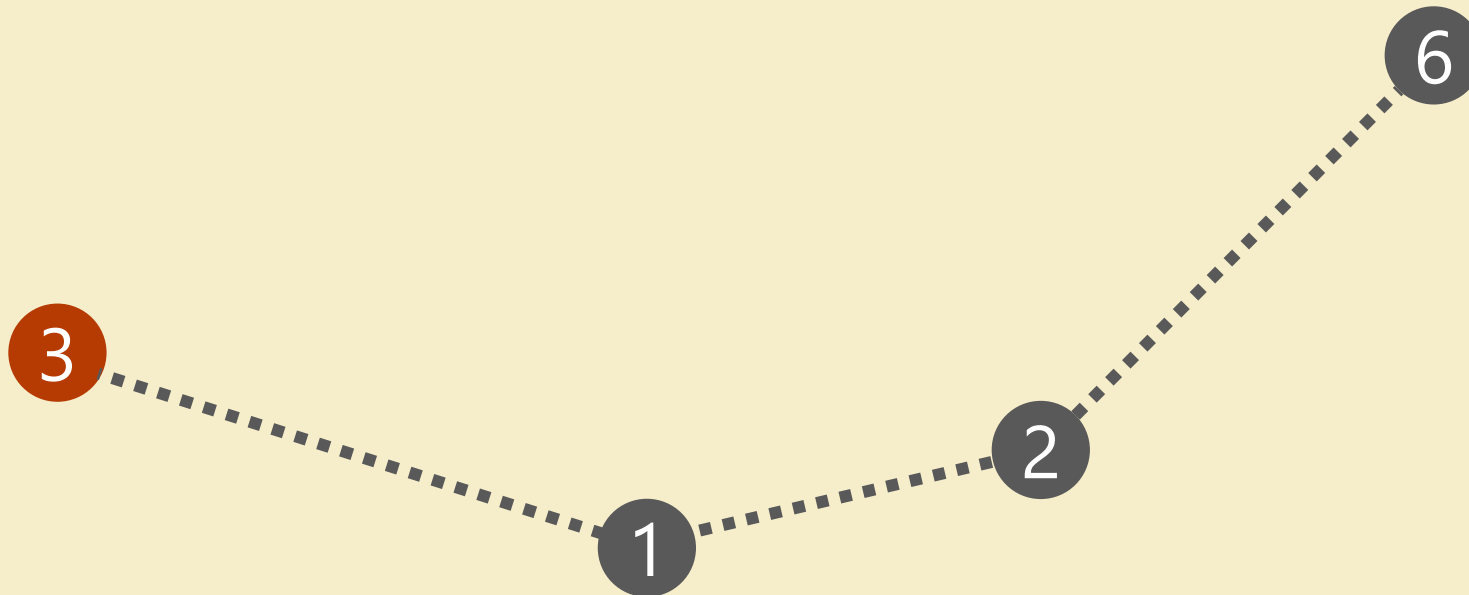
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？



# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

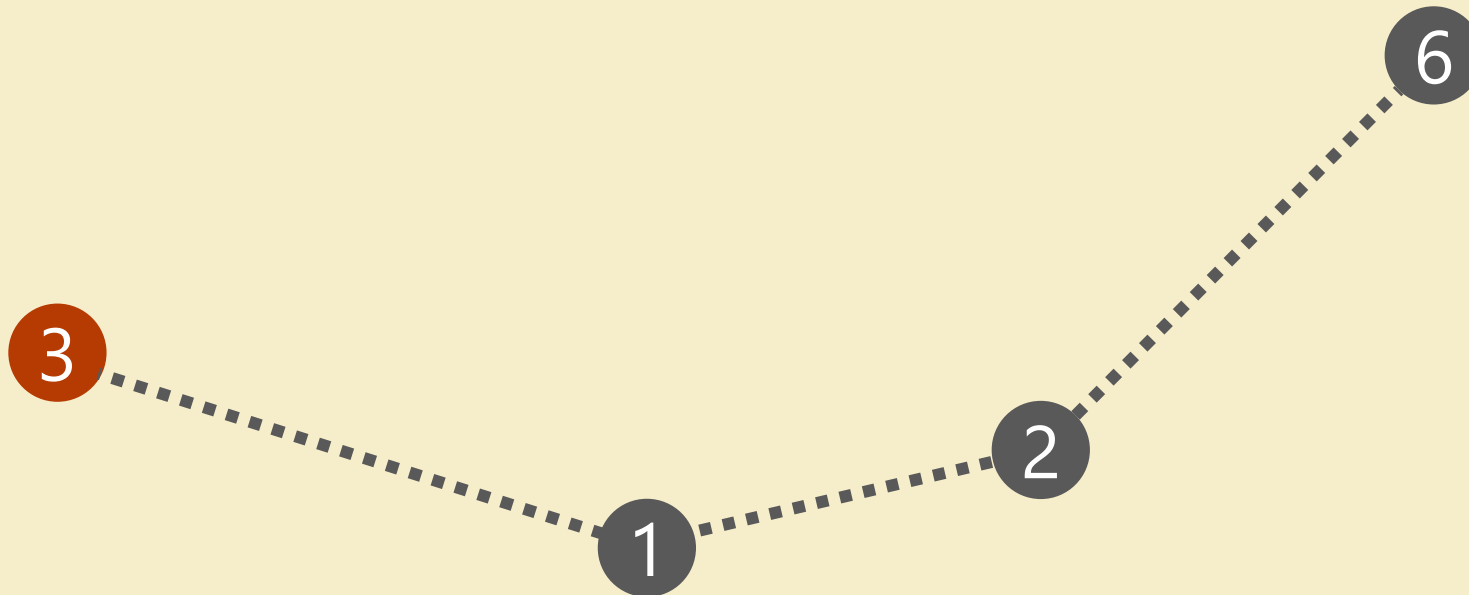


# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

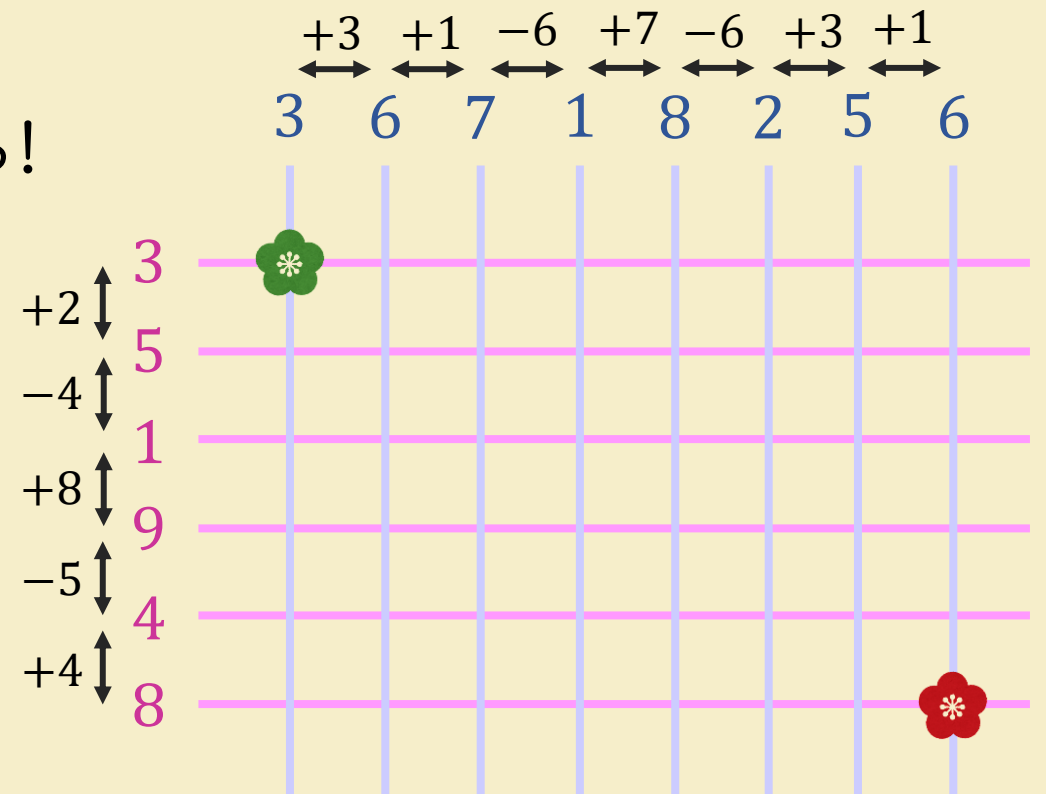


# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！



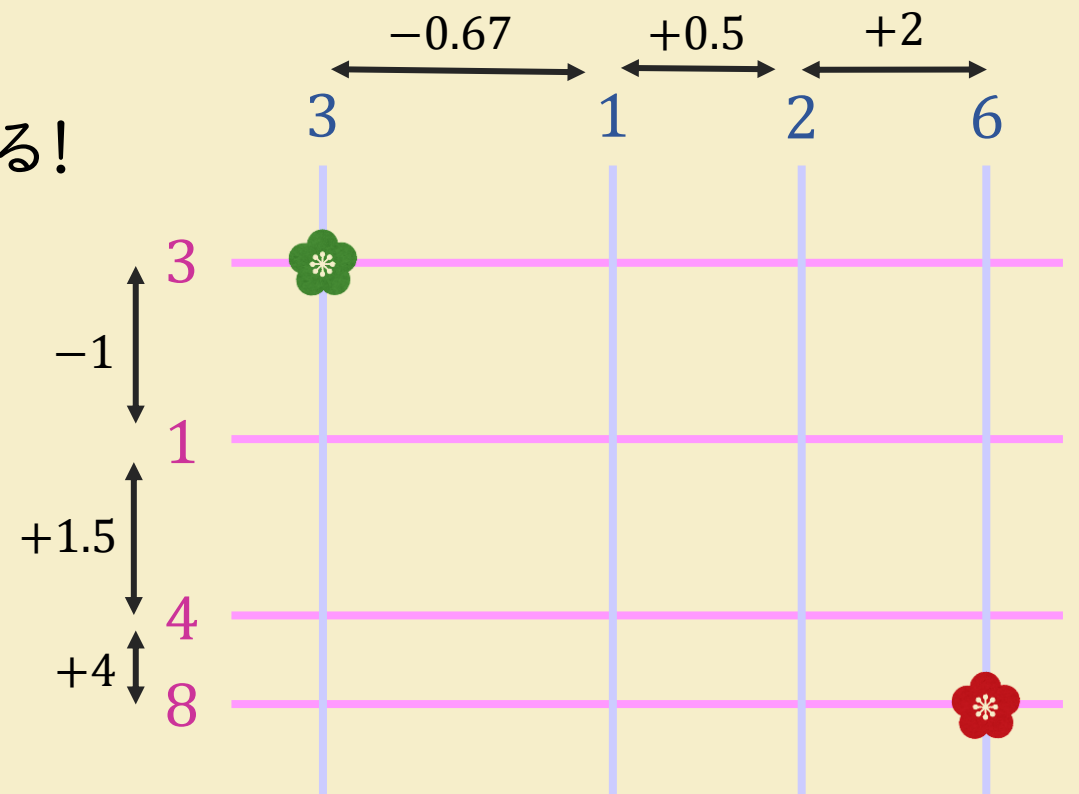
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



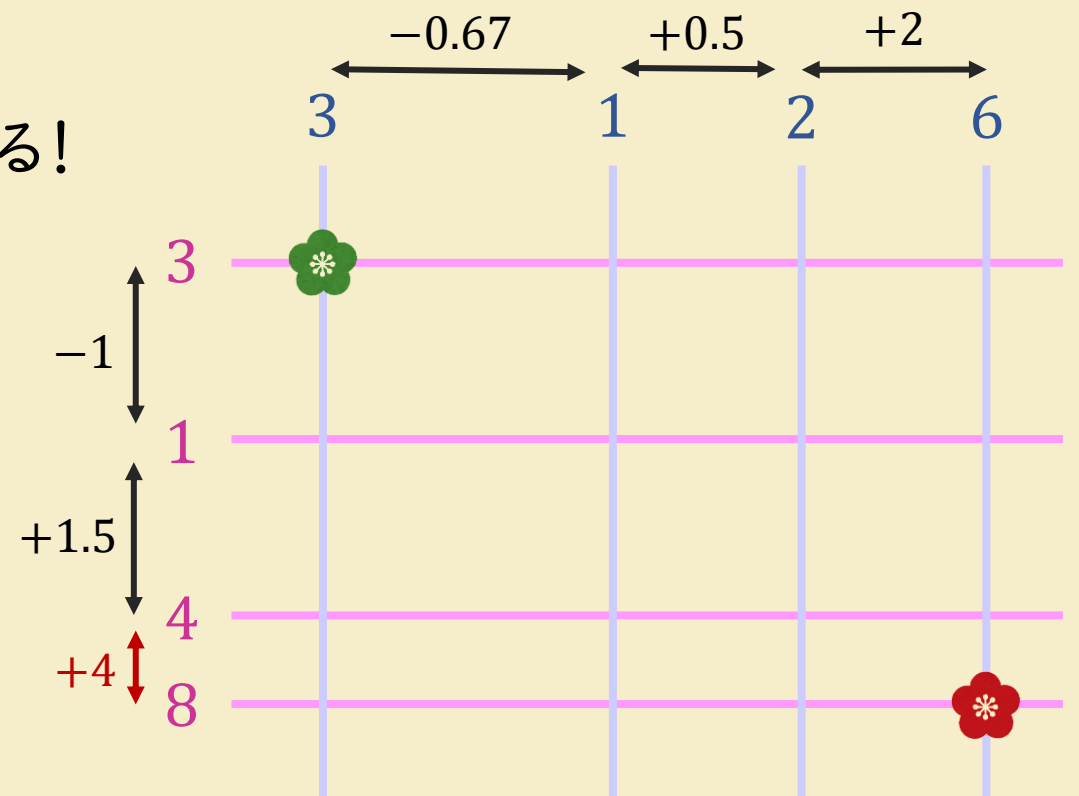
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



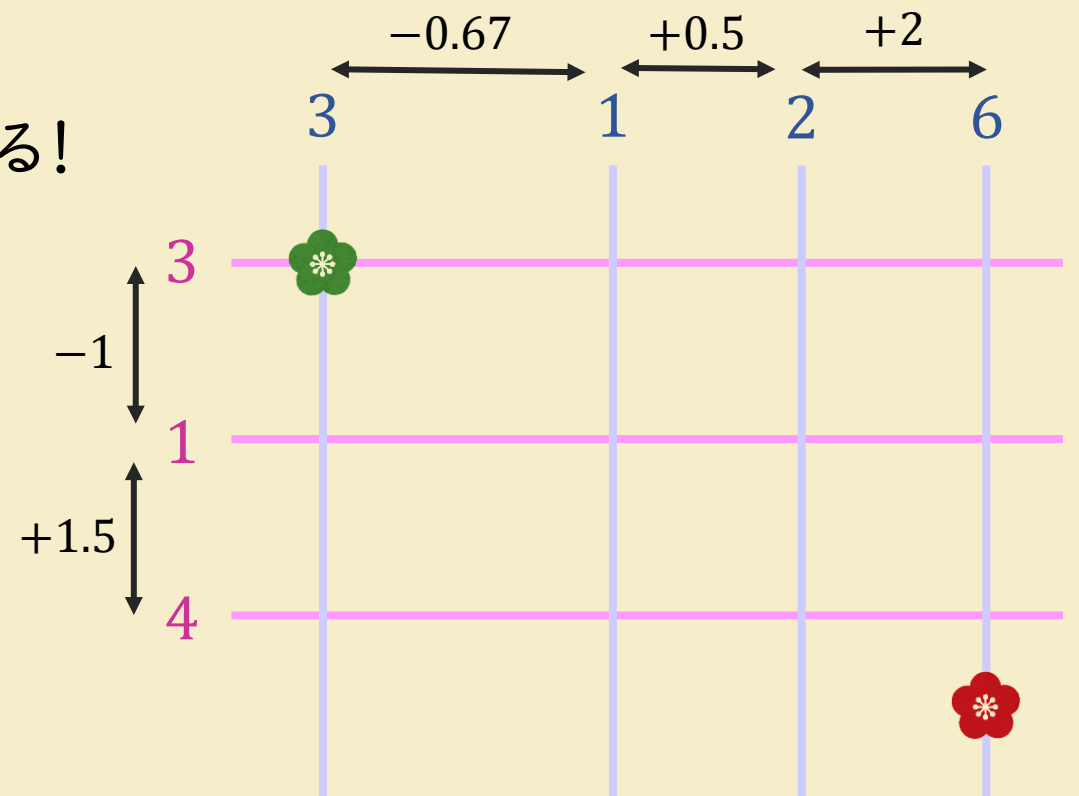
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



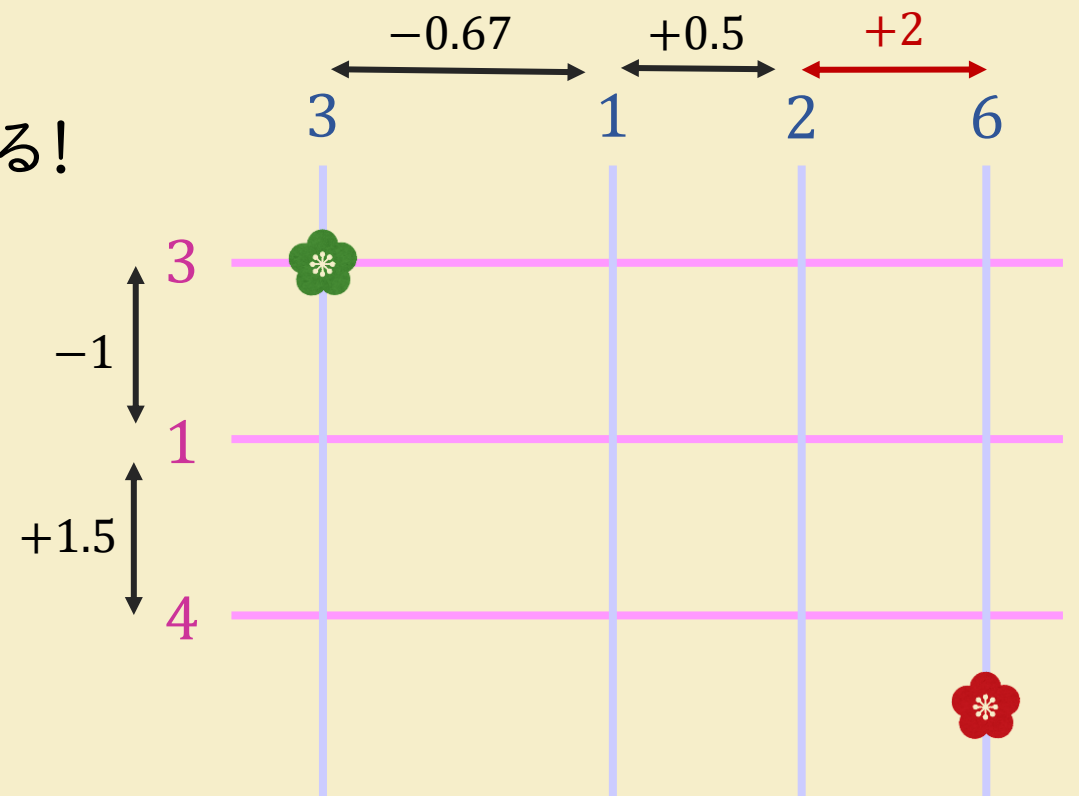
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？





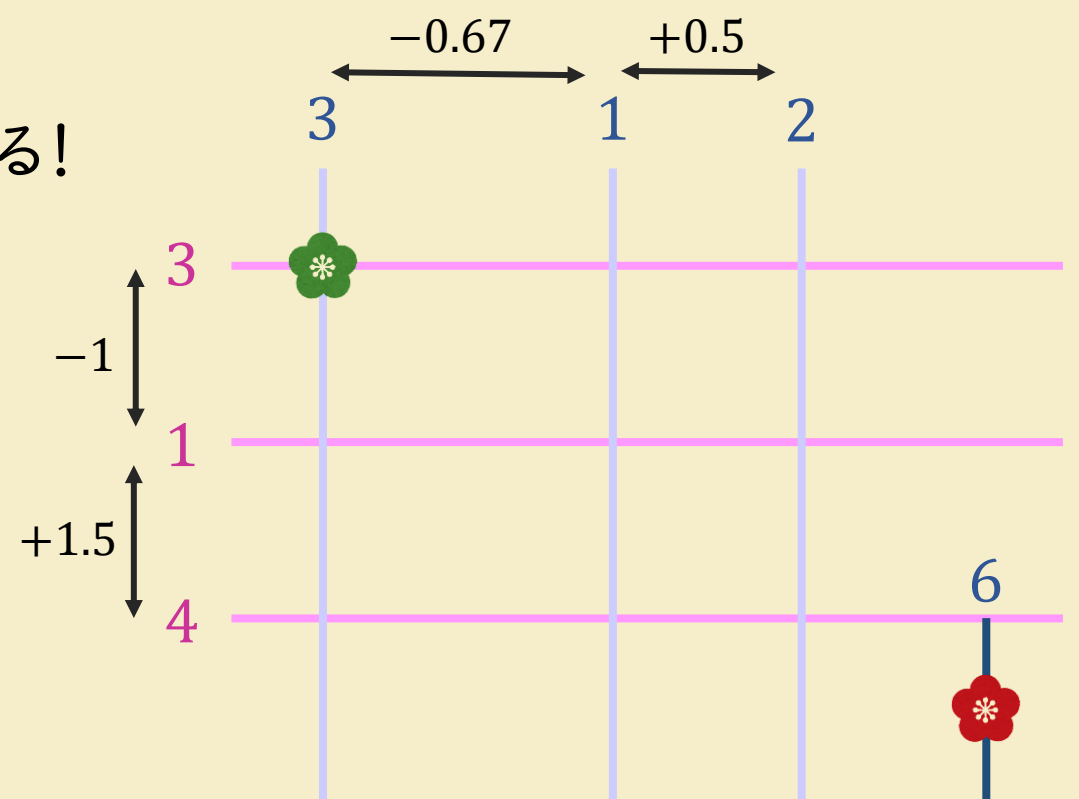
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



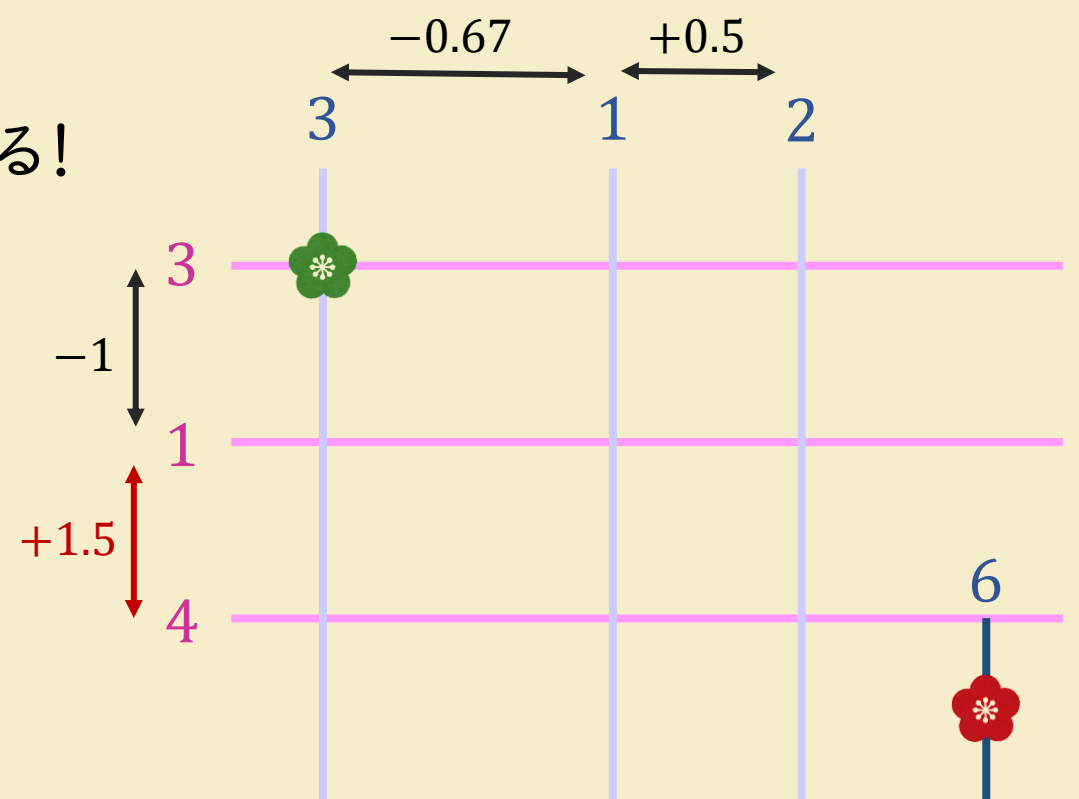
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



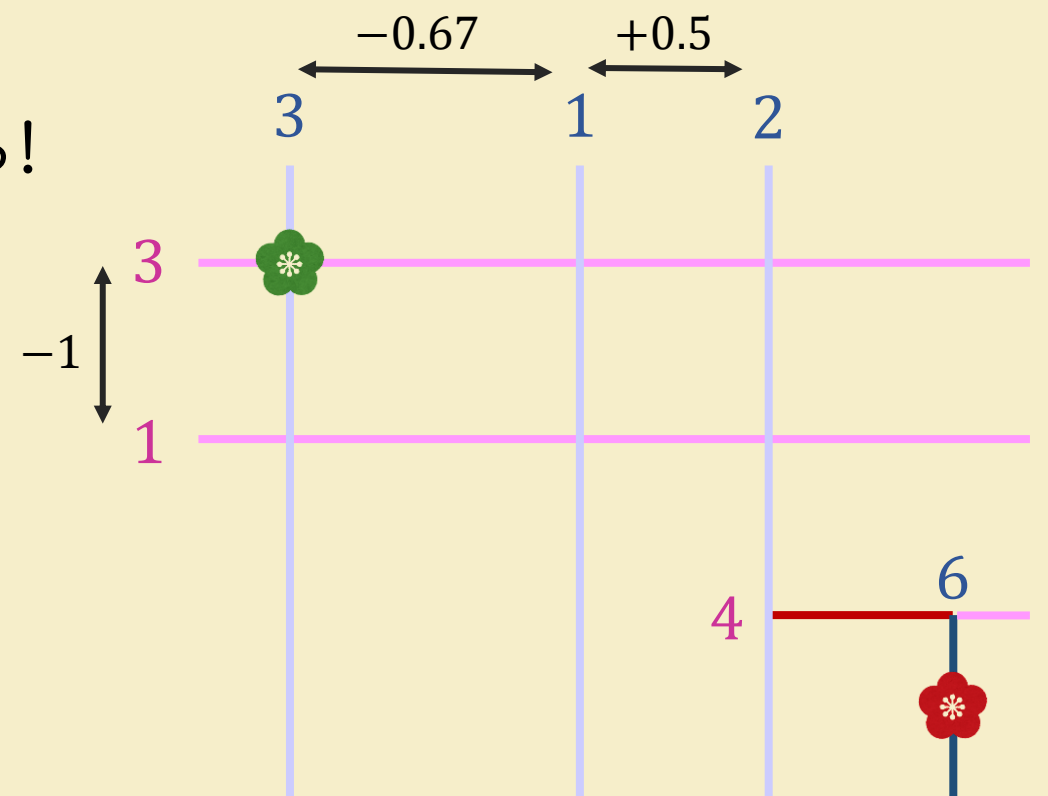
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



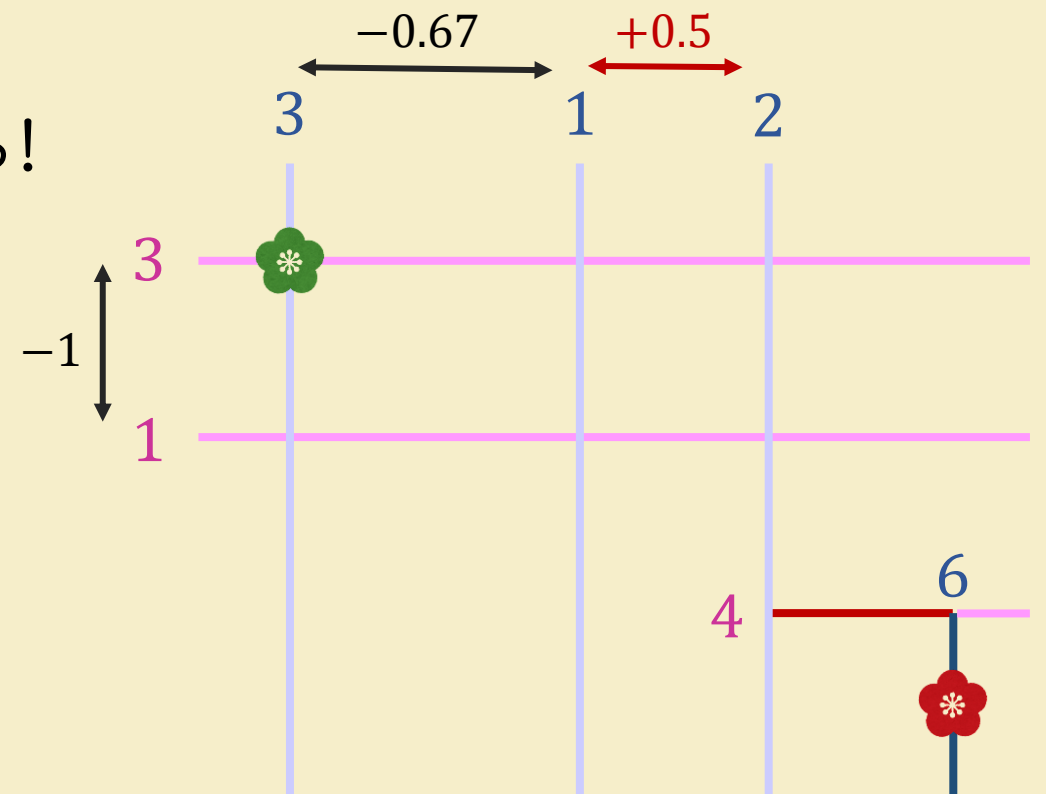
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



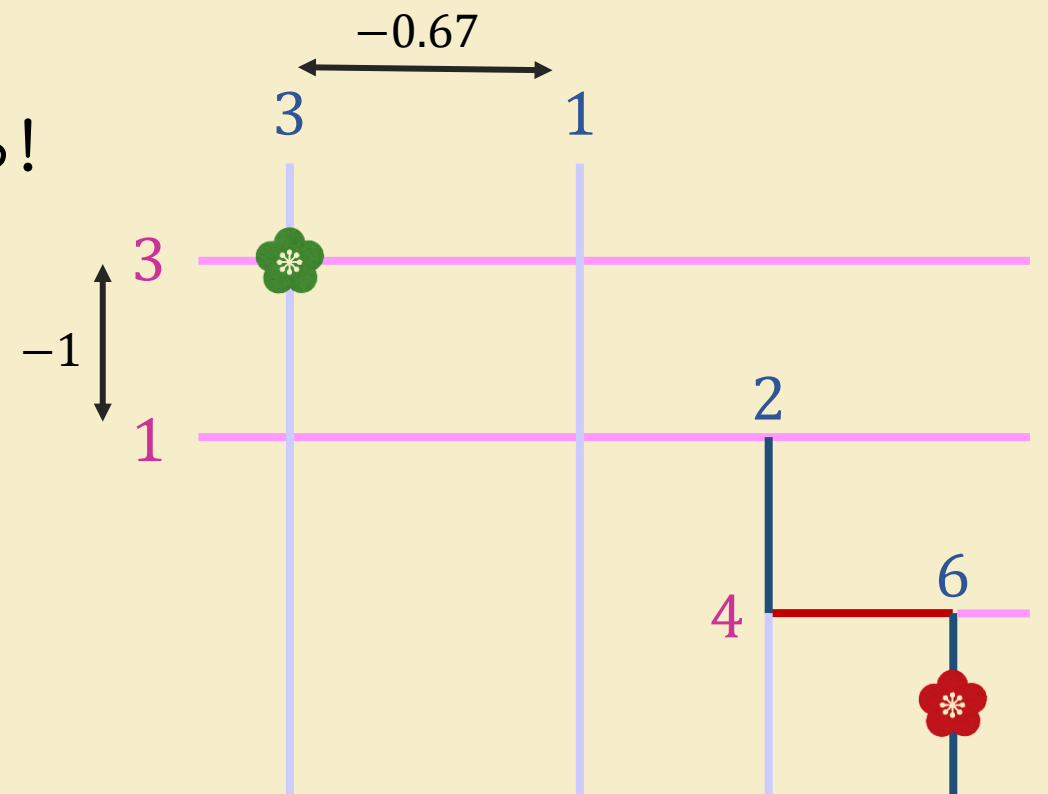
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



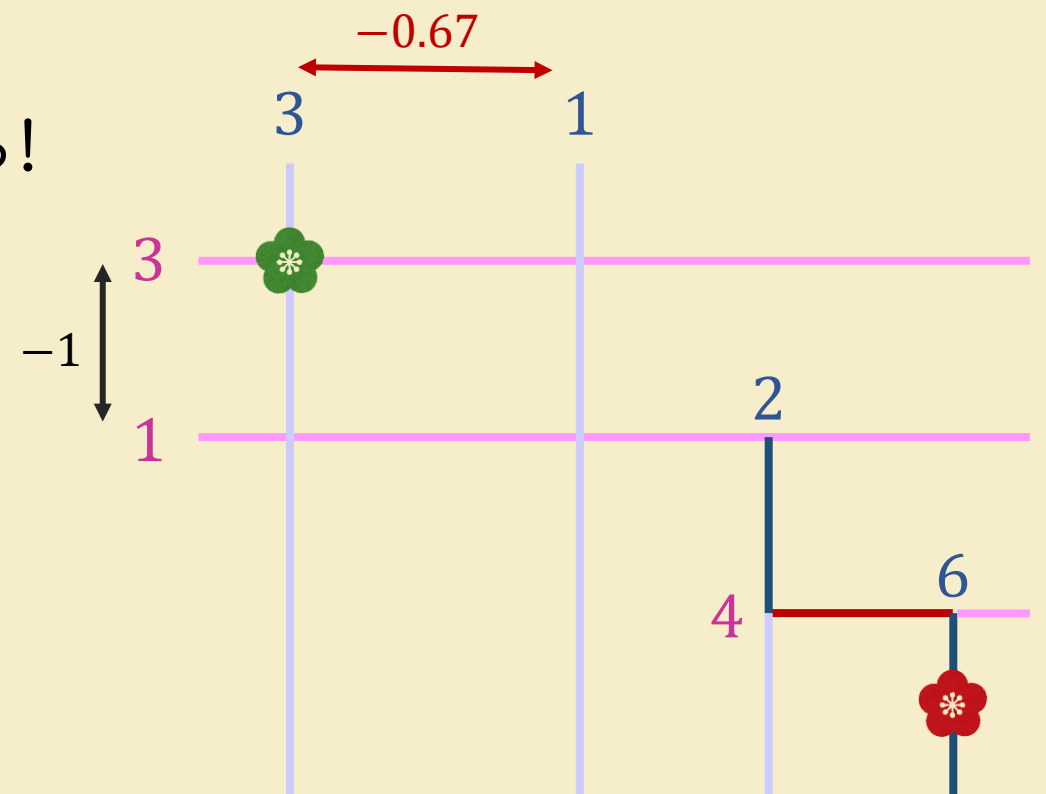
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



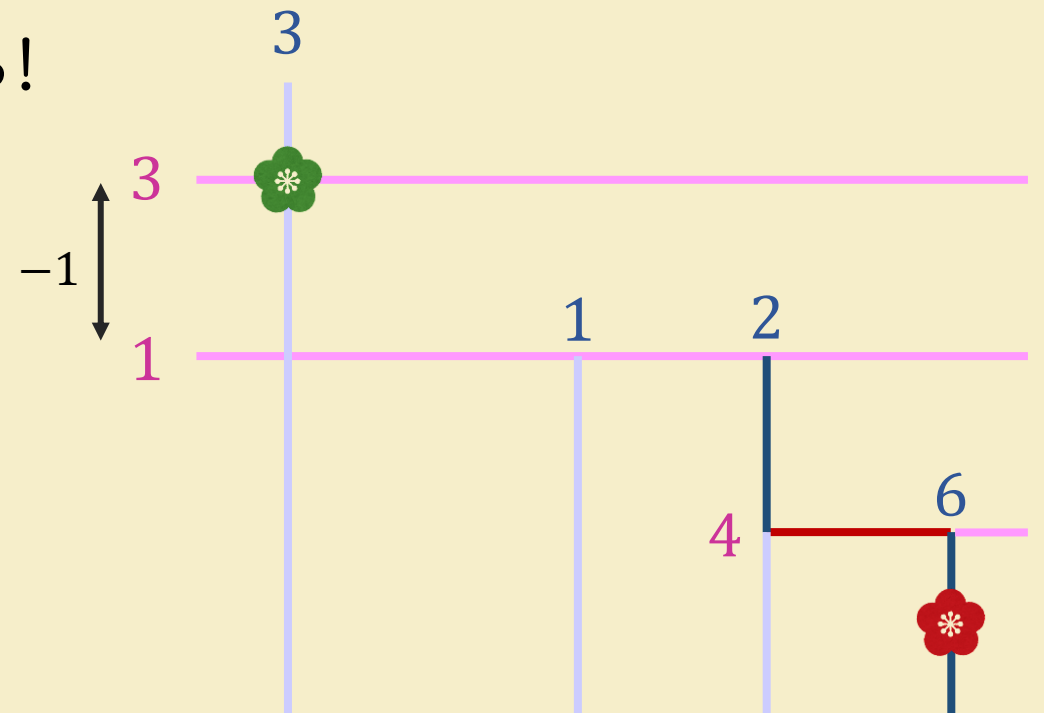
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



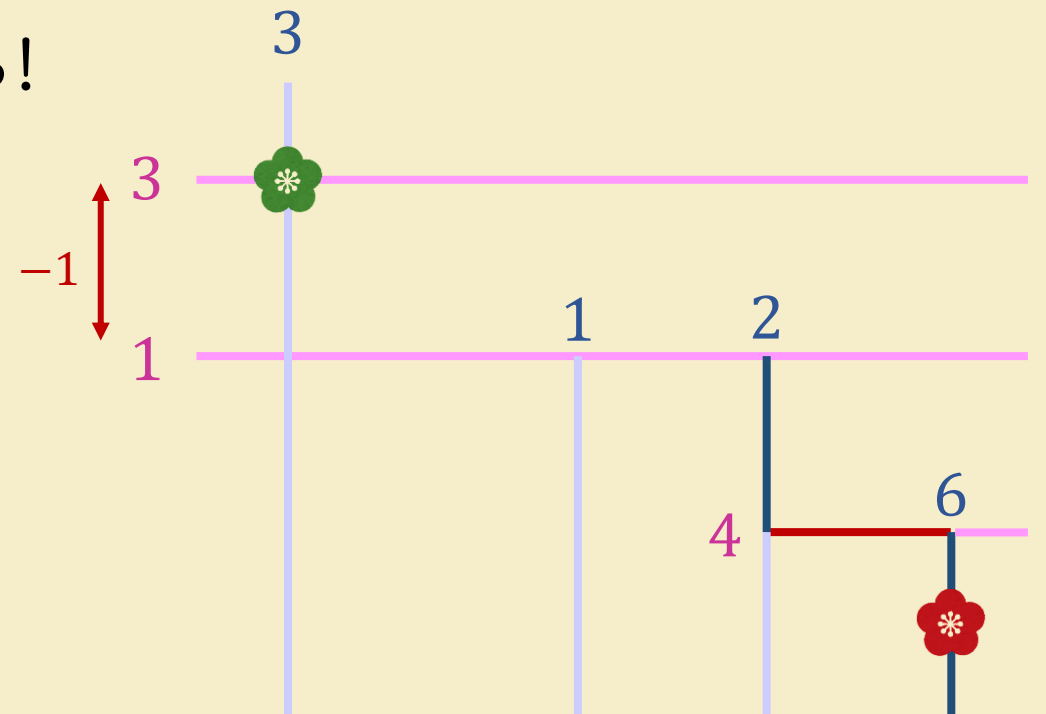
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？





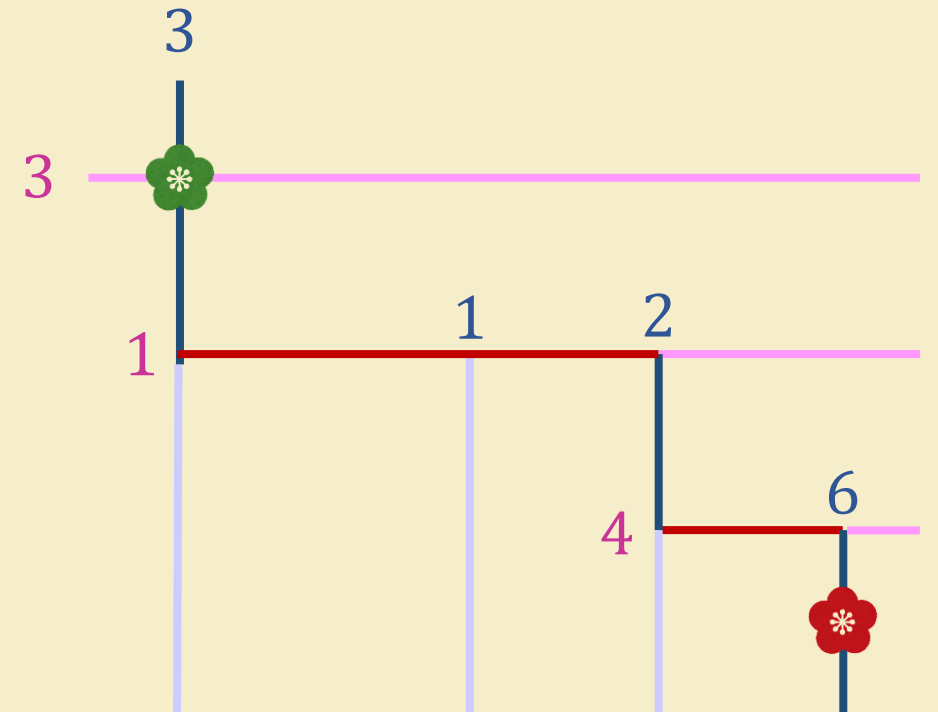
# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？



# 別解

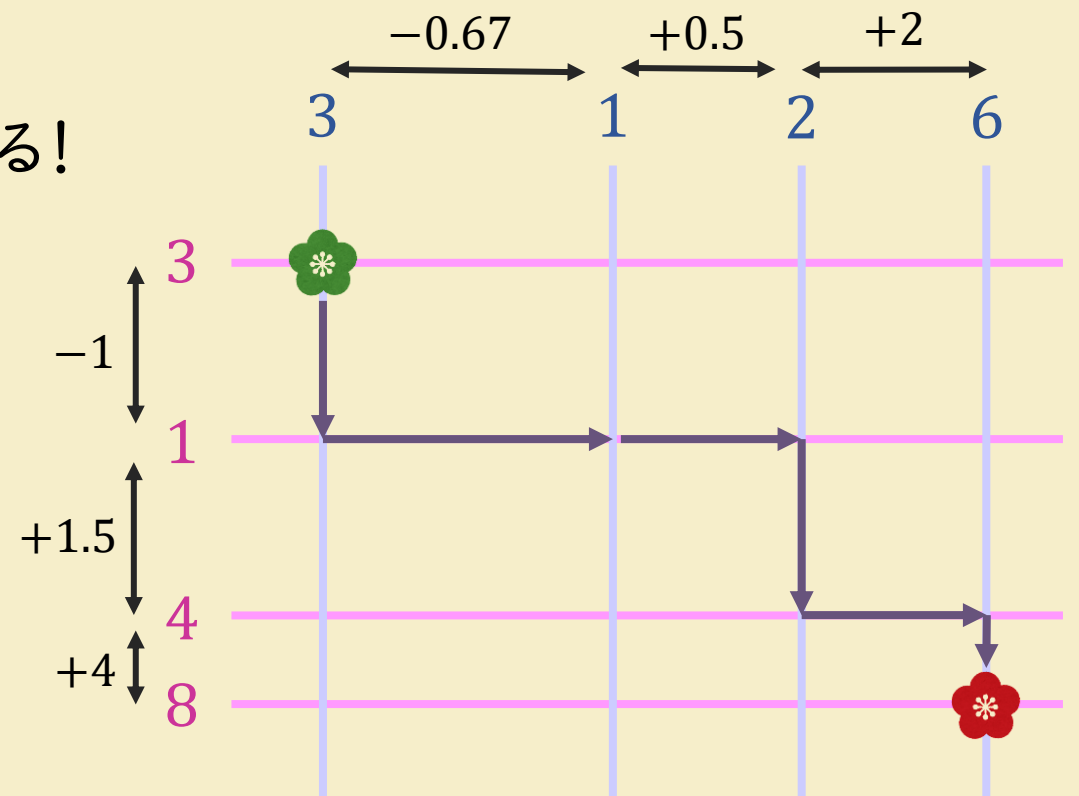
「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？

よって、答えはこうなります！



# 別解

「傾きが最大を取り除く」というのは、どういうこと？

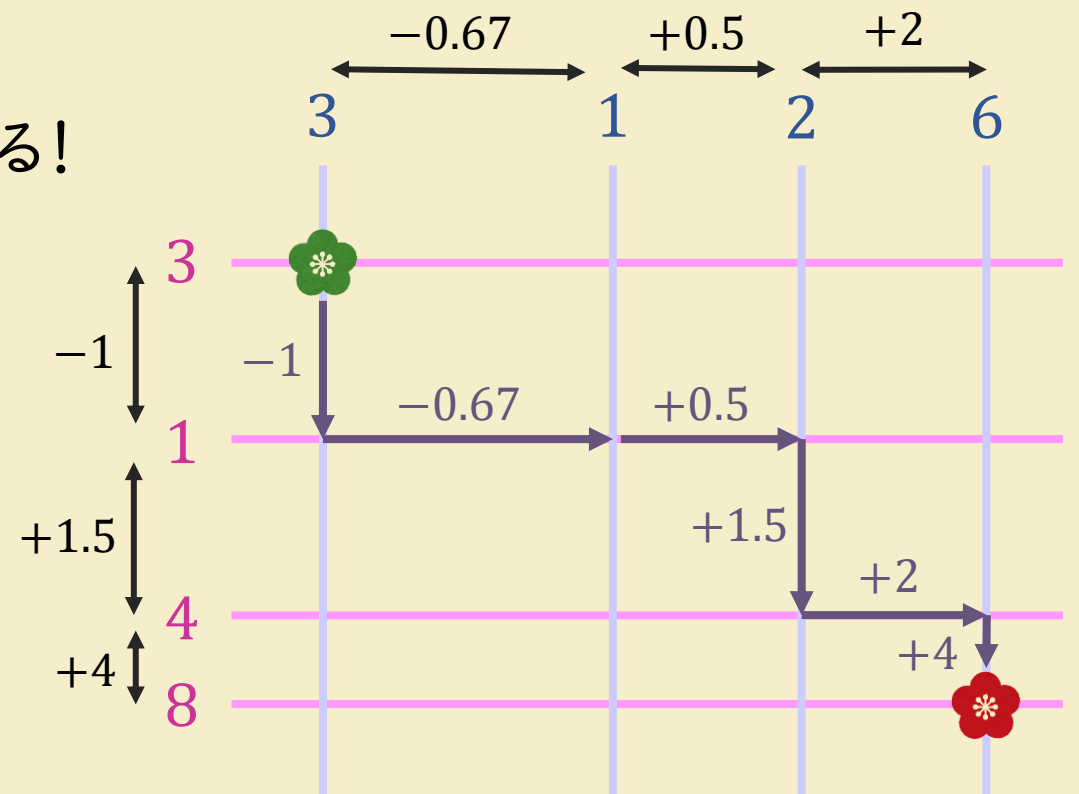
→ 結局は「点  $(i, A_i)$  の凸包」を考えればよい！

「点  $(i, A_i)$  の凸包」に含まれる道だけに削れる！

これでシミュレーションするとどうなる？

よって、答えはこうなります！

**「傾きの小さい道路」から通るのが最適！**



# 別解

## アルゴリズム

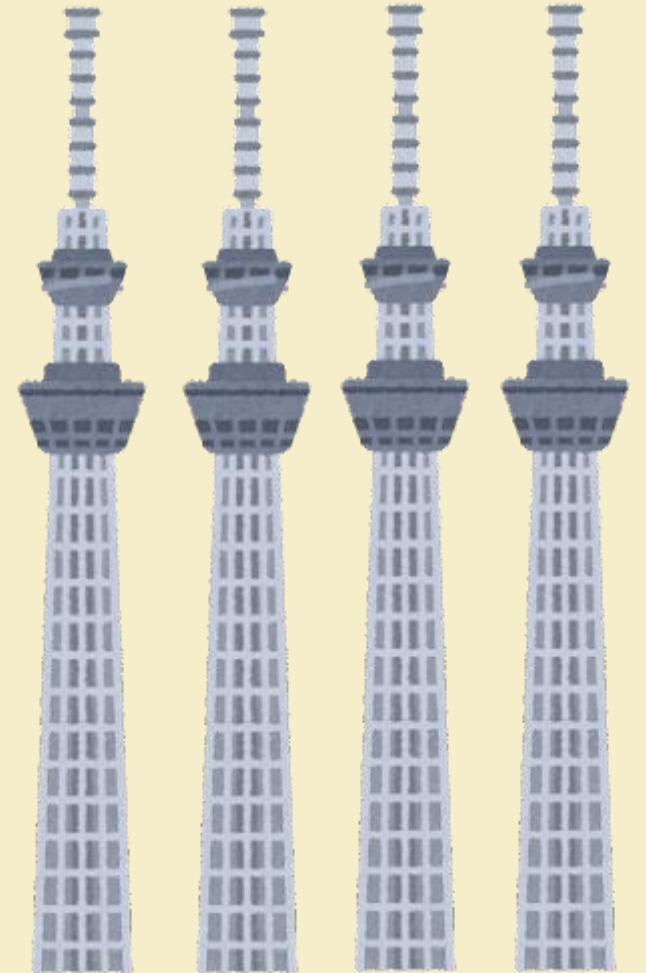
- 1 点  $(i, A_i)$  の凸包を求める  $\rightarrow$  計算量  $O(H)$
- 2 点  $(j, B_j)$  の凸包を求める  $\rightarrow$  計算量  $O(W)$
- 3 凸包の傾きをマージする  $\rightarrow$  計算量  $O(H + W)$

# 別解

## アルゴリズム

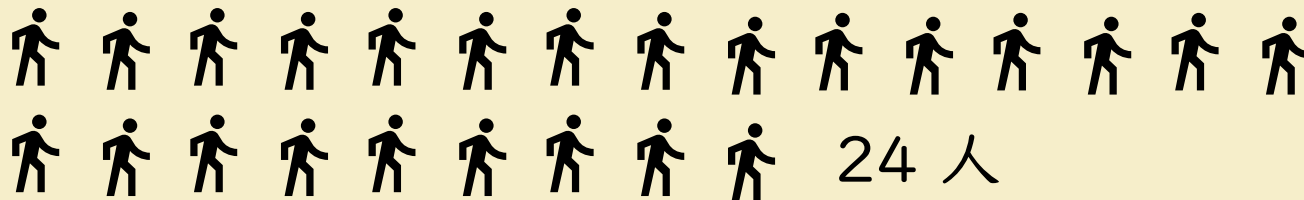
- 1 点  $(i, A_i)$  の凸包を求める  $\rightarrow$  計算量  $O(H)$
- 2 点  $(j, B_j)$  の凸包を求める  $\rightarrow$  計算量  $O(W)$
- 3 凸包の傾きをマージする  $\rightarrow$  計算量  $O(H + W)$

全体計算量  $O(H + W)$



# 得点分布

10 点



40 点



100 点

0 人

# 得点分布

全員 10 点以上

Congratulations!!!

