チーム戦（Team Contest）

JOI / JOIG 2022 春合宿 Day 2 解説

東京大学 1 年　米田寛峻（square1001）

はじめに

Q. 競プロで重要となる能力は何だと思いますか？

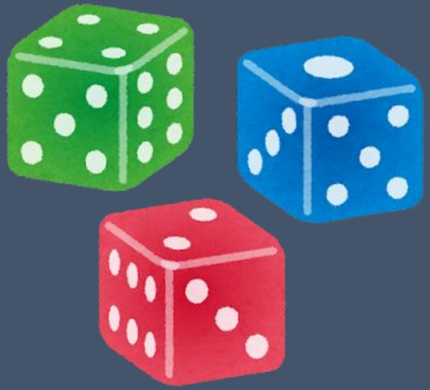
1

考察力

2

実装力

3



運

問題概要

1 N 人の選手がいます

選手 i $(1 \leq i \leq N)$ の考察力は X_i、実装力は Y_i、運は Z_i

考察力 = 3
実装力 = 1
運 = 4

考察力 = 2
実装力 = 3
運 = 1

考察力 = 1
実装力 = 5
運 = 5

考察力 = 4
実装力 = 4
運 = 2

考察力 = 5
実装力 = 2
運 = 3

問題概要

2　この中で 3 人の代表選手を選びたいです

考察力 = 3
実装力 = 1
運 = 4

考察力 = 4
実装力 = 4
運 = 2

考察力 = 5
実装力 = 2
運 = 3

問題概要

3　このとき、チームの全員に長所があるようにしたいです

（つまり、全員に「他の 2 人より値が大きい」能力がある）

考察力 = 3
実装力 = 1
運 = 4

考察力 = 4
実装力 = 4
運 = 2

考察力 = 5
実装力 = 2
運 = 3

問題概要

4　（考察力の最大値）+（実装力の最大値）+（運の最大値）は最大いくつにできますか？

考察力 = 3
実装力 = 1
運 = 4

考察力 = 4
実装力 = 4
運 = 2

考察力 = 5
実装力 = 2
運 = 3

考察力 5 + 実装力 4 + 運 4

= 総合力 13

各小課題の制約

本解説では [1] → [3] → [4] → [5] → [2] → [7] の順に解説します

	配点	N の上限	X_i, Y_i, Z_i の上限
小課題 1	10 点	300	-
小課題 2	25 点	4,000	-
小課題 3	10 点	150,000	5
小課題 4	10 点	150,000	20
小課題 5	10 点	150,000	300
小課題 6	10 点	150,000	4,000
小課題 7	25 点	150,000	-

CONTENTS

- はじめに・問題概要
- 小課題 1 [$N \leq 300$] の解説
- 小課題 3 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 5$] の解説
- 小課題 4 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 20$] の解説
- 小課題 5 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 300$] の解説
- 小課題 2 [$N \leq 4000$] の解説・満点解法に向けて
- 満点解法 [$N \leq 150000$] の解説
- おまけ

小課題 1 — $N \leq 300$

$N \leq 300$ のように制約が小さい場合…

全探索

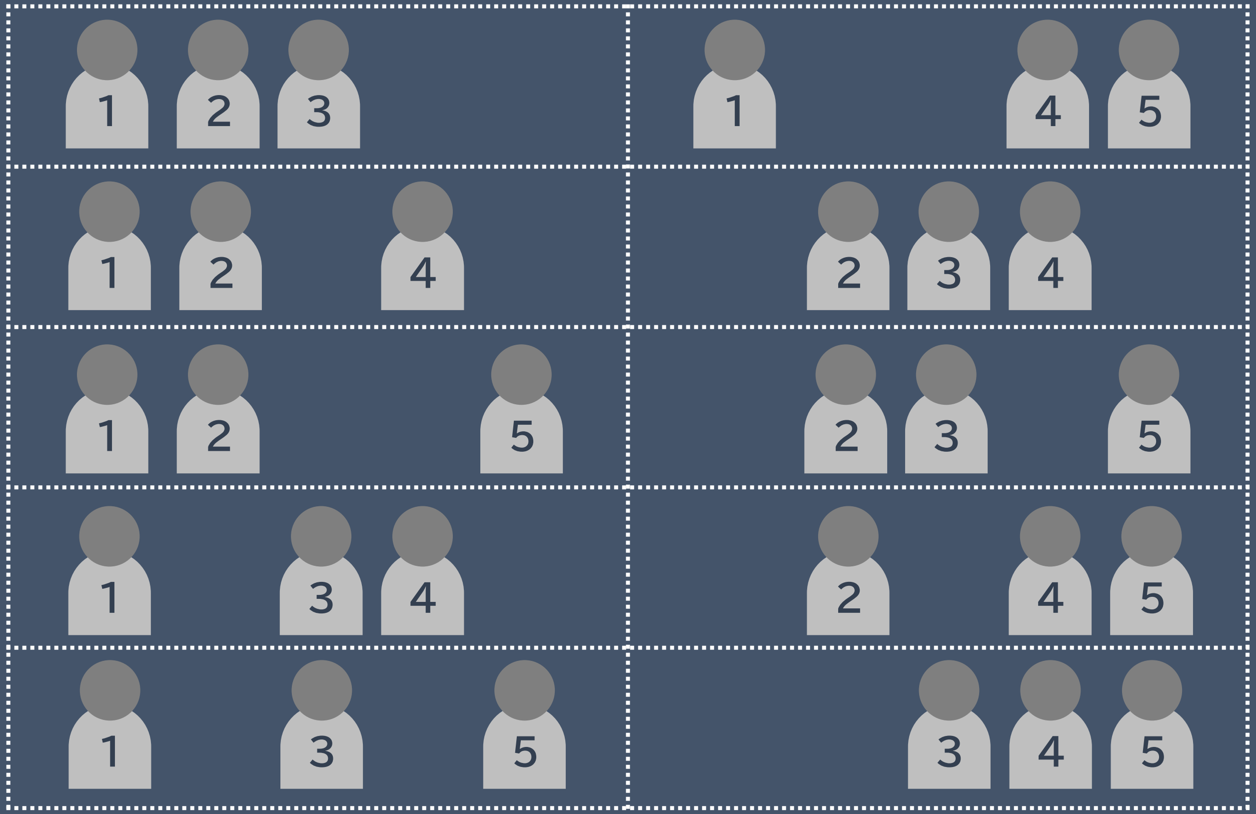
をまず考えよう！

小課題 1 — $N \leq 300$

3 人の選び方は ${}_N C_3 = N(N-1)(N-2)/6$ 通り

これを全パターン試します

→ $N = 300$ でも 450 万通り
十分高速！



全探索の実装

具体的な実装について考えてみよう

選んだ 3 人が選手 i, j, k だったとする

- 選手 i に長所がある: $X_i > \max(X_j, X_k)$ または $Y_i > \max(Y_j, Y_k)$ または $Z_i > \max(Z_j, Z_k)$
- 選手 j に長所がある: $X_j > \max(X_k, X_i)$ または $Y_j > \max(Y_k, Y_i)$ または $Z_j > \max(Z_k, Z_i)$
- 選手 k に長所がある: $X_k > \max(X_i, X_j)$ または $Y_k > \max(Y_i, Y_j)$ または $Z_k > \max(Z_i, Z_j)$
- 総合力 $= \max(X_i, X_j, X_k) + \max(Y_i, Y_j, Y_k) + \max(Z_i, Z_j, Z_k)$

このように状況を整理して、実装してみよう！

全探索の実装（1 ページ目）

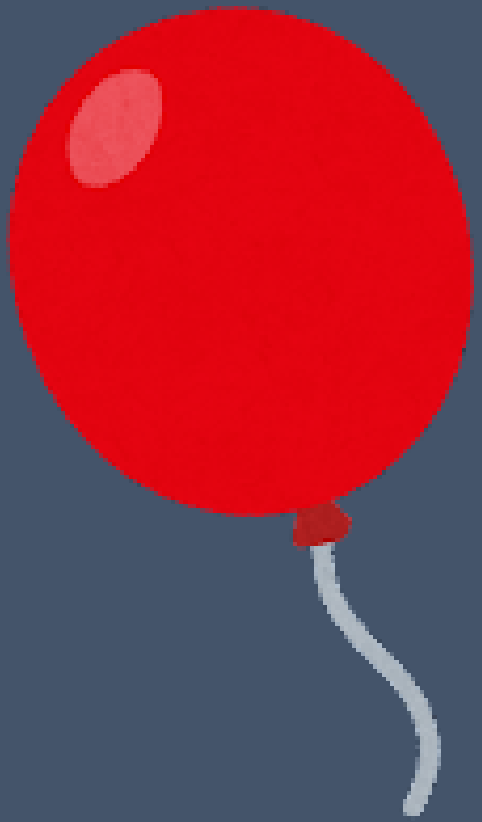

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;

int N, X[309], Y[309], Z[309];

int get_score(int i, int j, int k) {
    if (!(X[i] > max(X[j], X[k]) || Y[i] > max(Y[j], Y[k]) || Z[i] > max(Z[j], Z[k]))) {
        return -1;
    }
    if (!(X[j] > max(X[k], X[i]) || Y[j] > max(Y[k], Y[i]) || Z[j] > max(Z[k], Z[i]))) {
        return -1;
    }
    if (!(X[k] > max(X[i], X[j]) || Y[k] > max(Y[i], Y[j]) || Z[k] > max(Z[i], Z[j]))) {
        return -1;
    }
    return max(X[i], X[j], X[k]) + max(Y[i], Y[j], Y[k]) + max(Z[i], Z[j], Z[k]);
}
```

全探索の実装（2 ページ目）


```
int main() {
    cin >> N;
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        cin >> X[i] >> Y[i] >> Z[i];
    }
    int answer = -1;
    for (int i = 0; i < N; i++) {
        for (int j = i + 1; j < N; j++) {
            for (int k = j + 1; k < N; k++) {
                answer = max(answer, get_score(i, j, k));
            }
        }
    }
    cout << answer << endl;
}
```



CONTENTS

はじめに・問題概要

小課題 1 [$N \leq 300$] の解説

小課題 3 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 5$] の解説

小課題 4 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 20$] の解説

小課題 5 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 300$] の解説

小課題 2 [$N \leq 4000$] の解説・満点解法に向けて

満点解法 [$N \leq 150000$] の解説

おまけ

小課題 3 ー $X_i, Y_i, Z_i \leq 5$

X_i, Y_i, Z_i の値が非常に小さいです

N が大きければ、「考察力・実装力・運がすべて同じ」人がたくさん出てきます

重要な性質

「考察力・実装力・運」がすべて同じ 2 人は
同じチームには入れない

理由

その 2 人には「自分だけの長所」が 1 つもないから

小課題 3 − $X_i, Y_i, Z_i \leq 5$

X_i, Y_i, Z_i の値が非常に小さいです

「全能力が同じ」人が複数いれば

1 人にまとめても良い！

理由

その 2 人には「自分だけの長所」が 1 つもないから

小課題 3 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 5$

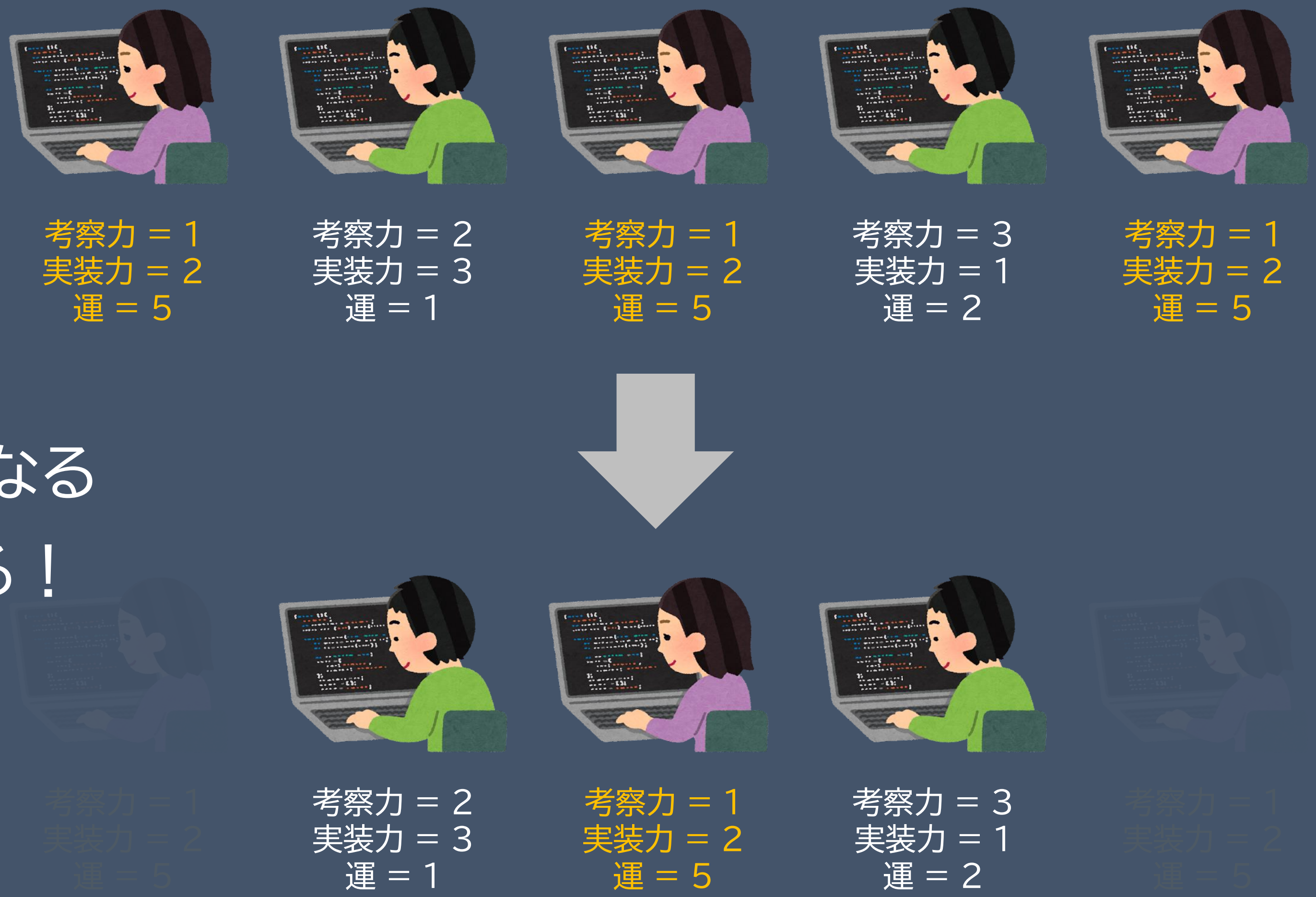
要するにこういうことです

「同じものは 1 つ以外（探索に）
必要ない！」

すると、選手が $5^3 = 125$ 人以下になる

→ 計算量 $O(N^3)$ の全探索ができる！

（計算量は $O(MAX^9)$ になる）



CONTENTS

はじめに・問題概要

小課題 1 [$N \leq 300$] の解説

小課題 3 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 5$] の解説

小課題 4 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 20$] の解説

小課題 5 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 300$] の解説

小課題 2 [$N \leq 4000$] の解説・満点解法に向けて

満点解法 [$N \leq 150000$] の解説

おまけ

小課題 4 ー $X_i, Y_i, Z_i \leq 20$

計算量を良くするためには

全探索の工夫

が重要になることもある

小課題 4 ー $X_i, Y_i, Z_i \leq 20$

次のような「工夫した全探索」を考えましょう

工夫	考察力の最大値 a、実装力の最大値 b、運の最大値 c を全探索

小課題 4 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 20$

(a, b, c) が決まると、以下の 3 人でチームを組むことになります

選手 i

「考察力」重点

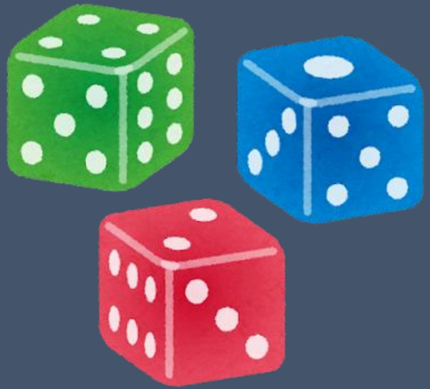
$X_i = a, Y_i < b, Z_i < c$

選手 j

「実装力」重点

$X_i < a, Y_i = b, Z_i < c$

選手 k



「運」重点

$X_i < a, Y_i < b, Z_i = c$

小課題 4 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 20$

この 3 条件を満たす選手が 1 人ずついれば「この (a, b, c) でチームが作れる」

（このときの総合力は $a + b + c$ と決まる）

選手 i

「考察力」重点

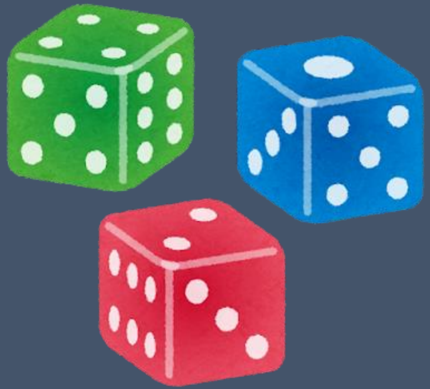
$\boldsymbol{X_i = a, Y_i < b, Z_i < c}$

選手 j

「実装力」重点

$\boldsymbol{X_i < a, Y_i = b, Z_i < c}$

選手 k



「運」重点

$\boldsymbol{X_i < a, Y_i < b, Z_i = c}$

小課題 4 — $X_i, Y_i, Z_i \leq 20$

すると、この問題が計算量 $O(MAX^6)$ で解ける

1. (a, b, c) の組み合わせ MAX^3 通りを全探索する
2. 3 人の選手を探すのに $O(N)$ かけると、全体計算量は $O(MAX^3 \times N)$ になる
3. しかし、全部同じ能力の選手をまとめると $N \leq MAX^3$ になるので全体計算量が $O(MAX^6)$ になる

これで小課題 4 に AC！

CONTENTS

はじめに・問題概要

小課題 1 [$N \leq 300$] の解説

小課題 3 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 5$] の解説

小課題 4 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 20$] の解説

小課題 5 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 300$] の解説

小課題 2 [$N \leq 4000$] の解説・満点解法に向けて

満点解法 [$N \leq 150000$] の解説

おまけ

小課題 5 ー $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

小課題 5 を説明する前に、「累積和」について説明します

累積和とは？

長さ N の配列 $[A_1, A_2, \dots, A_N]$ が与えられる
区間の合計 $A_l + A_{l+1} + \cdots + A_{r-1}$ が計算量 $O(1)$ で求まる

累積和について知りたい方はこちら

- 「アルゴリズム×数学」p. 140～144 など

（JOIG 2022 本選 3「投票 (Voting)」を解いている方は知っているはず）

小課題 5 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

実は、累積和の 2 次元バージョン「2 次元累積和」もあります

1	0	1	2	0
2	1	1	0	1
1	2	1	2	0
0	1	1	2	0
1	0	1	2	1

この範囲の値の合計は 1+1+0+2+1+2+1+1+2=11

こういうのを計算量 $O(1)$ で求めたい

小課題 5 — $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

ステップ 1

まず、横方向に累積和をとる

1	0	1	2	0
2	1	1	0	1
1	2	1	2	0
0	1	1	2	0
1	0	1	2	1

1	1	2	4	4
2	3	4	4	5
1	3	4	6	6
0	1	2	4	4
1	1	2	4	5

小課題 5 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

ステップ 2　次に、縦方向に累積和をとる

1	1	2	4	4
2	3	4	4	5
1	3	4	6	6
0	1	2	4	4
1	1	2	4	5

1	1	2	4	4
3	4	6	8	9
4	7	10	14	15
4	8	12	18	19
5	9	14	22	24

小課題 5 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

ステップ 3

すると、4 つの値の足し算・引き算で「範囲の値の合計」が求まる

1	1	2	4	4
3	4	6	8	9
4	7	10	14	15
4	8	12	18	19
5	9	14	22	24

$$18 + 1 - 4 - 4 = 11$$

小課題 5 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

ステップ 3

すると、4 つの値の足し算・引き算で「範囲の値の合計」が求まる

実は、これと同じように

「3 次元累積和」もできる

1	1	2	4	4
3	4	6	8	9
4	7	10	14	15
4	8	12	18	19
5	9	14	22	24

$18 + 1 - 4 - 4 = 11$

小課題 5 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

ここで「考察力 x、実装力 y、運 z の選手の数 $V[x][y][z]$」を 3 次元累積和すると…

「考察力重点」「実装力重点」「運重点」にできる選手の数が、それぞれ $O(1)$ で求まる

選手 i

「考察力」重点

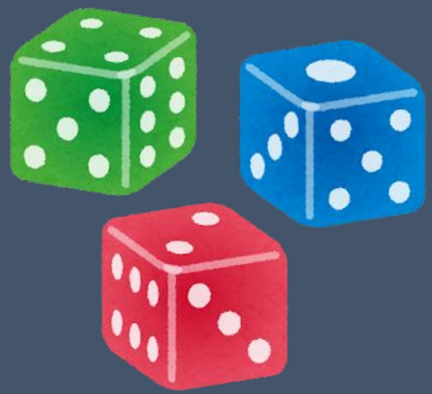
$X_i = a, Y_i < b, Z_i < c$

選手 j

「実装力」重点

$X_i < a, Y_i = b, Z_i < c$

選手 k



「運」重点

$X_i < a, Y_i < b, Z_i = c$

小課題 5 — $X_i, Y_i, Z_i \le 300$

ここで「考察力 x、実装力 y、運 z の選手の数 $V[x][y][z]$」を 3 次元累積和すると…

「考察力重点」「実装力重点」「運重点」にできる選手の数が、それぞれ $O(1)$ で求まる

選手 i

「考察力」重点

$X_i = a, Y_i < b, Z_i < c$

選手 j

「実装力」重点

$X_i < a, Y_i = b, Z_i < c$

選手 k

「運」重点

$X_i < a, Y_i < b, Z_i = c$

すると、各 (a, b, c) に対して

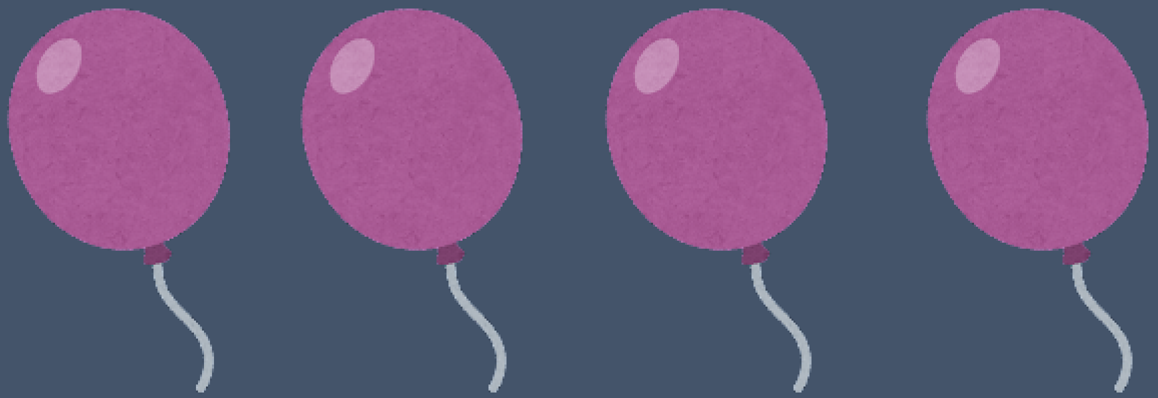
計算量 $O(1)$ で判定できる！

小課題 5 ― $X_i, Y_i, Z_i \leq 300$

よって、小課題 4 の解法を「3 次元累積和」で高速化すると

全体計算量が $O(MAX^3)$ になる

→ 小課題 5 に通る！



CONTENTS

- はじめに・問題概要
- 小課題 1 [$N \leq 300$] の解説
- 小課題 3 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 5$] の解説
- 小課題 4 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 20$] の解説
- 小課題 5 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 300$] の解説
- 小課題 2 [$N \leq 4000$] の解説・満点解法に向けて
- 満点解法 [$N \leq 150000$] の解説
- おまけ

小課題 2 — $N \leq 4000$

注意

ここからは解法がガラッと変わります

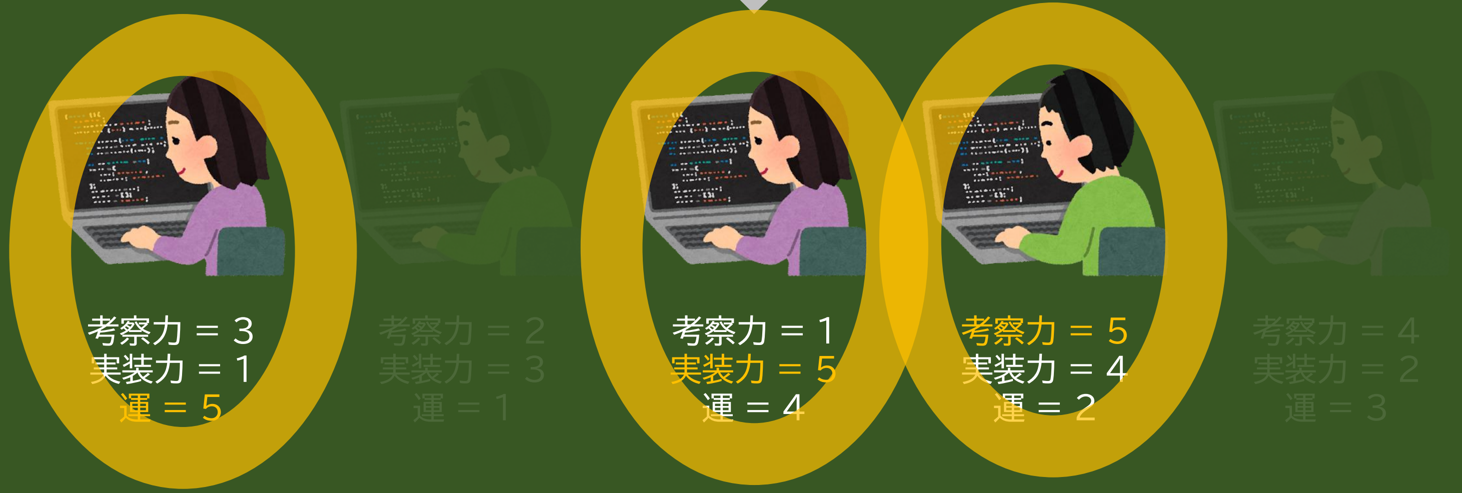
この点に注意しておいてください

満点解法への考察

もし「考察力が最大の人」「実装力が最大の人」「運が最大の人」が分かれていたら…？

考察力 = 3	考察力 = 2	考察力 = 1	考察力 = 5	考察力 = 4
実装力 = 1	実装力 = 3	実装力 = 5	実装力 = 4	実装力 = 2
運 = 5	運 = 1	運 = 4	運 = 2	運 = 3

明らかに、この 3 人を選ぶのが最適



満点解法への考察

では、もし分かれていなかったら？

考察力 = 3 実装力 = 1 運 = 4	考察力 = 2 実装力 = 3 運 = 1	考察力 = 1 実装力 = 4 運 = 5	考察力 = 5 実装力 = 5 運 = 2	考察力 = 4 実装力 = 2 運 = 3

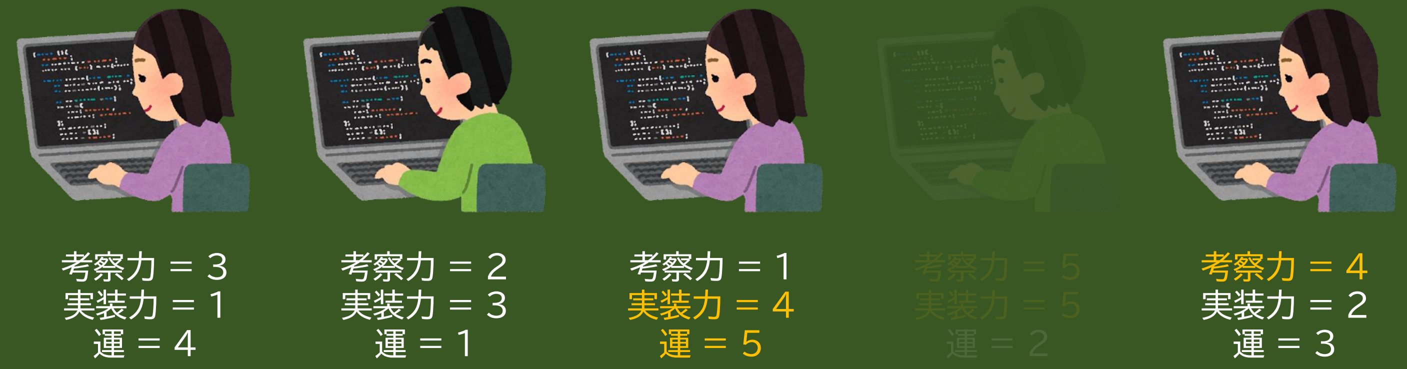
「最大値のスキル」を 2 つ持ってる人は、チームには入れられない！

（理由は、他の 2 人の選手が合計 1 個しか長所を持てなくなるから）

考察力 = 3 実装力 = 1 運 = 4	考察力 = 2 実装力 = 3 運 = 1	考察力 = 1 実装力 = 4 運 = 5	~~考察力 = 5~~ ~~実装力 = 5~~ ~~運 = 2~~	考察力 = 4 実装力 = 2 運 = 3

満点解法への考察

1 人消えたので、残った 4 人の中で考えると…？



「最大値のスキル」を 2 つ持ってる人は、チームには入れられない！

（理由は、他の 2 人の選手が合計 1 個しか長所を持てなくなるから）

満点解法への考察

また 1 人消えたので、残った 3 人の中で考えると…？

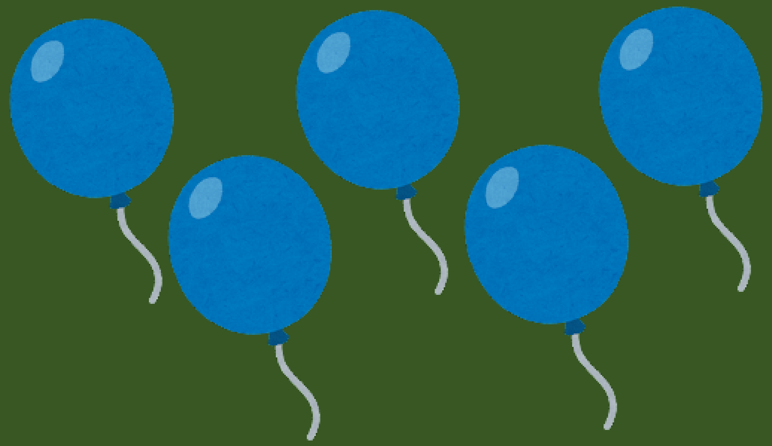
「最大値のスキル」が分かれてるので、この組み方が最適！

小課題 2 ― $N \le 4000$

このように、以下のようなアルゴリズムで最適解が求められる

1. 「『最大値のスキル』を複数持っている人がいたら消す」ことをできなくなるまで繰り返す
2. 残った人の中で、最大値のスキルを持つ 3 人でチームを組むのが最適
誰もいなくなったら「チームを組むのが不可能」

各ステップに $O(N)$ かかるので、全体計算量は $O(N^2)$



CONTENTS

- はじめに・問題概要
- 小課題 1 [$N \leq 300$] の解説
- 小課題 3 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 5$] の解説
- 小課題 4 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 20$] の解説
- 小課題 5 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 300$] の解説
- 小課題 2 [$N \leq 4000$] の解説・満点解法に向けて
- 満点解法 [$N \leq 150000$] の解説
- おまけ

満点解法 ― $N \leq 150000$

先ほどの解法の問題点は、各ステップに $O(N)$ かかっていたことで

全体計算量が $O(N^2)$ になっていたこと

→ これを高速化したい！

満点解法 ー $N \leq 150000$

ここで、以下の 3 つのリストを用意しておく

- N 人の選手を考察力 X_i の小さい順に並べたリスト
- N 人の選手を実装力 Y_i の小さい順に並べたリスト
- N 人の選手を運 Z_i の小さい順に並べたリスト

考察力 X_i

実装力 Y_i

運 Z_i

現在の最大値：

(8, 7, 9)

満点解法 ― $N \leq 150000$

リストの末尾にいる 3 人をチェック

- 青の選手（5, 4, 9）は「最大値のスキル」が 1 個だけなので OK
- 紫の選手（8, 7, 2）は「最大値のスキル」が 2 個なので NG

考察力 X_i	1	2	5	5	8
実装力 Y_i	3	4	5	6	7
運 Z_i	2	2	3	8	9

現在の最大値：

（8, 7, 9）

満点解法 ― $N \leq 150000$

リストの末尾にいる 3 人をチェック

- 青の選手 (5, 4, 9) は「最大値のスキル」が 1 個だけなので OK
- 紫の選手 (8, 7, 2) は「最大値のスキル」が 2 個なので NG → 全リストから消す

現在の最大値：

(8, 7, 9)

満点解法 ― $N \leq 150000$

リストの末尾にいる 3 人をチェック

- 赤の選手 (5, 3, 3)、紫の選手 (1, 6, 2) は「最大値のスキル」が 1 個だけなので OK
- 青の選手 (5, 4, 9) は「最大値のスキル」が 2 個なので NG

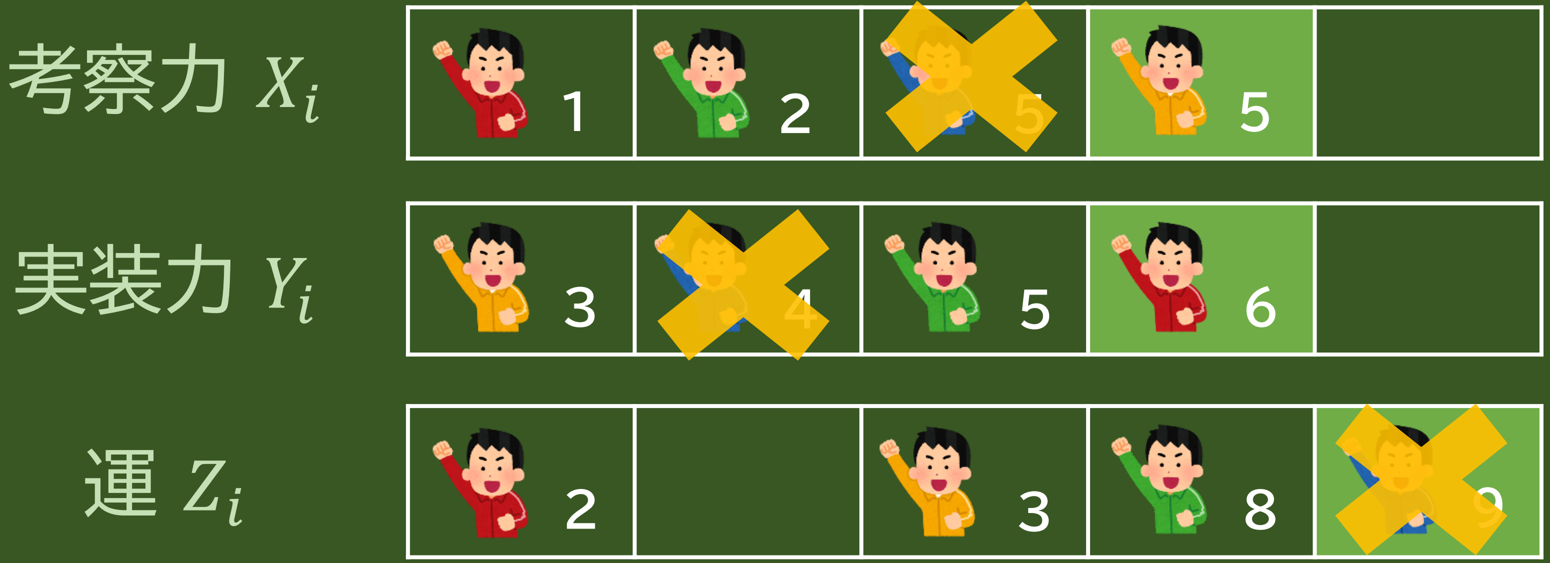
現在の最大値:

(5, 6, 9)

満点解法 ― $N \leq 150000$

リストの末尾にいる 3 人をチェック

- 赤の選手 (5, 3, 3)、紫の選手 (1, 6, 2) は「最大値のスキル」が 1 個だけなので OK
- 青の選手 (5, 4, 9) は「最大値のスキル」が 2 個なので NG → 全リストから消す



現在の最大値:

(5, 6, 9)

満点解法 ー $N \leq 150000$

リストの末尾にいる 3 人をチェック

- 3 人全員が「最大値のスキル」が 1 個だけなので OK
- よって、総合力の最大値は 5 + 6 + 8 = 19

考察力 X_i	1	2		5	
実装力 Y_i	3		5	6	
運 Z_i	2		3	8	

現在の最大値:

(5, 6, 8)

満点解法 ― $N \leq 150000$

このようにシミュレーションすると、各ステップが $O(1)$ でできる

最初のソートに一番時間がかかるので、全体計算量は $O(N \log N)$

→ 100 点満点が取れる！

CONTENTS

- はじめに・問題概要
- 小課題 1 [$N \leq 300$] の解説
- 小課題 3 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 5$] の解説
- 小課題 4 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 20$] の解説
- 小課題 5 [$X_i, Y_i, Z_i \leq 300$] の解説
- 小課題 2 [$N \leq 4000$] の解説・満点解法に向けて
- 満点解法 [$N \leq 150000$] の解説
- おまけ

ICPC について

JOI/JOIG に参加できるのは高校生までですが、大学生になると ICPC があります

ICPC = 国際大学対抗プログラミングコンテスト

ICPC について

同じ大学から 3 人 1 組のチームで出場

3～5 時間で 10 問程度を解きます

勝ち抜くと世界大会に進めます

ACM International Collegiate Programming Contest
Asia Regional Contest, Fukuoka, 2011–11–13

Problem H
ASCII Expression

Input: Standard Input
Time Limit: 30 seconds

Mathematical expressions appearing in old papers and old technical articles are printed with typewriter in several lines, where a fixed-width or monospaced font is required to print characters (digits, symbols and spaces). Let us consider the following mathematical expression.

$$\left(1 - \frac{4}{3^2}\right)^2 \times -5 + 6$$

It is printed in the following four lines:

```
        4   2
( 1 - ---- )  * - 5 + 6
        2
       3
```

where "- 5" indicates unary minus followed by 5. We call such an expression of lines "ASCII expression".

For helping those who want to evaluate ASCII expressions obtained through optical character recognition (OCR) from old papers, your job is to write a program that recognizes the structure of ASCII expressions and computes their values.

For the sake of simplicity, you may assume that ASCII expressions are constructed by the following rules. Its syntax is shown in Table H.1.

ICPC について

ICPC では 1 問解くごとに風船がもらえます

なので、会場には風船がたくさん
これも ICPC の数ある特徴の 1 つです

大学生になったらぜひ ICPC に参加してみましょう！

得点分布

JOI

100 点

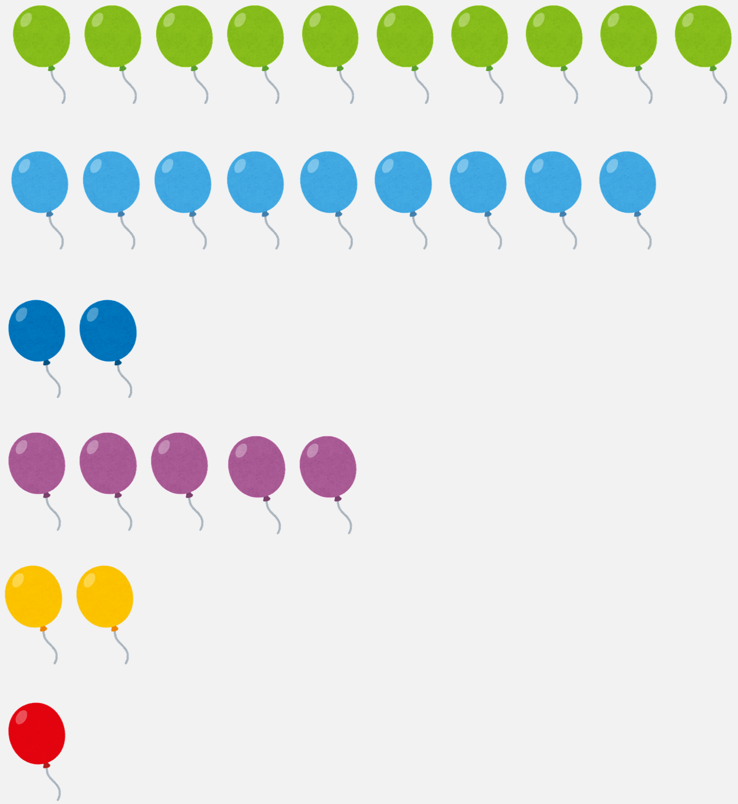
73 点

64 点

55 点

17 点

8 点



JOIG

100 点

26 点

17 点

8 点

0 点