

An underwater scene with a large school of small fish swimming in clear blue water. A larger, dark-colored stingray is visible in the lower-left quadrant. The text 'Stamps 4' is overlaid in the center in a black, hand-drawn font.

Stamps 4

Editorial : blackyuki

問題概要

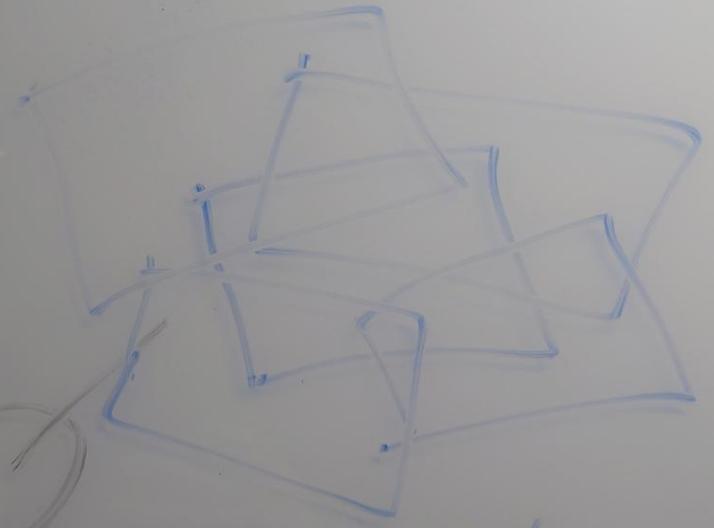
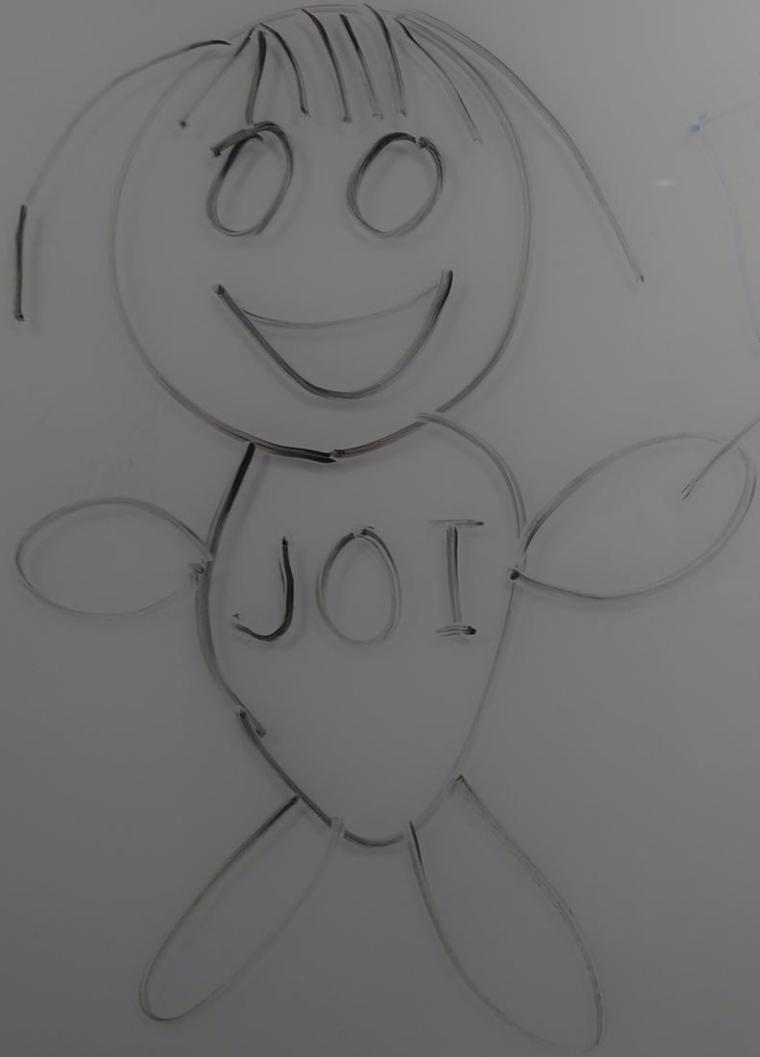
JOI 君がたくさんのスタンプカードを持ってスタンプラリーに参加する



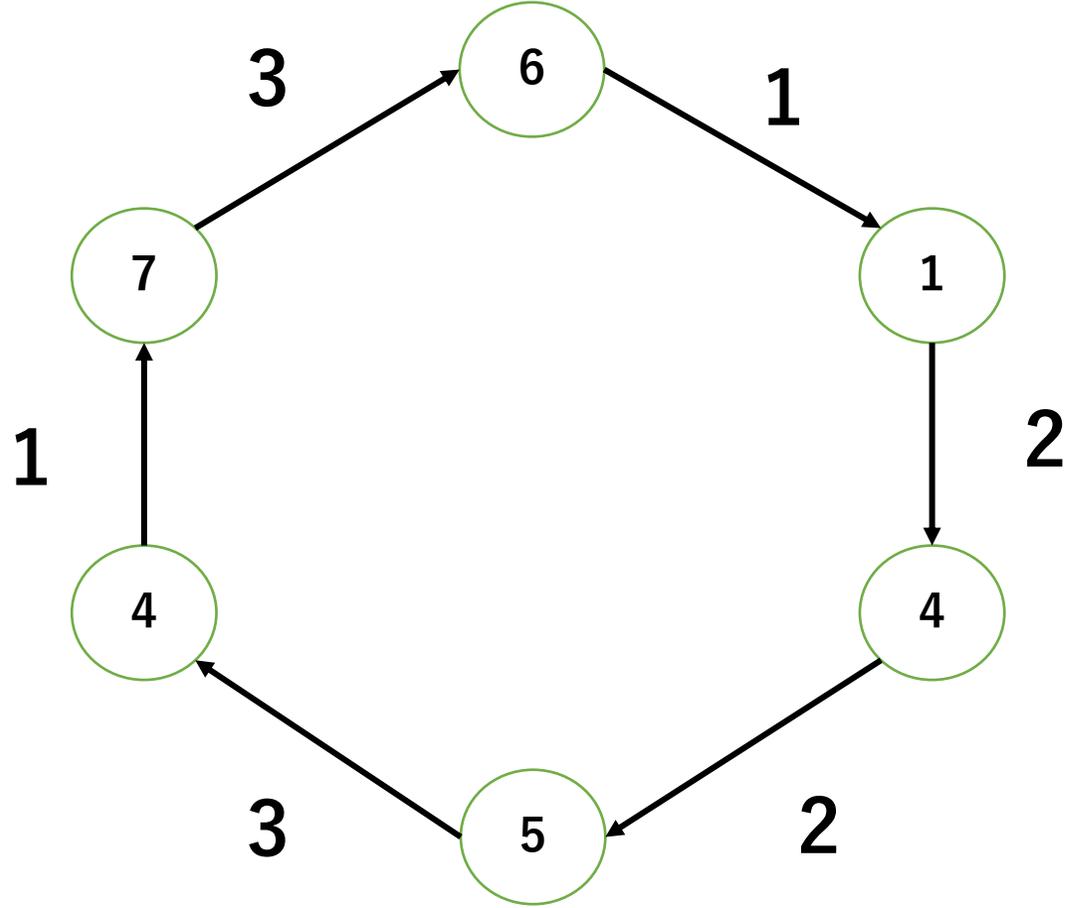
勇者ビ太郎

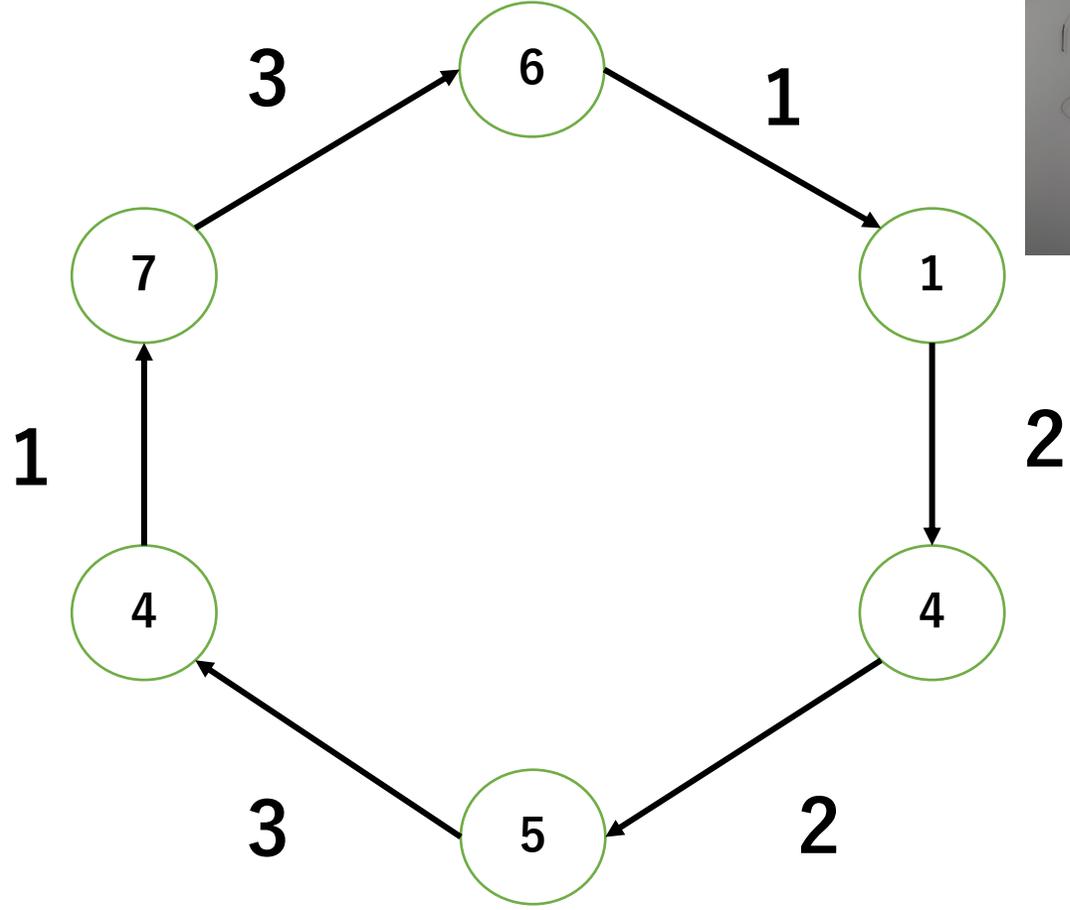
絵: yuto1115

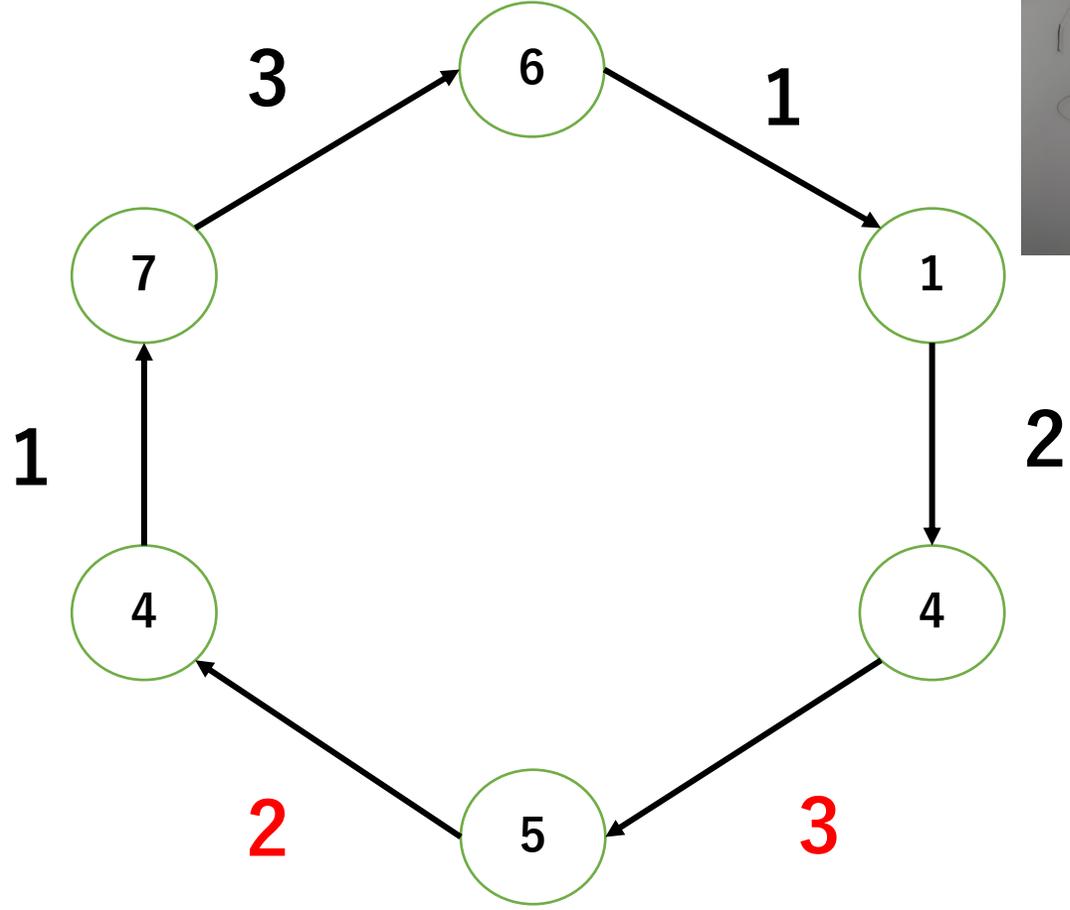


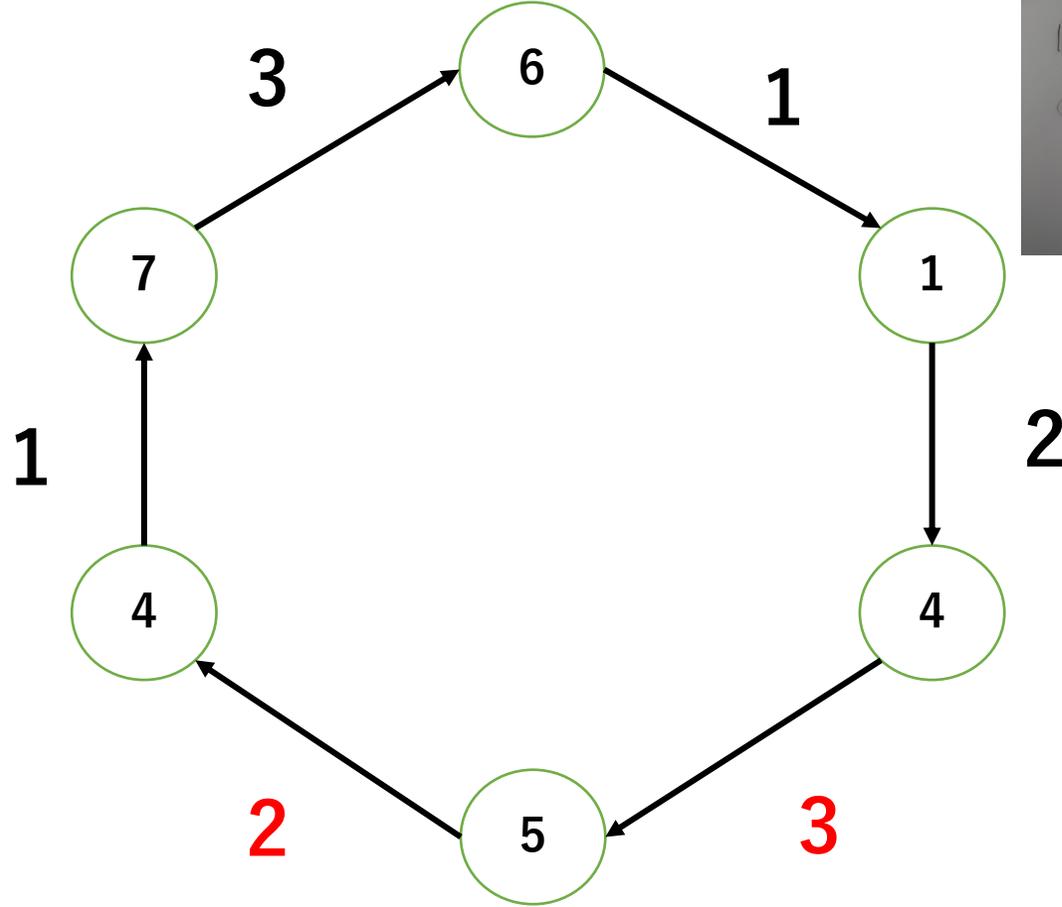


スタンプカード

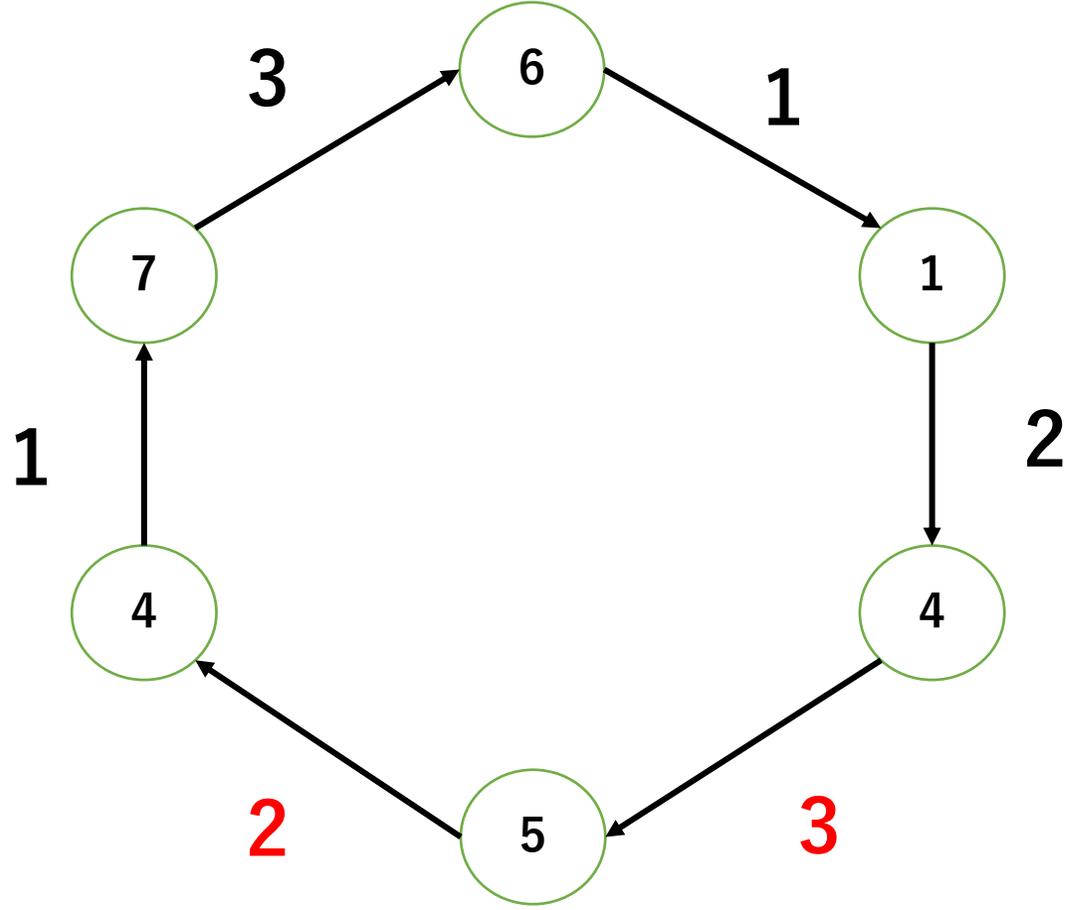


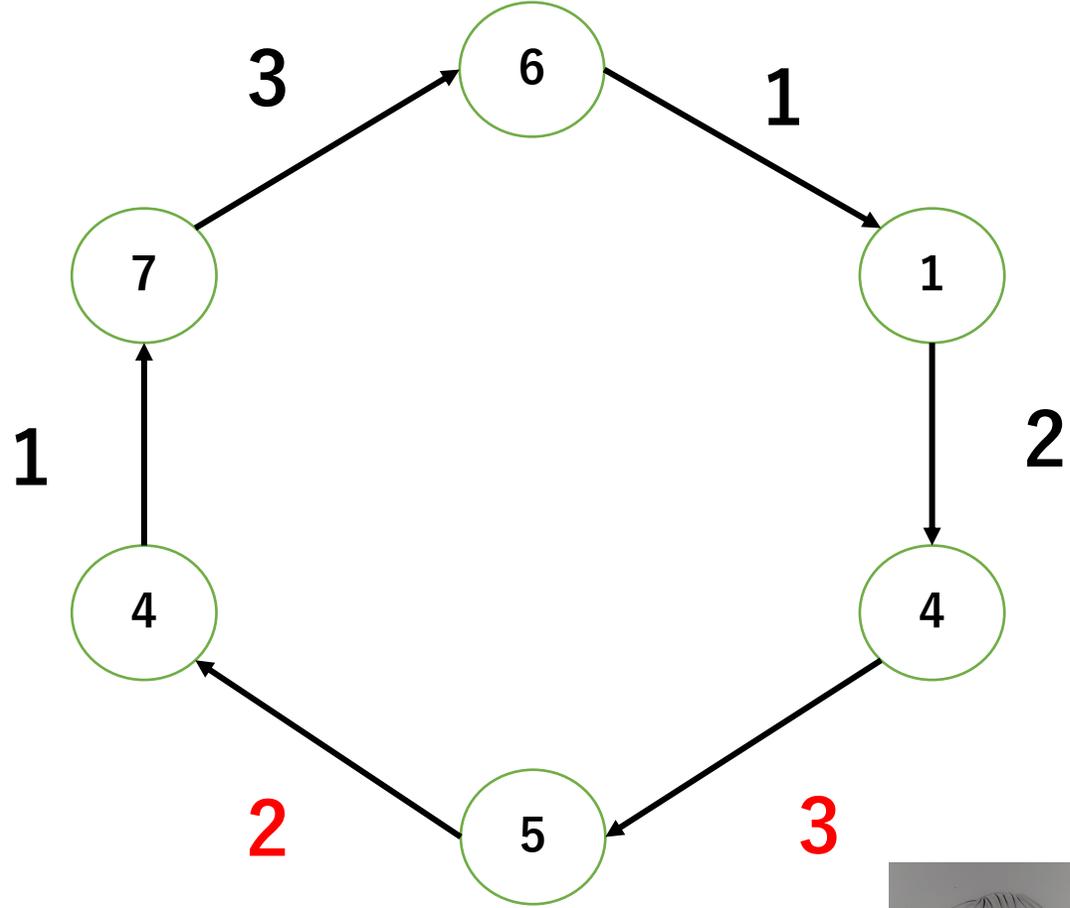


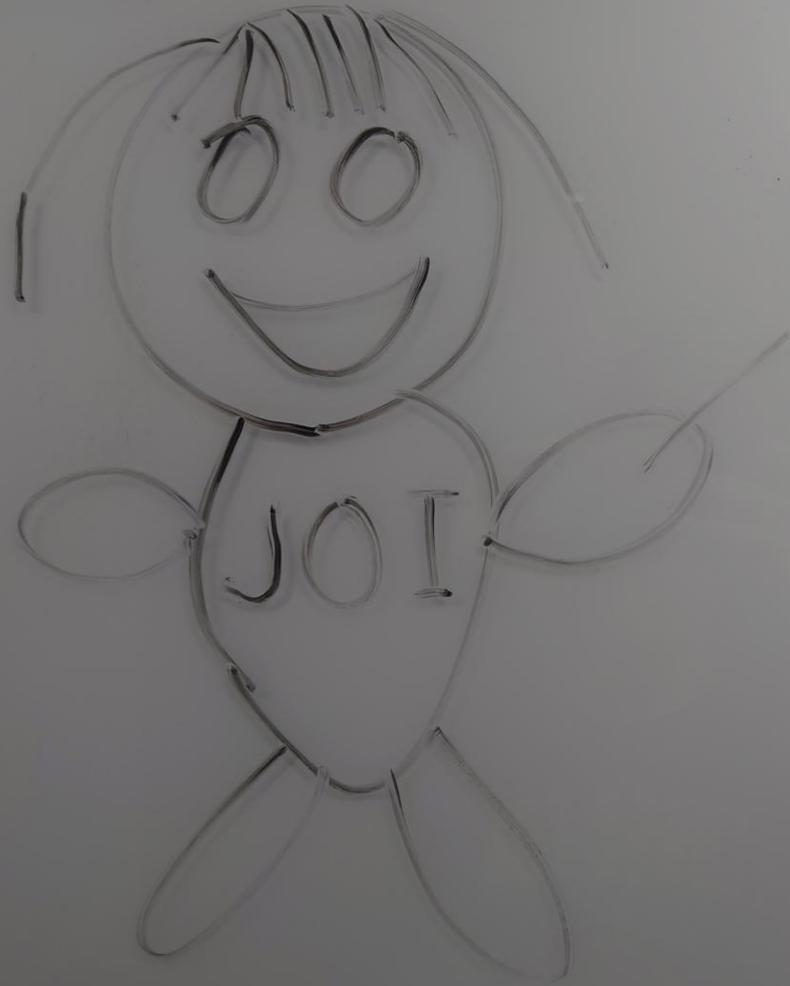


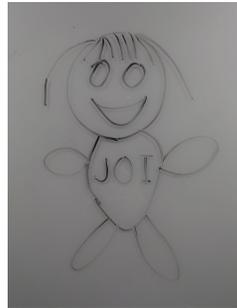
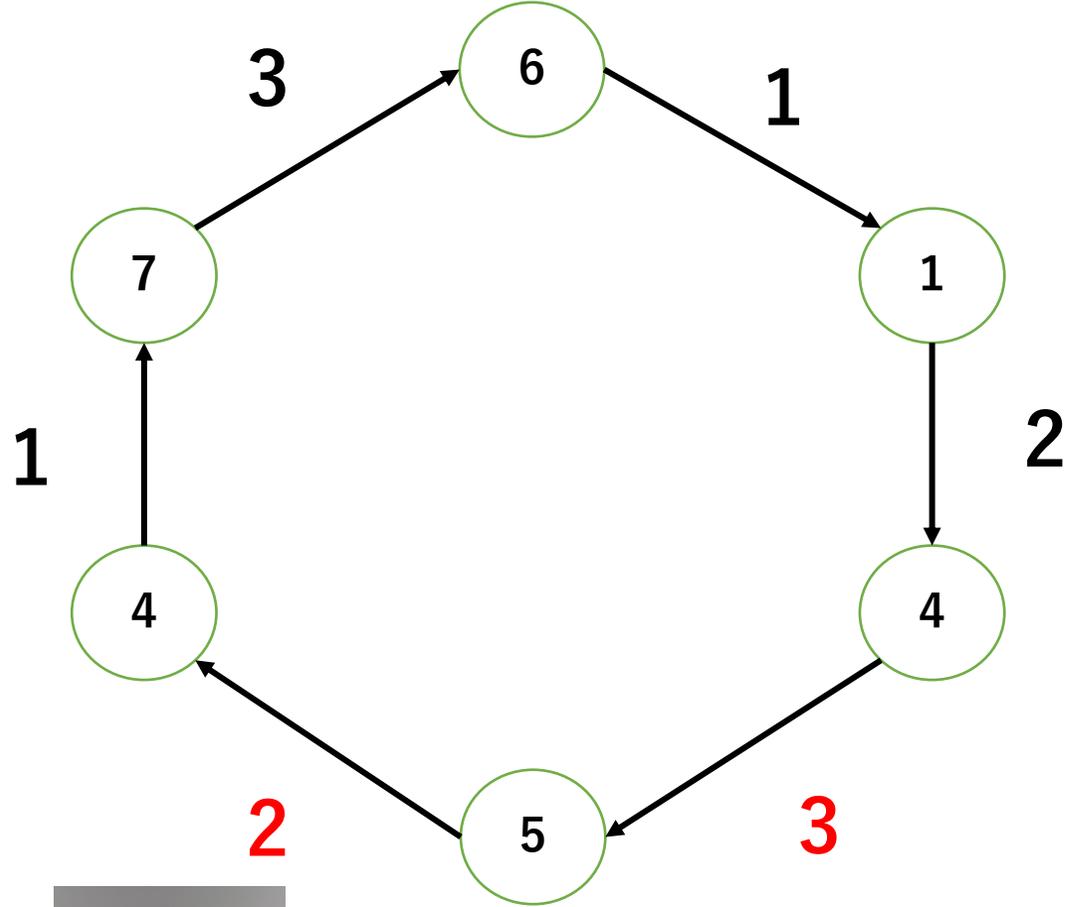


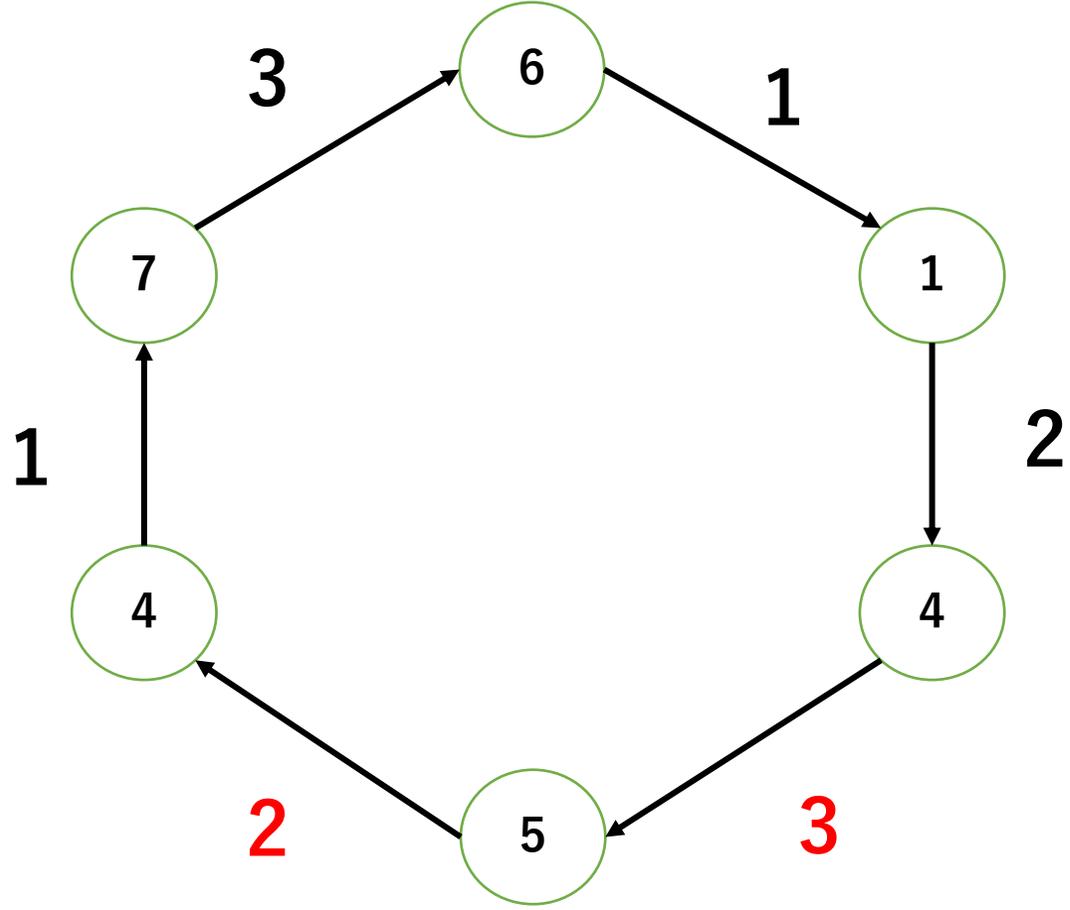
欲しいカード : (3, 1)

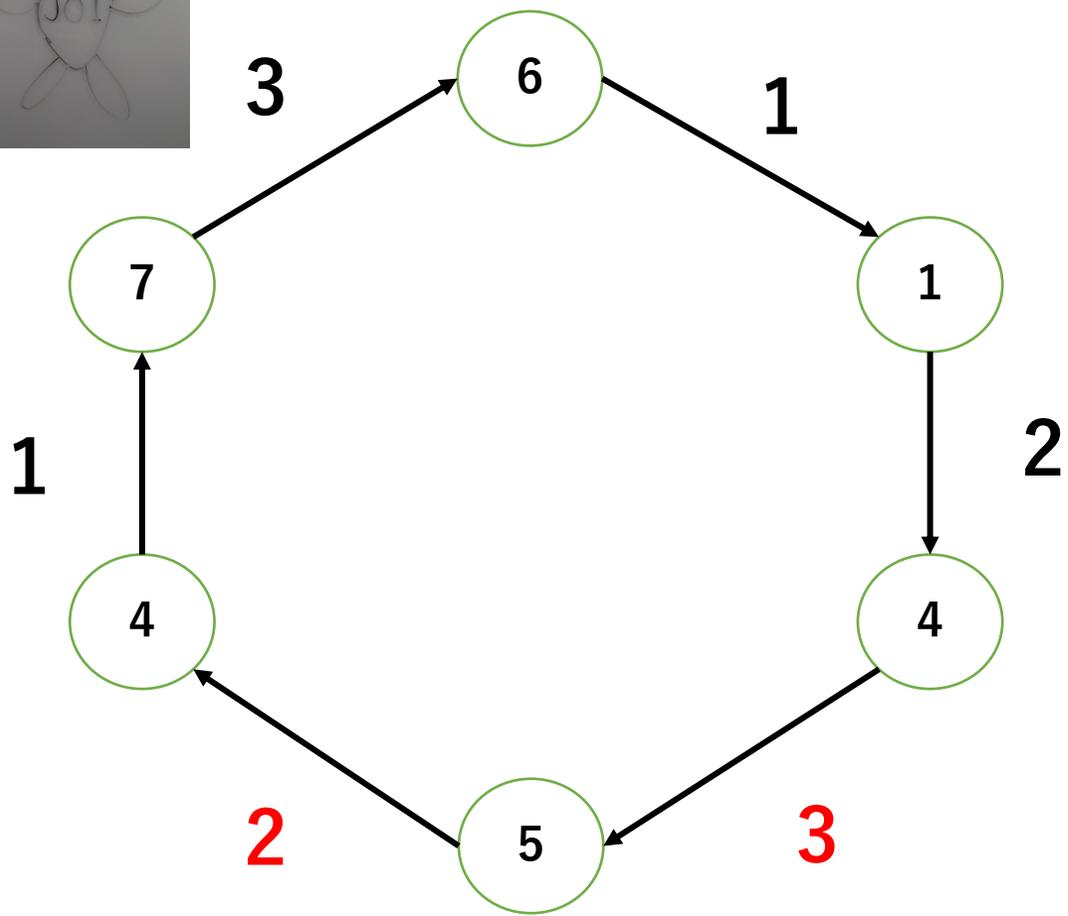


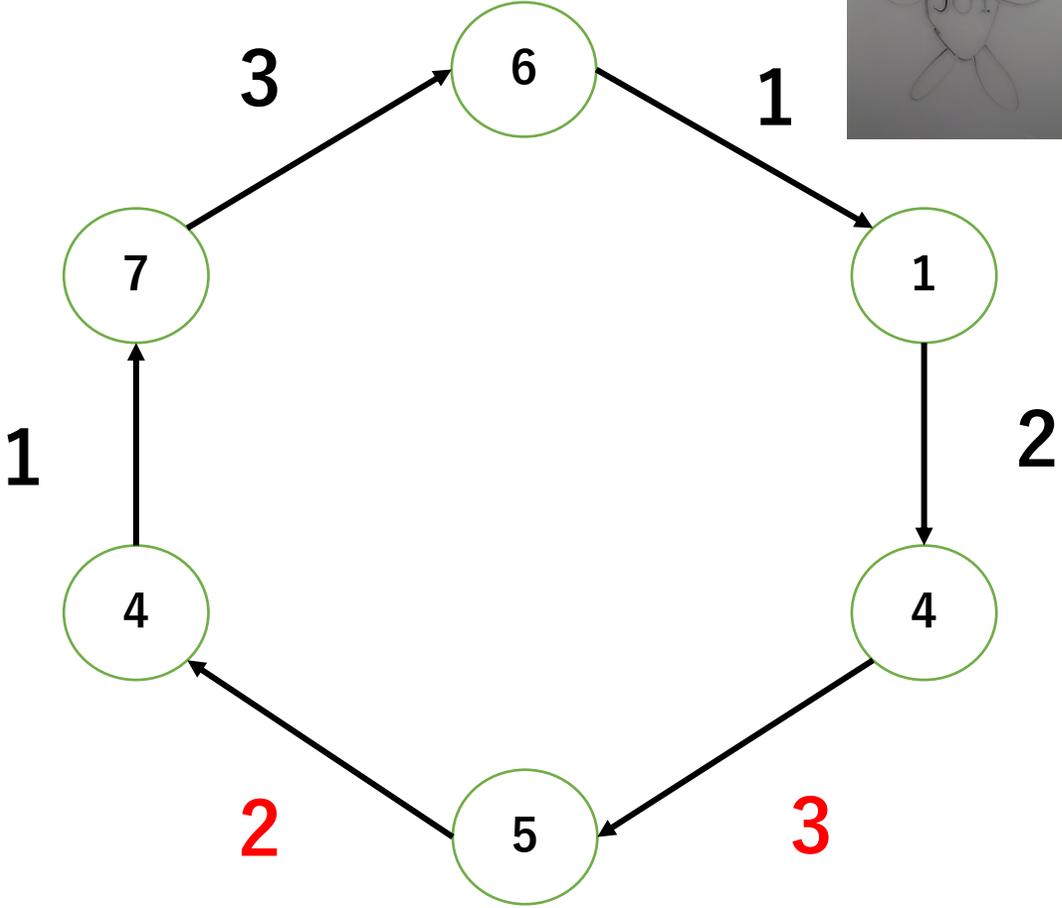
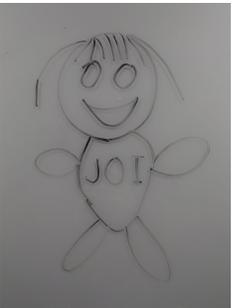


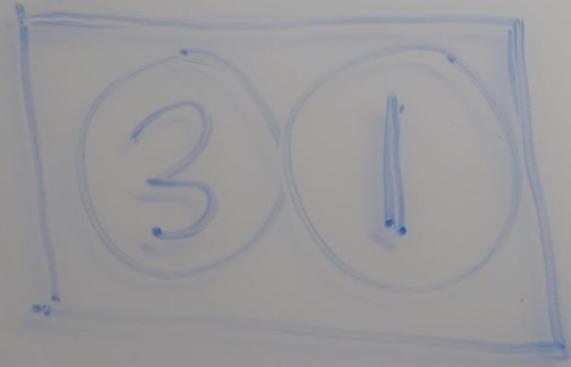
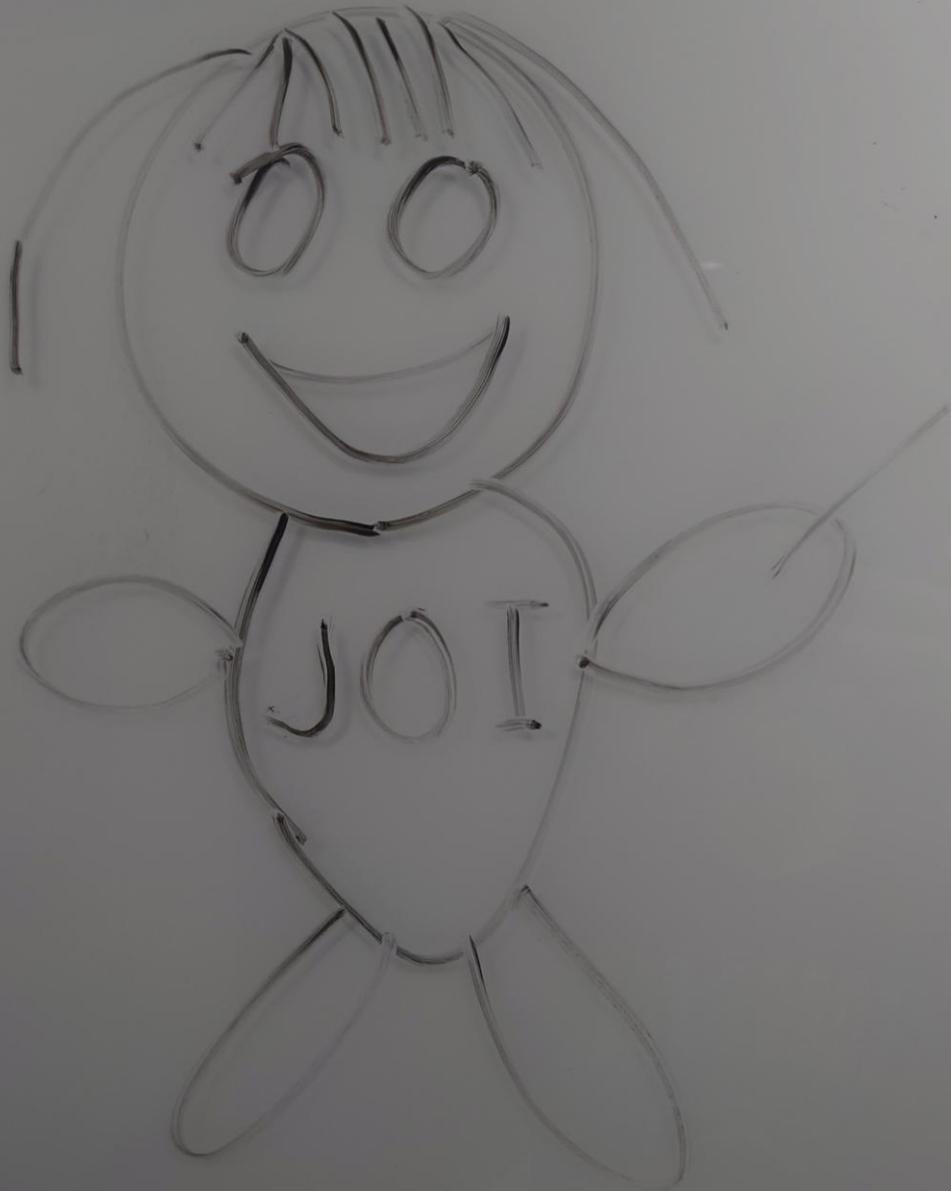


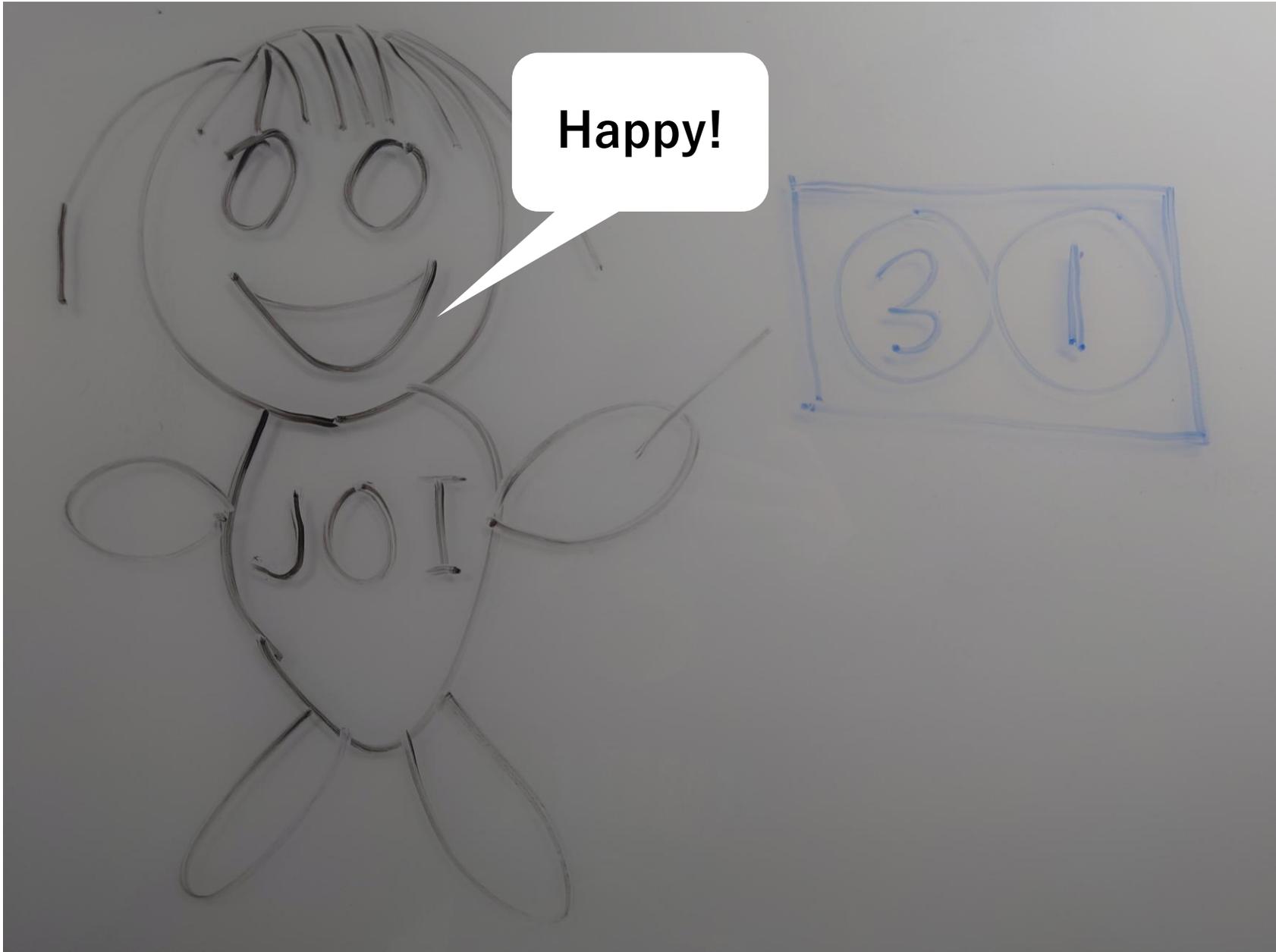












問題概要

- $(1,1,2,2,\dots,N,N)$ の並び替え A が与えられる。
- A を何度か cyclic shift させる。
- 次に A の隣接する 2 要素を何度かスワップする。
- A の長さ 2 の部分列の種類数を K 以上にするのに必要なコストは？
- Q 個のクエリに答えよ (クエリごとに K が与えられる)

小課題 1

$N \leq 4$

全探索！

小課題 2

$N \leq 5000$, $Q = 1$, $K = N^2$

気づき

- cyclic shift & swap 後の文字列を考える
- スタンプカード (a,b) と (b,a) が両方得られるのはどんな時？
- ‘abab’, ‘abba’, ‘baab’, ‘baba’ の順に登場するとき
- つまり、 N^2 通り全ての部分列が得られるような文字列というのは…？

気づき

[(1,2, ..., N) の並び替え] [(1,2, ..., N) の並び替え]

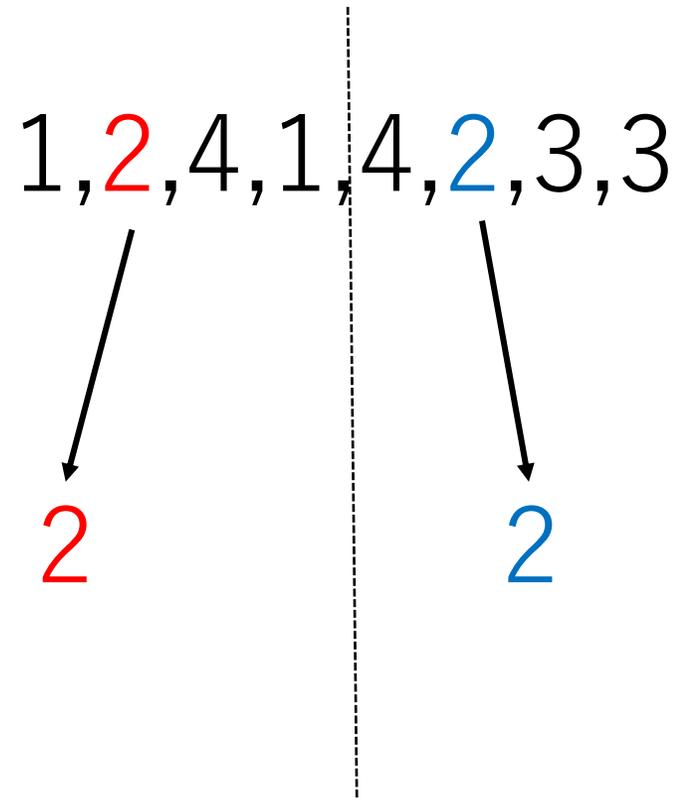
気づき

- ・ スワップの最小回数は？

1,2,4,1,4,2,3,3

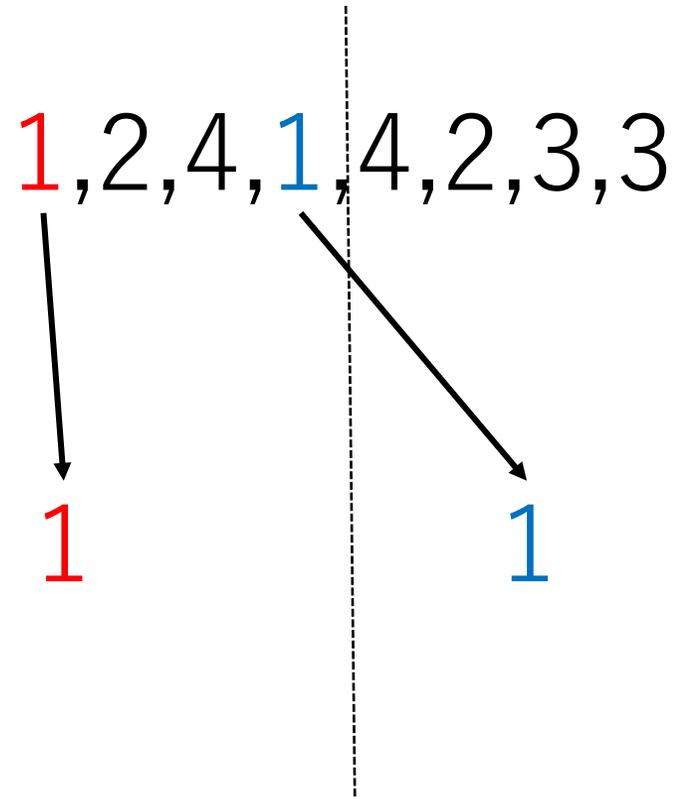
気づき

- ・ スワップの最小回数は？



気づき

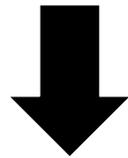
- ・ スワップの最小回数は？



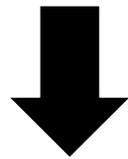
気づき

- 各文字について、最初の登場をX、最後の登場をYとする

1,2,4,1,4,2,3,3



XXXXYYXY



XXXXXYYYY

01 転倒数！

小課題 2

- 円環の始点を決めると $O(N)$ で解ける

→ 全体 $O(N^2)$ で小課題 2 AC

小課題 3

$N \leq 5000, Q = 1$

小課題 3

- 先ほど同様、円環の始点を決め打つ

1,2,4,1,4,2,3,3

- 集めれないカードはどれ？

(1,4),(4,1) -> '1414'なので両方 OK

(1,3),(3,1) -> '1133'なので片方 NG

小課題 3

- いけるパターン：XXYY
- ダメなパターン：XYXY

小課題 3

つまり・・・

部分列の種類数は「 $N^2 - (\text{XY列の転倒数})$ 」である

1回のスワップでXY列の転倒数をちょうど1だけ減らせる

必要なスワップ回数は「 $\max(0, K - (N^2 - (\text{XY列の転倒数})))$ 」

小課題 3

- 前処理 $O(N^2)$ + クエリあたり $O(N)$

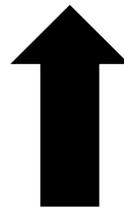
→ 全体 $O(N^2+QN)$ で小課題 3 AC

小課題 4

$N \leq 5000$

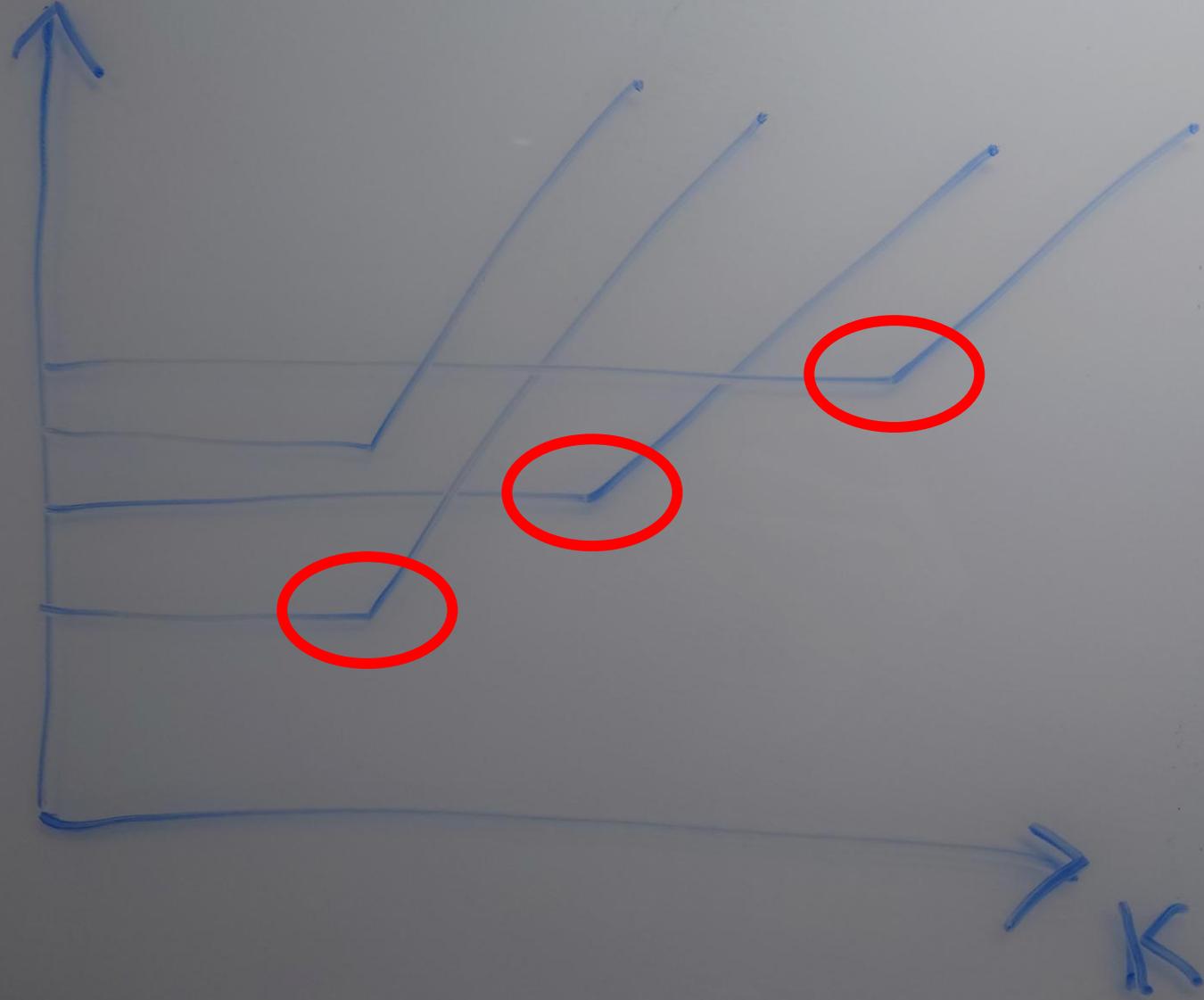
小課題 3 (再掲)

- 前処理 $O(N^2)$ + クエリあたり $O(N)$



ここをなんとかしたい!

コスト



小課題 4

- 最小値をとりうる折れ線だけを管理、座標でソート
- 各クエリで自分に合った折れ線を探す（二分探索）
- あるいはクエリもソート→尺取り

小課題 4

- 前処理 $O(N^2)$ + クエリあたり $O(\log N)$

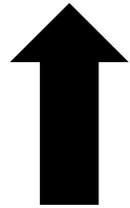
→ 全体 $O(N^2 + Q \log N)$ で小課題 4 AC

小課題 5

Q=1

小課題 3 (再掲)

- 前処理 $O(N^2)$ + クエリあたり $O(N)$



ここをなんとかしたい!

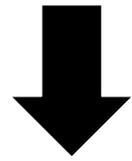
小課題 5

- ・今までは始点ごとに独立に XY 転倒数を求めていた

→いい感じに使い回せないか？

小課題 5

1, 2, 4, 1, 4, 2, 3, 3



niteru

2, 4, 1, 4, 2, 3, 3, 1

小課題 5

- 差分が区間和で表せる

→BIT の一点更新区間和取得で十分

小課題 5

- 前処理パートが $O(N\log N)$

→全体 $O(N\log N + QN)$ で小課題 5 AC !

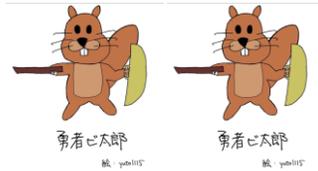
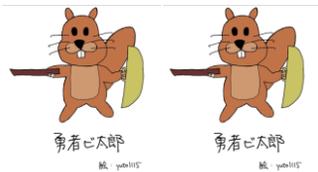
小課題 6

追加の制約なし

小課題4と小課題5の解法を組み合わせます

AC !

得点分布



100点



85点



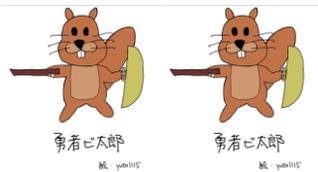
64点



25点



20点



100点



85点



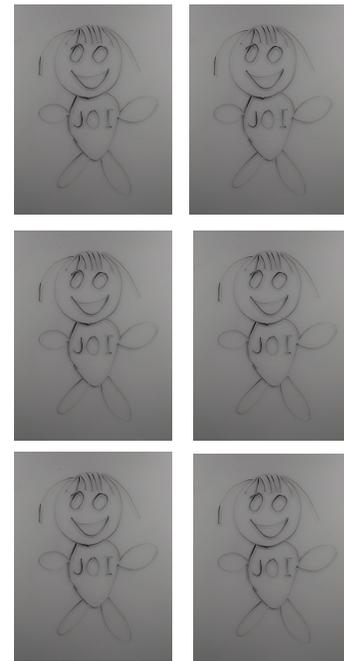
64点



25点



20点



0点