

Multi-Communication 解説

ynymxiaolongbao

暇な人向け

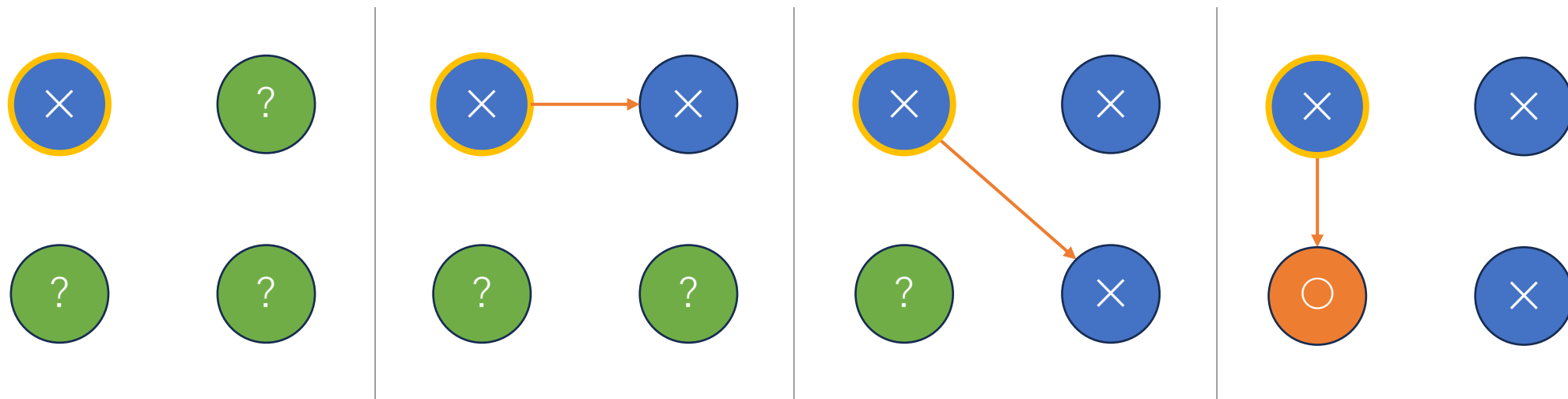
- 秘密の非負整数 x, y があり、Aliceは $(x, \lfloor \frac{y}{2} \rfloor)$ Bobは $(\lfloor \frac{x}{2} \rfloor, y)$ を伝えられる。この枠組みは二人とも知っている。
- 以下をすべて満たすような (x, y) ($x + y \leq 3$) をすべて挙げよ
- $x + y \leq 3$ であることを、二人とも知っている
- $x + y \leq 3$ であることを、二人とも知っていることを、二人とも知っている
- $x + y \leq 3$ であることを、二人とも知っていることを、二人とも知っていることを、二人とも知っている
- ...

問題概要

問題概要

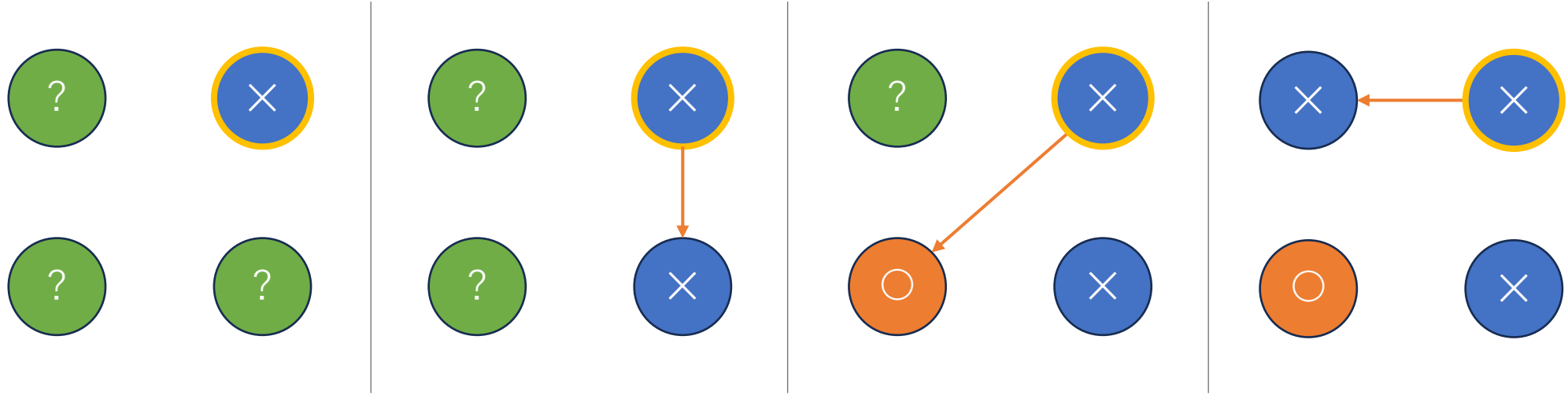
- N 人の人がいて、その中から一人、親が選ばれる。
 - 最初、各人は、自分が親かどうかだけ知っている。
 - L ターン行う。各ターンで、各人は、ボードに○か×を書き、別の人一人を指定してその人のボードを見ることができる。
 - 最後に、各人が、誰が親か答える。
-
- できるだけ小さいターン数 L で目標を達成せよ。

9点($N = 4, L = 3$)



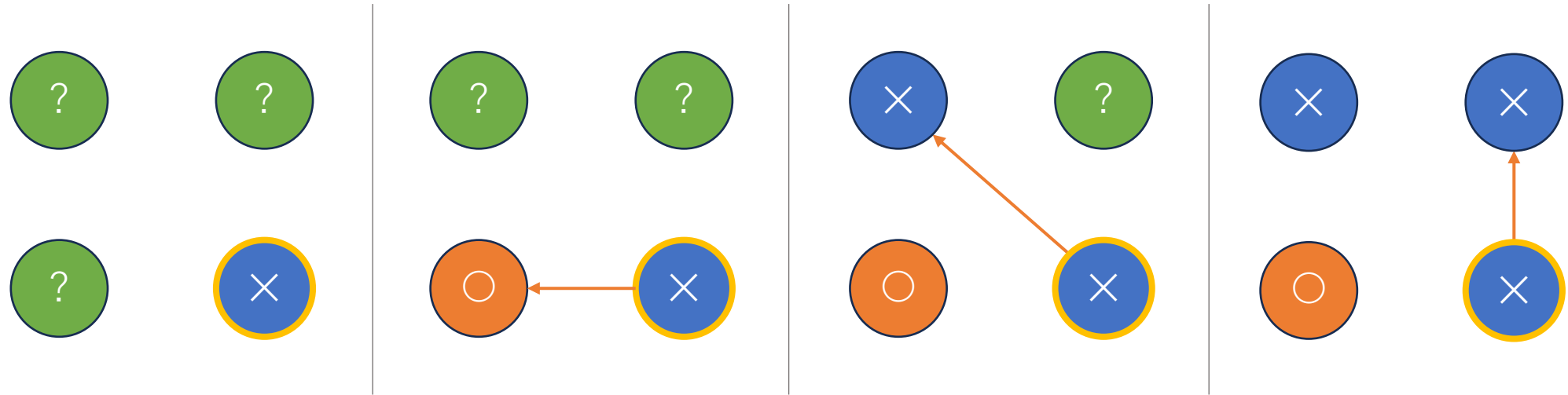
- ボードに書く文字 … 親は○，子は×を書く
- 見る人 … 自分以外の $N-1$ 人を順番に見る
- 自分含む N 人全員の○×が分かる ○を書いていた人が親

9点($N = 4, L = 3$)



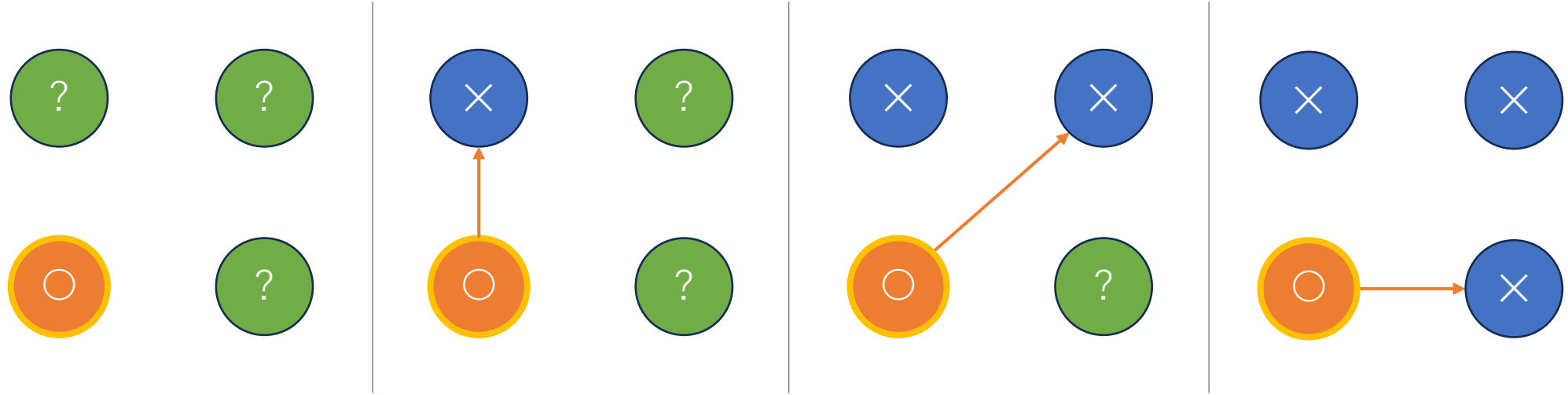
- ボードに書く文字 … 親は○，子は×を書く
- 見る人 … 自分以外の $N-1$ 人を順番に見る
- 自分含む N 人全員の○×が分かる ○を書いていた人が親

9点($N = 4, L = 3$)



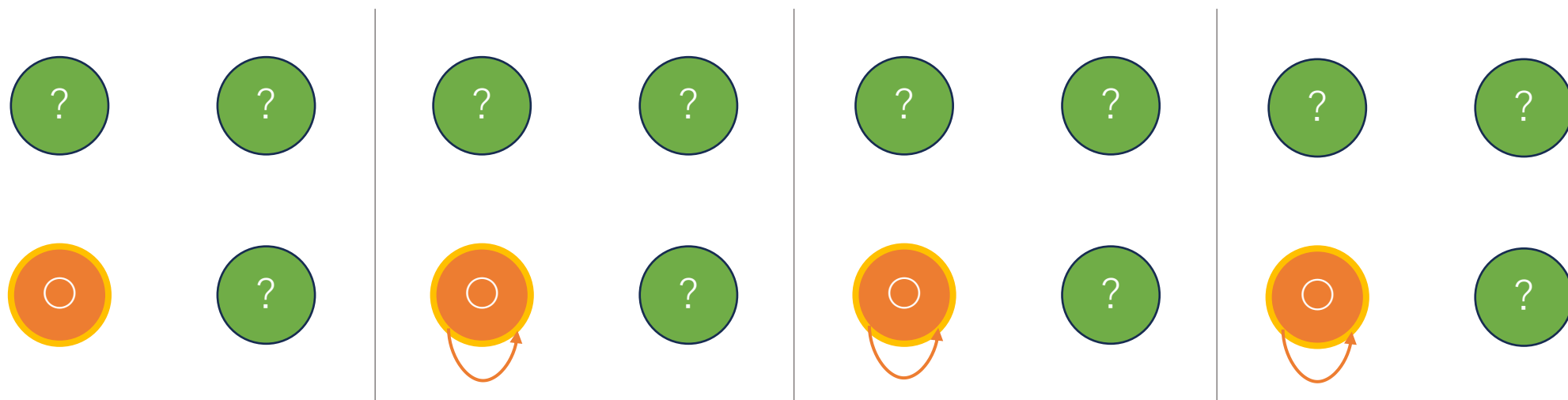
- ボードに書く文字 … 親は○，子は×を書く
- 見る人 … 自分以外の $N-1$ 人を順番に見る
- 自分含む N 人全員の○×が分かる ○を書いていた人が親

9点($N = 4, L = 3$)



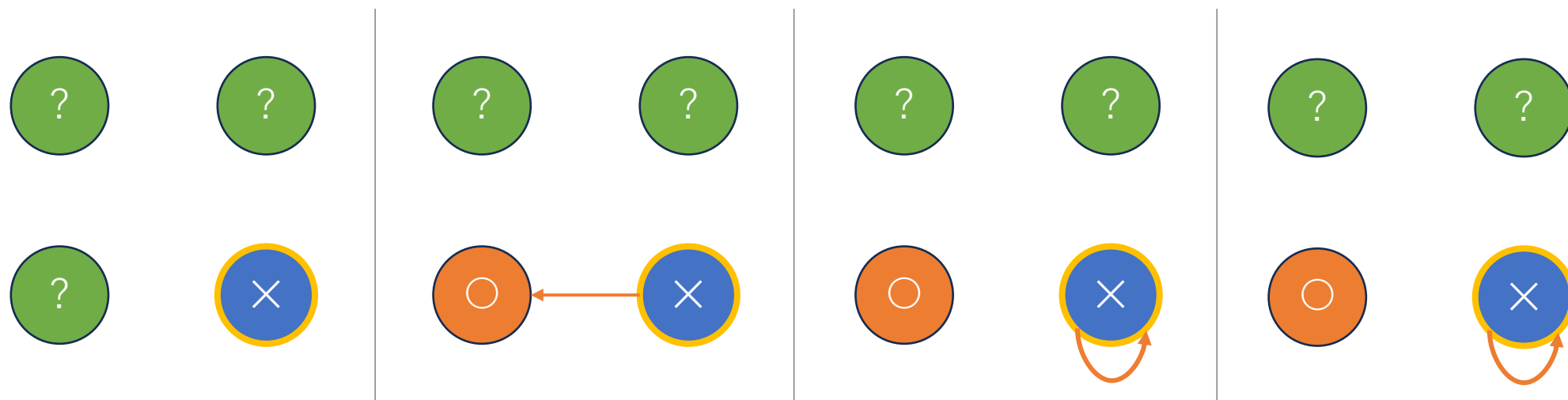
- ボードに書く文字 … 親は○，子は×を書く
- 見る人 … 自分以外の $N-1$ 人を順番に見る
- 自分含む N 人全員の○×が分かる ○を書いていた人が親

9点($N = 4, L = 3$) 補足



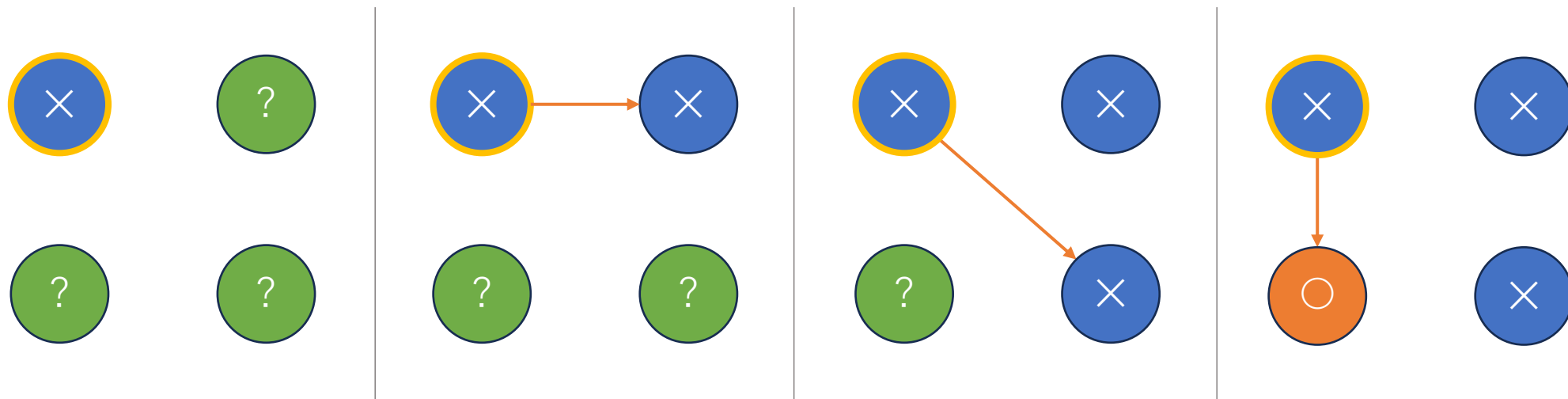
- $N-1$ 人全員を見るのではなく、「○を見つけたらその後は適当」でもよい
- この小課題では不要だが、後の小課題で実装が楽になる

9点($N = 4, L = 3$) 補足



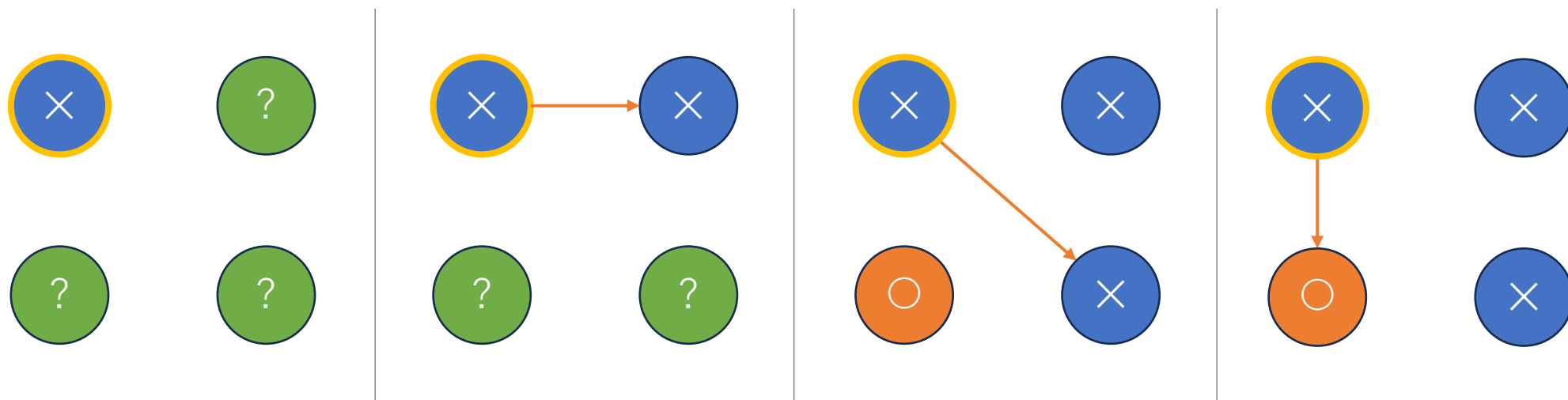
- $N-1$ 人全員を見るのではなく、「○を見つけたらその後は適当」でもよい
- この小課題では不要だが、後の小課題で実装が楽になる

16点($N = 4, L = 2$)



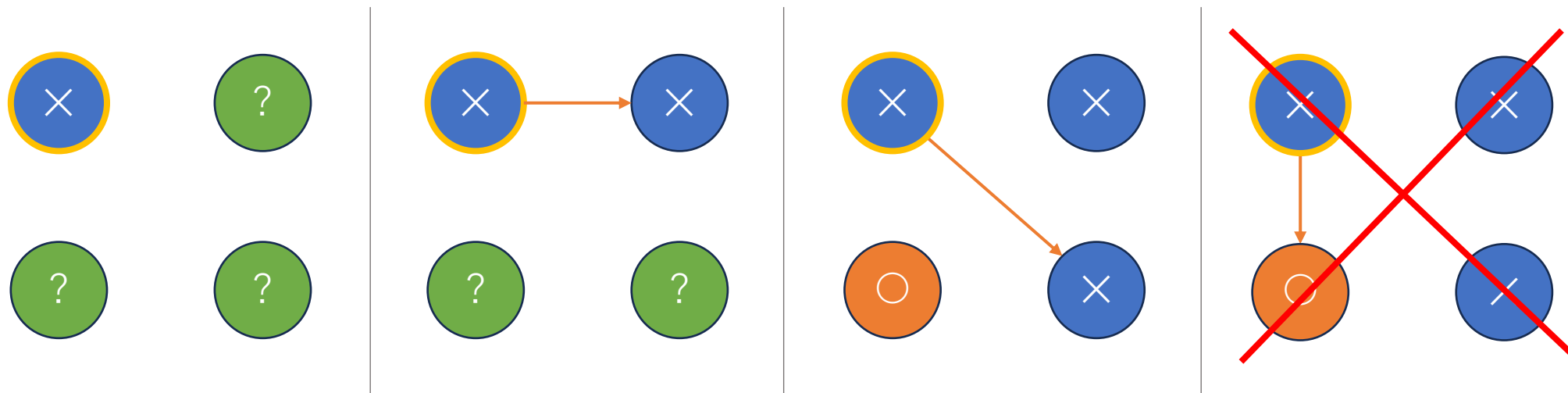
- $L = N - 1$ のときの戦略をしてみる

16点($N = 4, L = 2$)



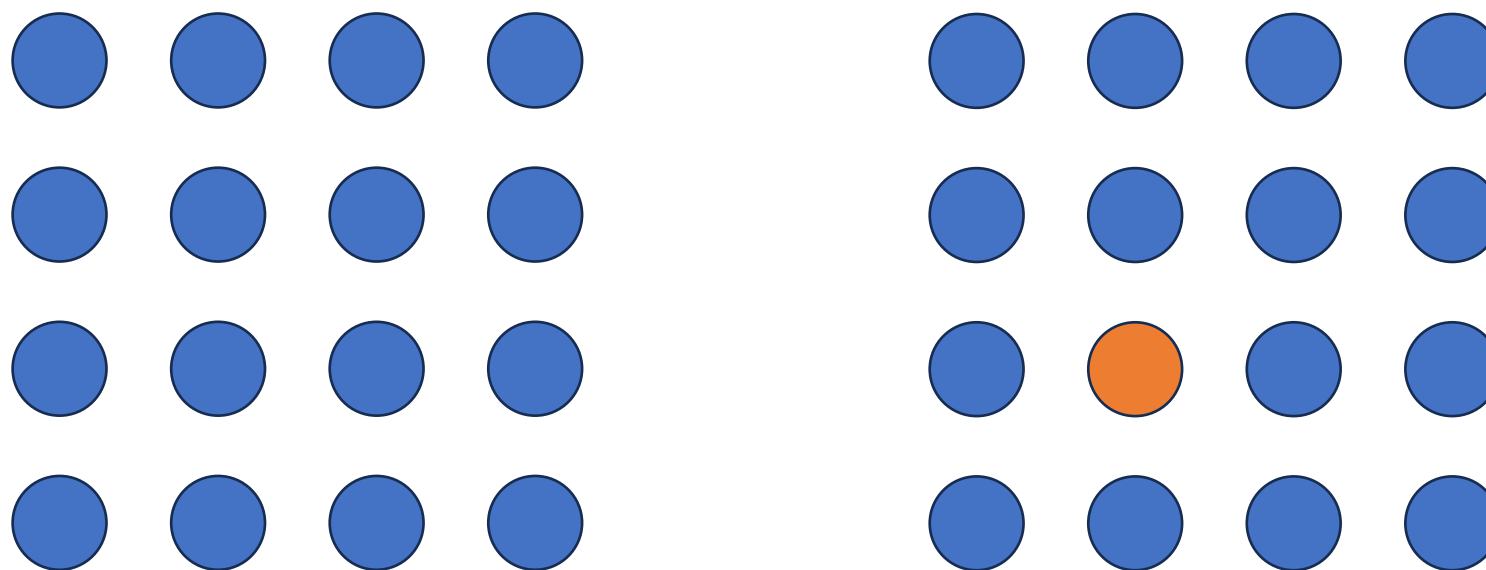
- $L = N - 1$ のときの戦略をしてみる
- 最後から2ターン目の時点で，消去法で全員の○×が分かる

16点($N = 4, L = 2$)



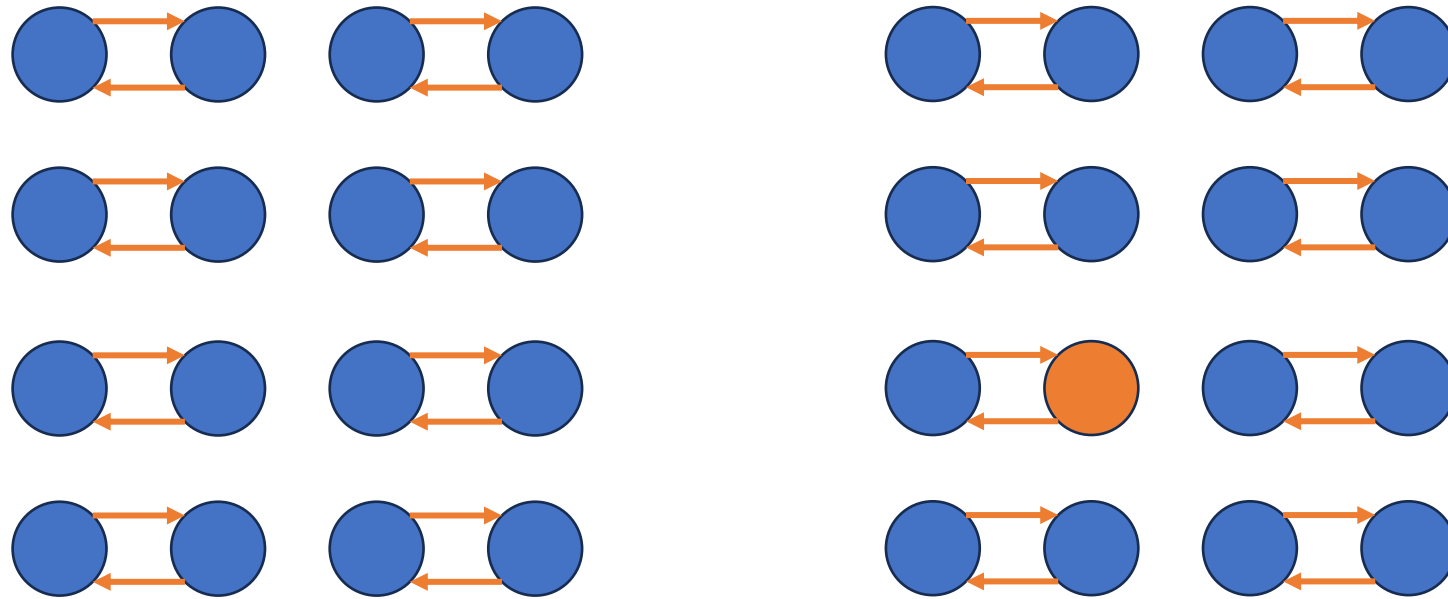
- $L = N - 1$ のときの戦略をしてみる
- 最後から2ターン目の時点で、消去法で全員の $\bigcirc$ $\times$ が分かる
- 最後のターンは無くても親 ($\bigcirc$) が誰か答えられる

40点($N = 32$, $L = 20$)



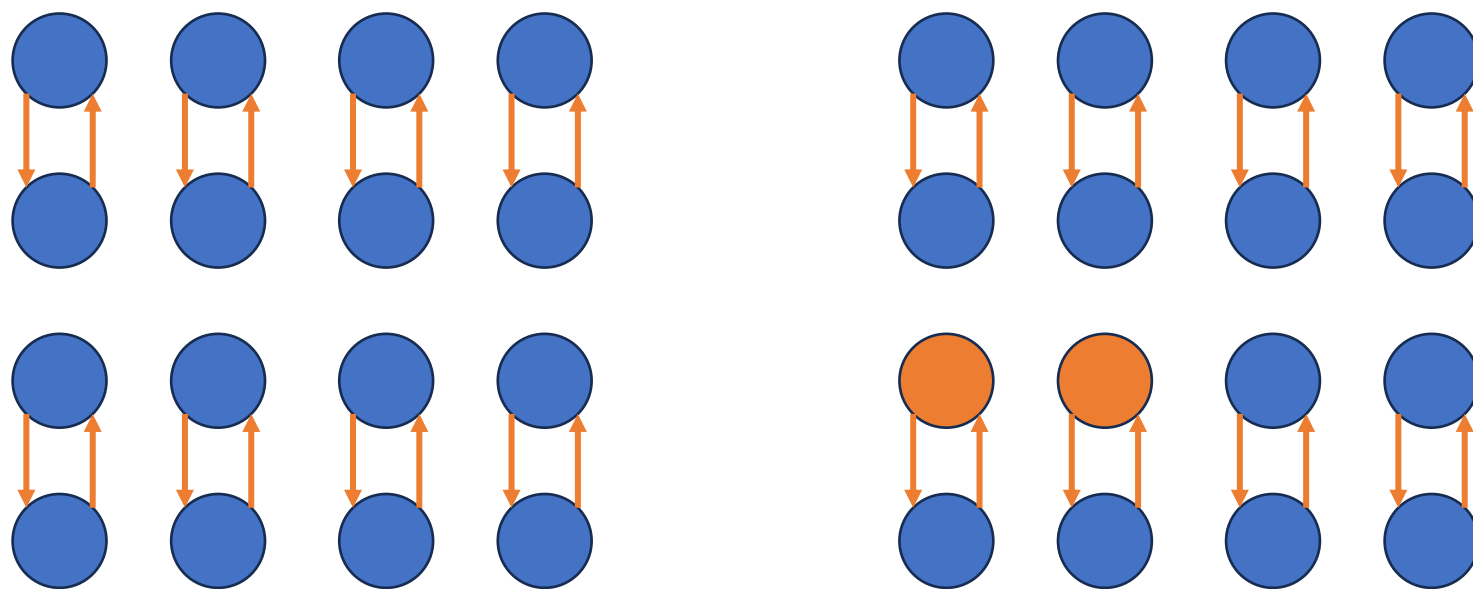
- N 人を、 $N/2$ 人ずつのグループに分ける
- 全員が、親がどちらのグループか分かるようにしたい

40点($N = 32, L = 20$)



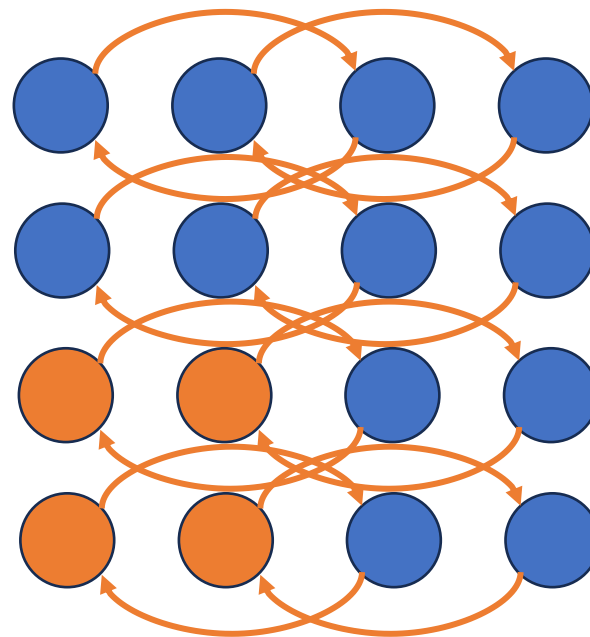
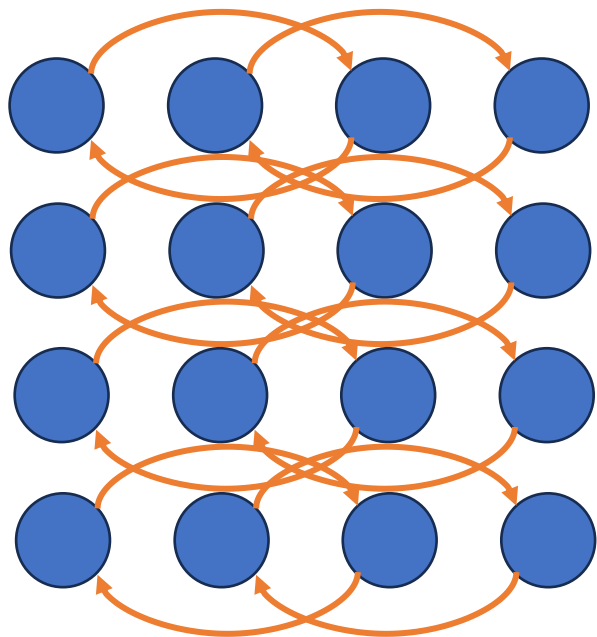
- 1, 2, 4, 8, 16人と、親が自分のグループにいることを知っている人を増やしていく

40点($N = 32, L = 20$)



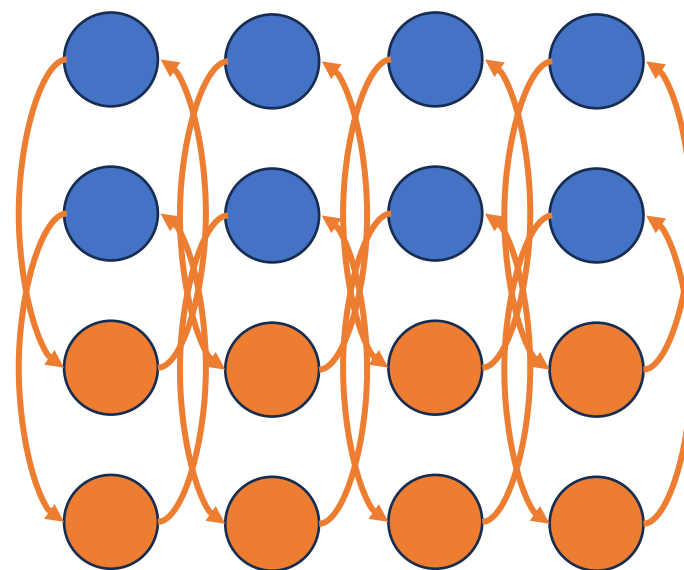
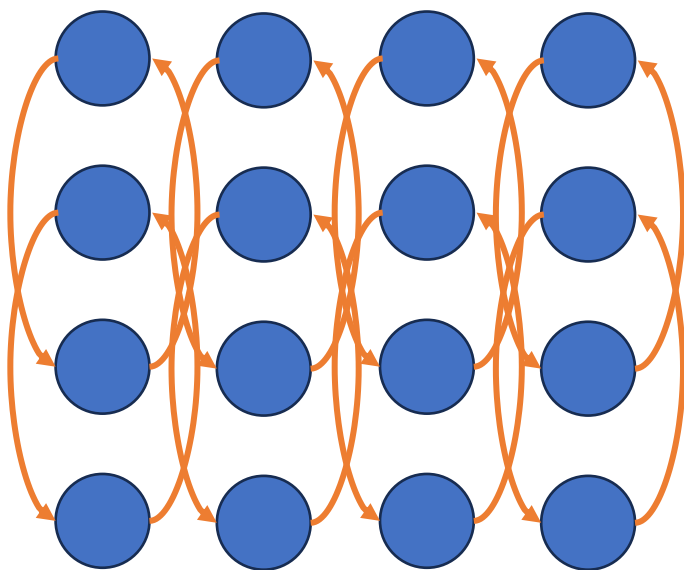
- 1, 2, 4, 8, 16人と、親が自分のグループにいることを知っている人を増やしていく

40点($N = 32, L = 20$)



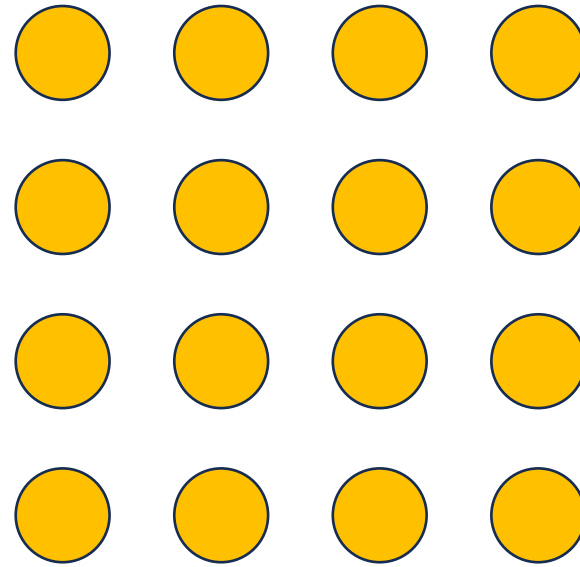
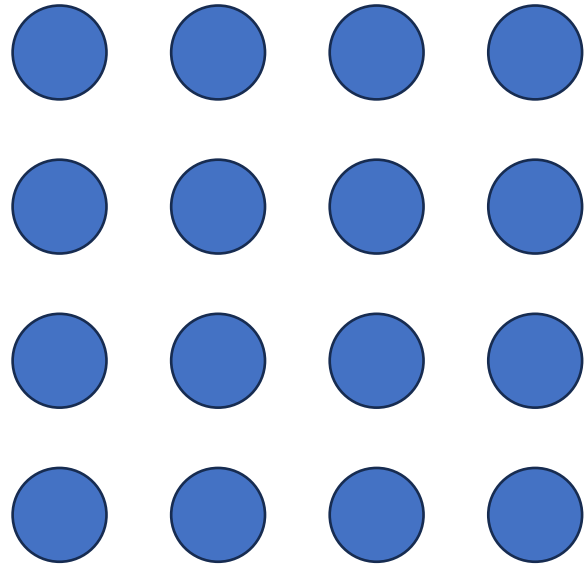
- 1, 2, 4, 8, 16人と、親が自分のグループにいることを知っている人を増やしていく

40点($N = 32, L = 20$)



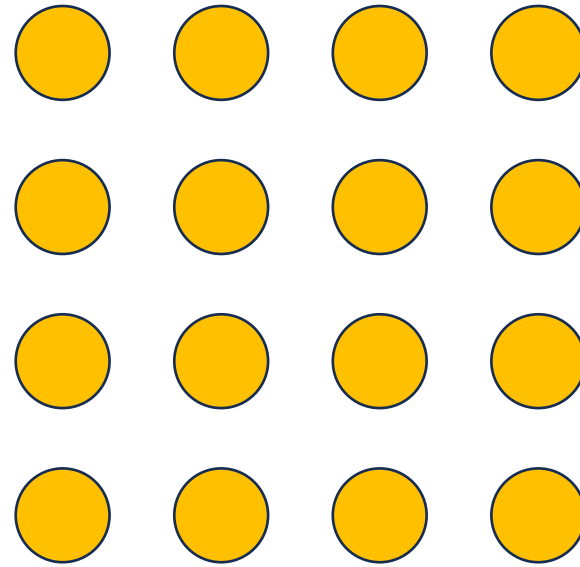
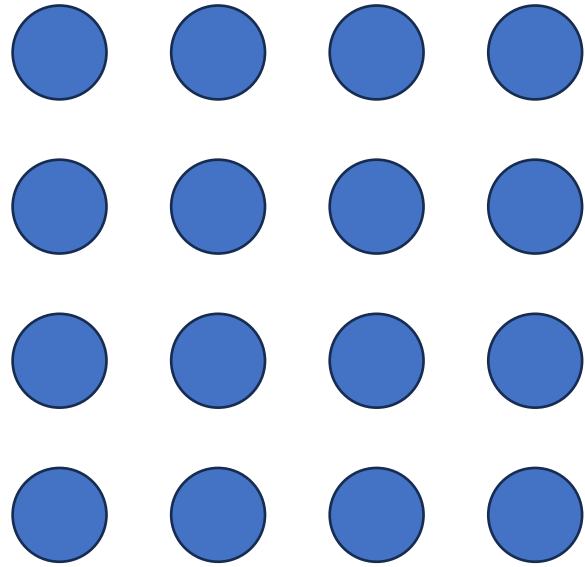
- 1, 2, 4, 8, 16人と、親が自分のグループにいることを知っている人を増やしていく

40点($N = 32, L = 20$)



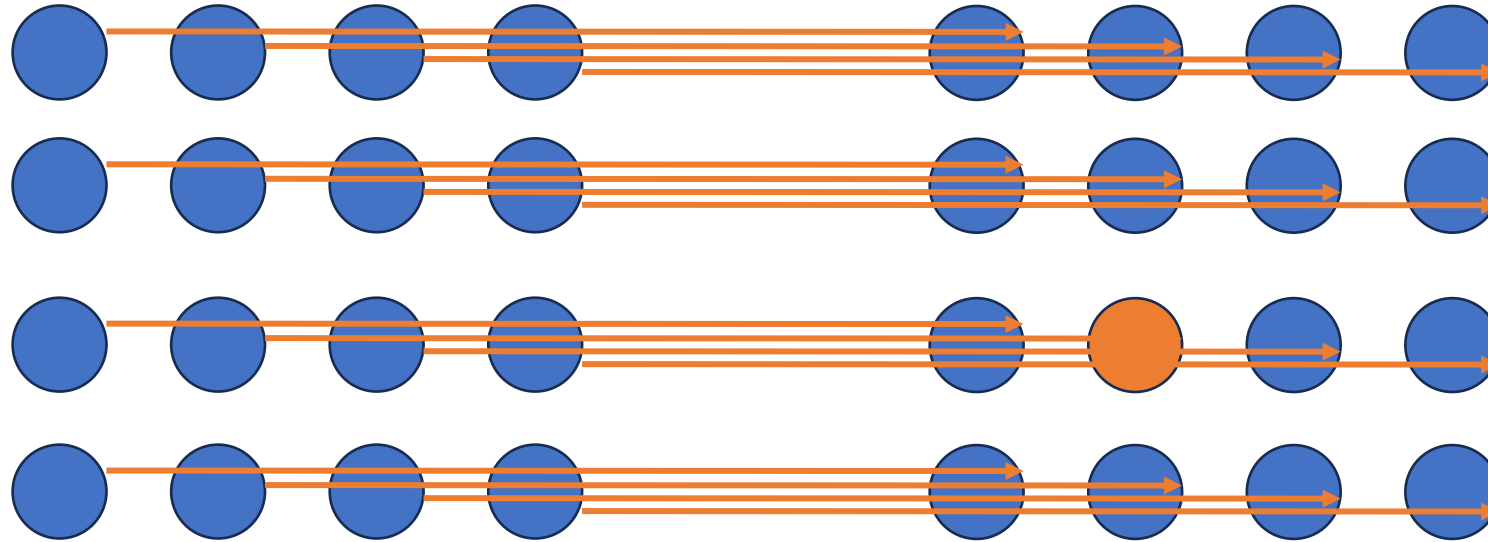
- 1, 2, 4, 8, 16人と、親が自分のグループにいることを知っている人を増やしていく
- $\log N - 1 (= 4)$ 回で、どちらに親がいるかが全員に共有された

40点($N = 32, L = 20$)



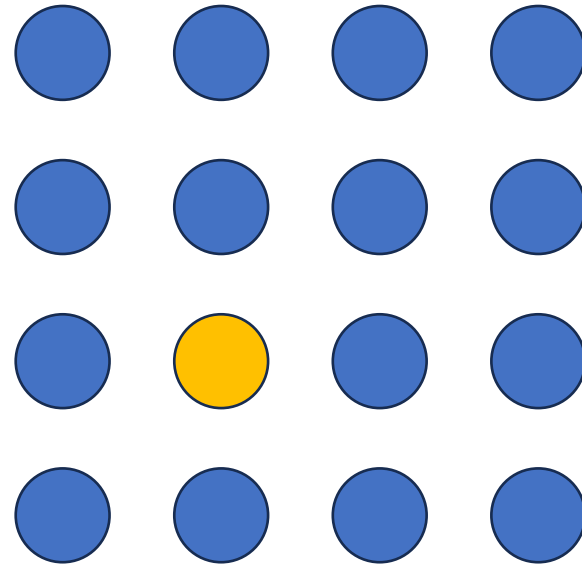
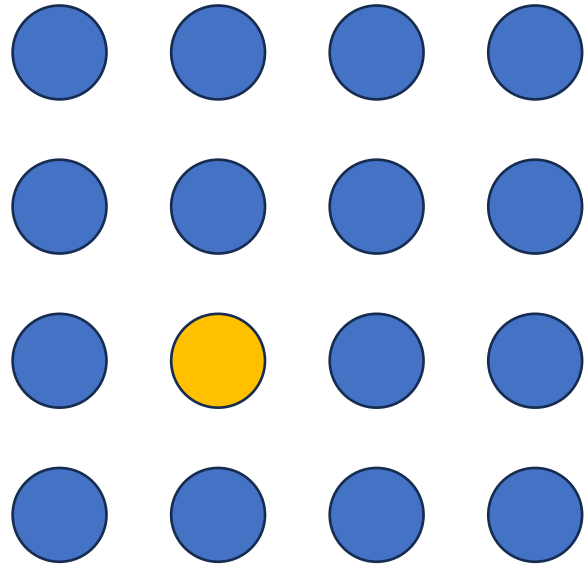
- 二進数で表したときのある桁の値(0か1か)でグループ分けし、どちらに親がいるか（親のその桁の値が0か1か）を全員で共有
- 各桁についてこれを行い、 $\log N * (\log N - 1) = 20$ ターン

58点($N = 32, L = 14$)



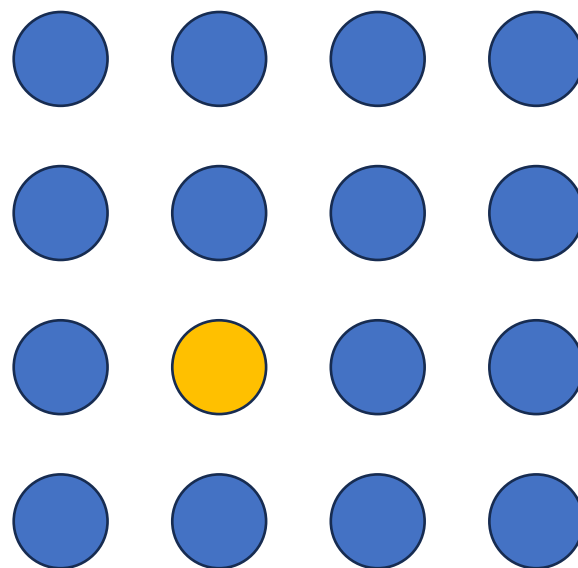
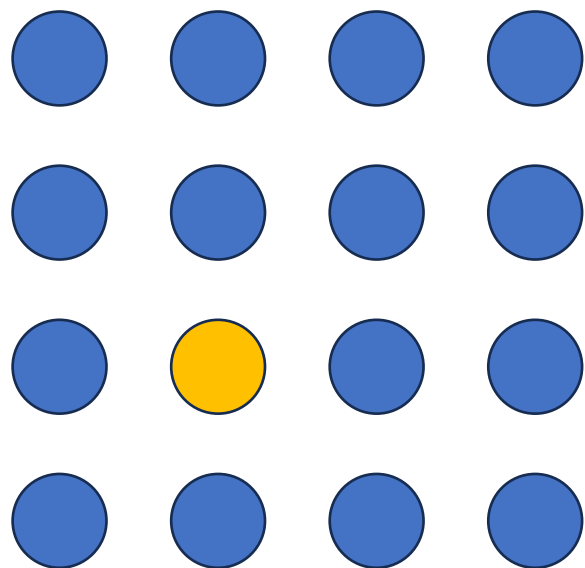
- 親の最上桁の値(0か1か)が分かった後、各人は自分の番号の最上桁を反転したら親の番号と同じになるか見る

58点($N = 32, L = 14$)



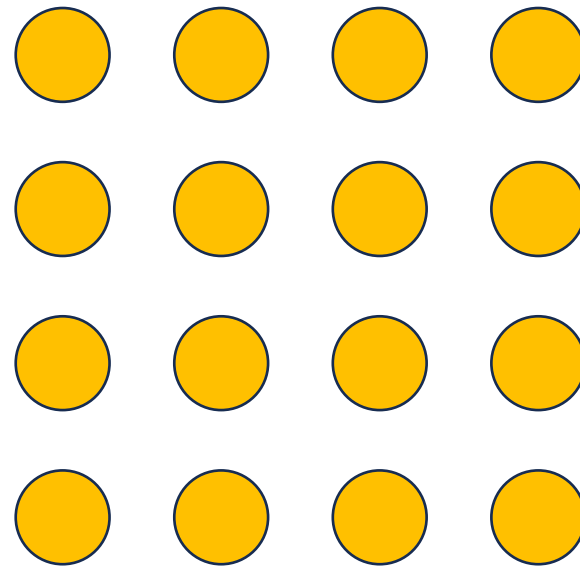
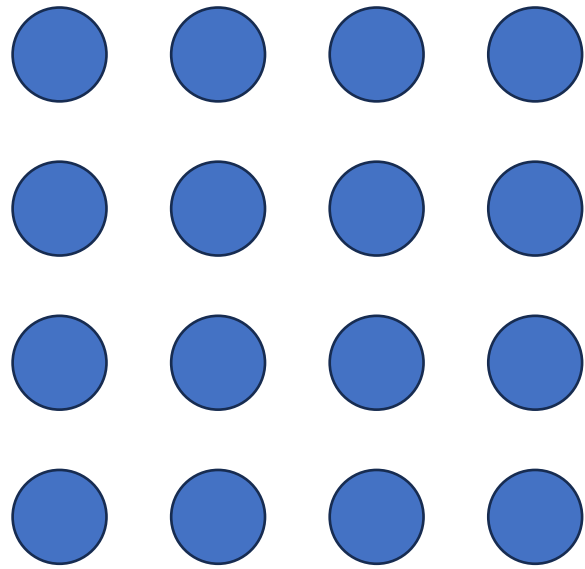
- 親の最上桁の値(0か1か)が分かった後、各人は自分の番号の最上桁を反転したら親の番号と同じになるか見る
- サイズが半分になった同じ問題二つに

58点($N = 32, L = 14$)



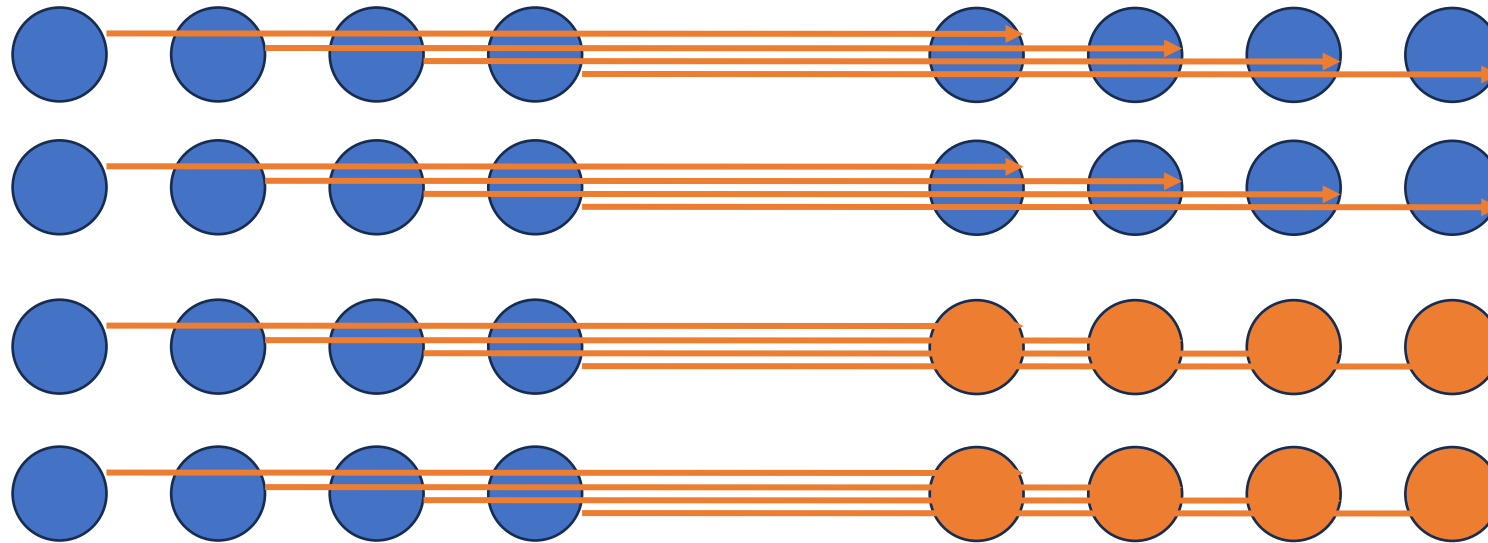
- $N = 2$ になるまで再帰
- $\log N + \dots + 3 + 2 = (\log N + 2) * (\log N - 1) / 2$ 回

76点($N = 32$, $L = 8$)



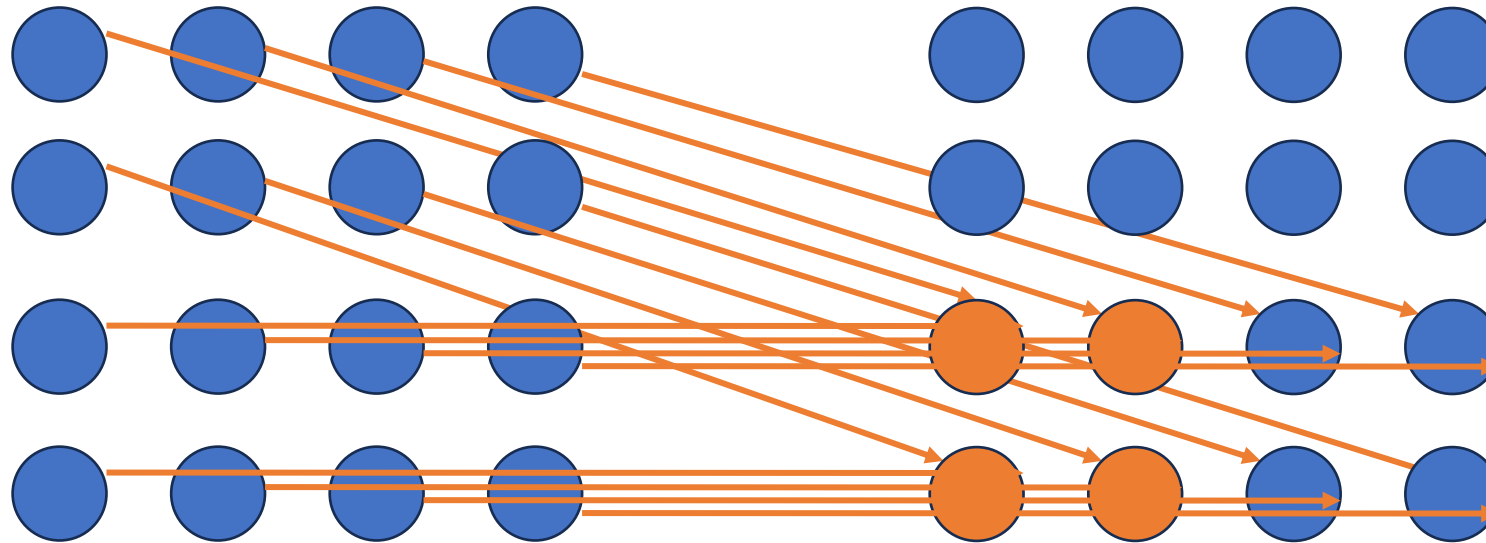
- 二つのグループに分かれた後、親がいるグループのサイズを16, 8, 4, 2, 1 と半分に絞って戻していく
- 見る時は、必ず親がいる方のグループを見るようにする

76点($N = 32$, $L = 8$)



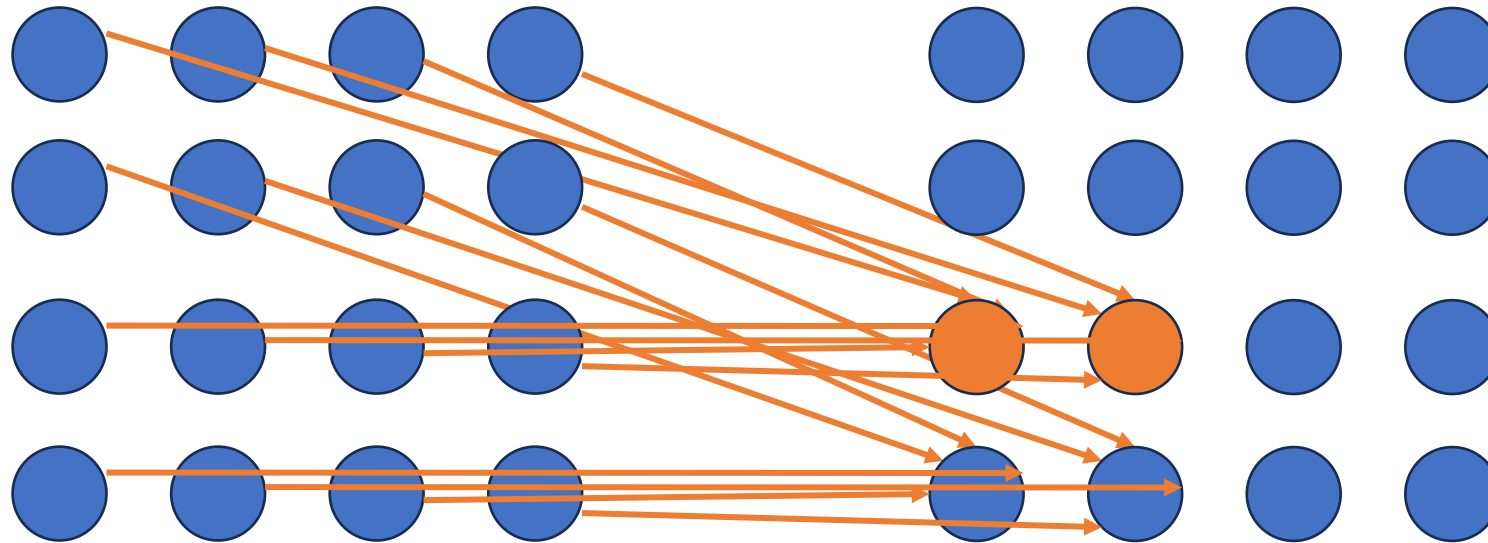
- 二つのグループに分かれた後、親がいるグループのサイズを16, 8, 4, 2, 1 と半分に絞って戻していく
- 見る時は、必ず親がいる方のグループを見るようにする

76点($N = 32$, $L = 8$)



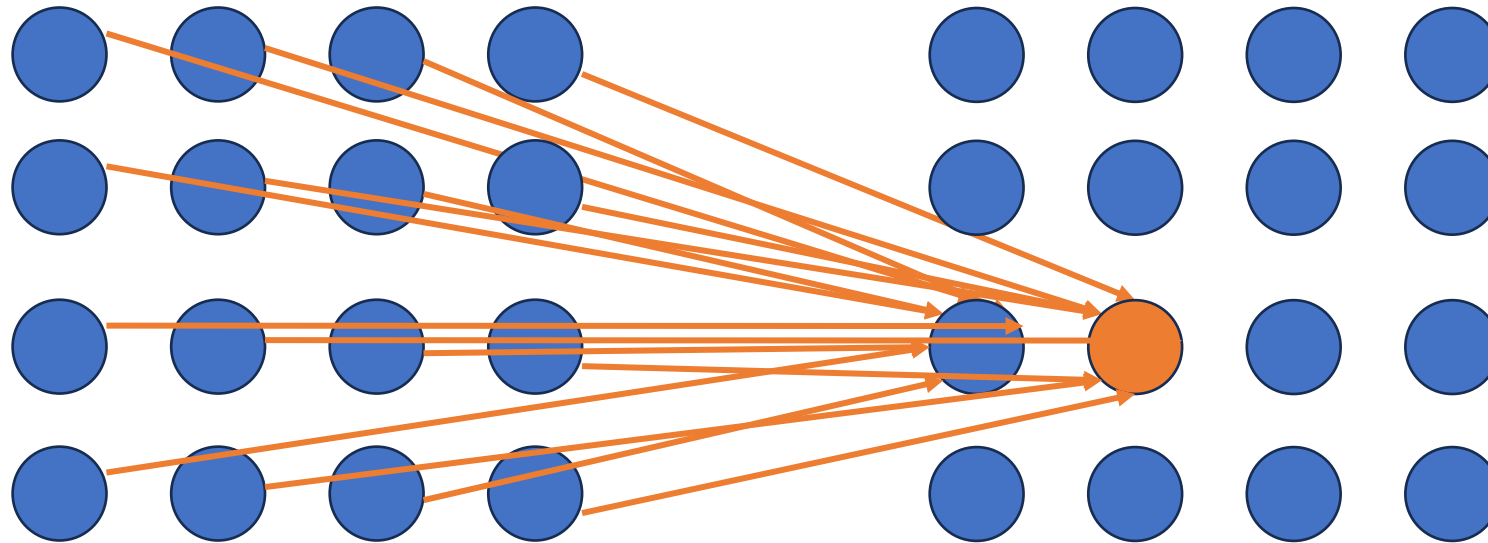
- 二つのグループに分かれた後、親がいるグループのサイズを16, 8, 4, 2, 1 と半分に絞って戻していく
- 見る時は、必ず親がいる方のグループを見るようにする

76点($N = 32$, $L = 8$)



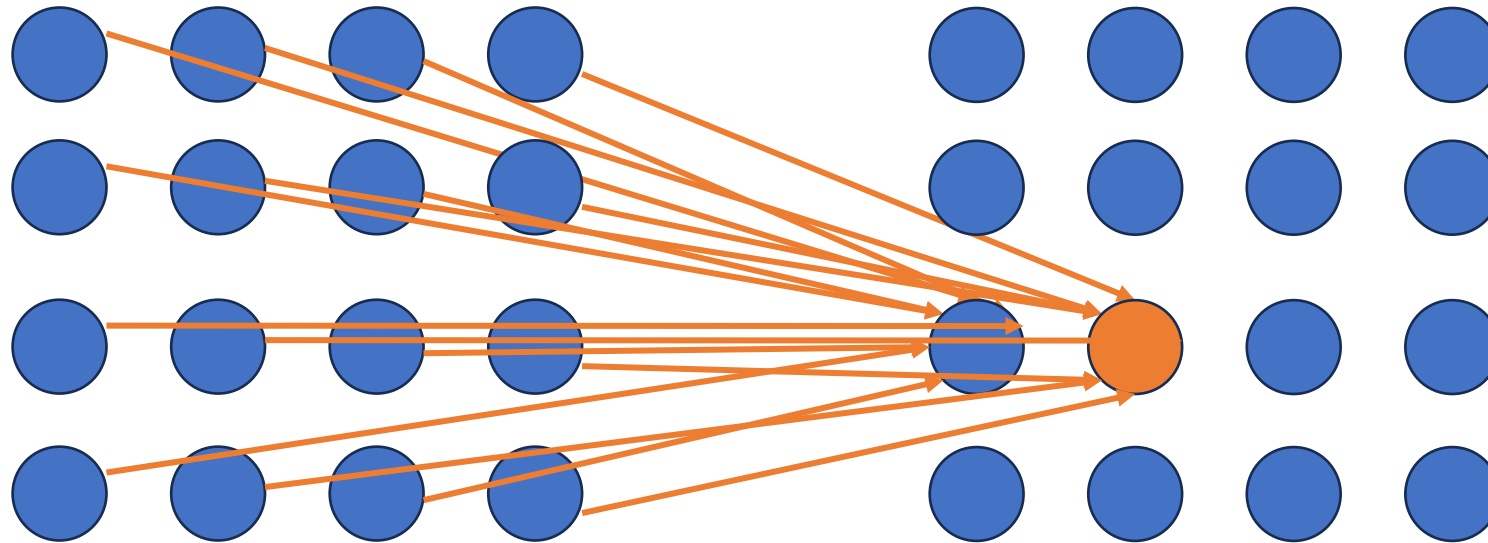
- 二つのグループに分かれた後、親がいるグループのサイズを16, 8, 4, 2, 1 と半分に絞って戻していく
- 見る時は、必ず親がいる方のグループを見るようにする

76点($N = 32$, $L = 8$)



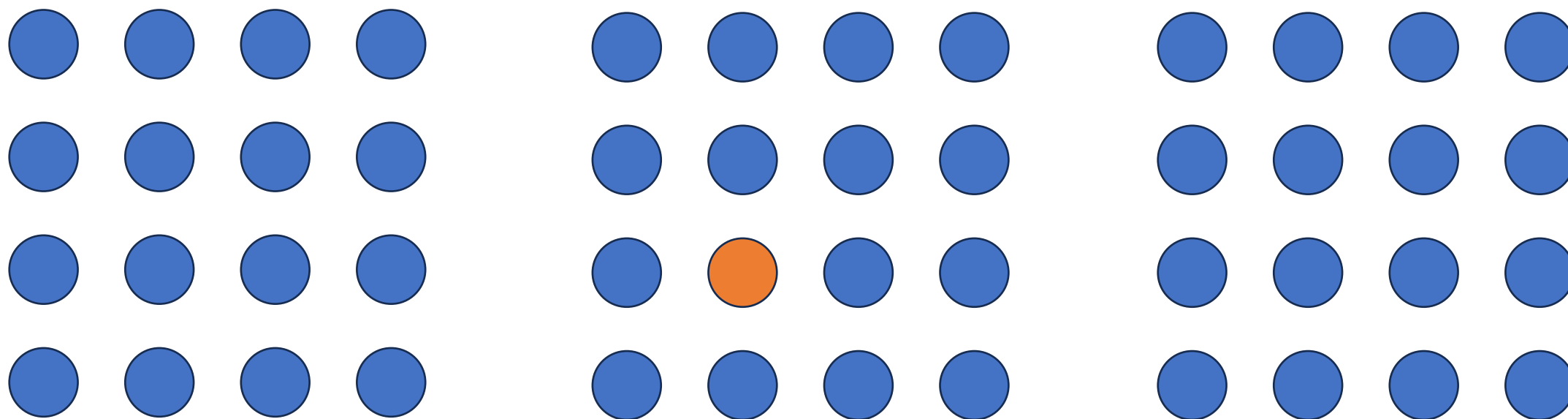
- 二つのグループに分かれた後、親がいるグループのサイズを16, 8, 4, 2, 1 と半分に絞って戻していく
- 見る時は、必ず親がいる方のグループを見るようにする

76点($N = 32, L = 8$)



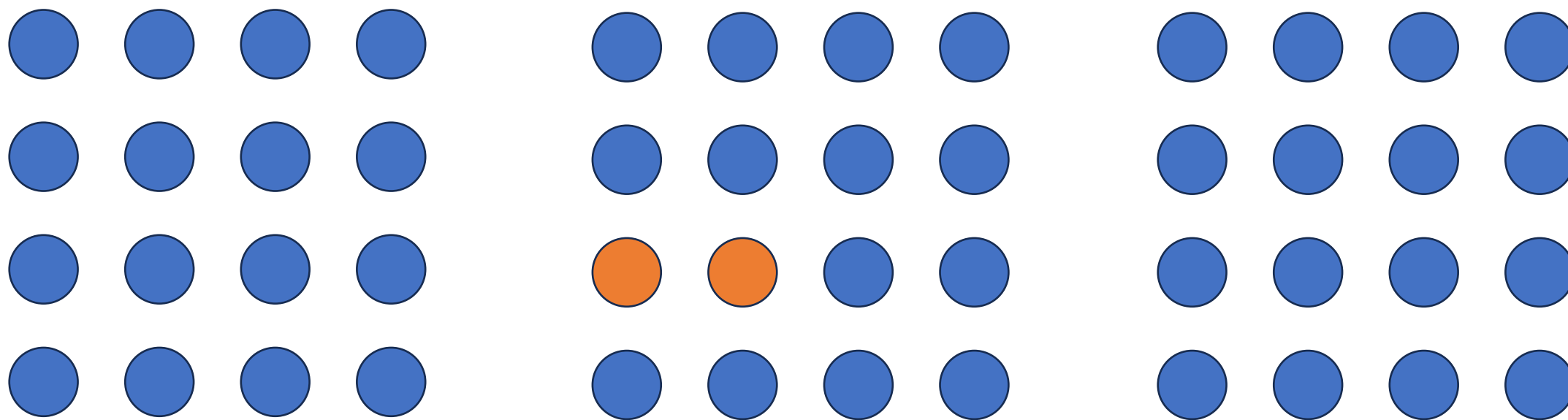
- $2(\log N - 1) = 8$ 回
- 右の16人が見る先は省略しているが、同様

100点($N = 48$, $L = 9$)



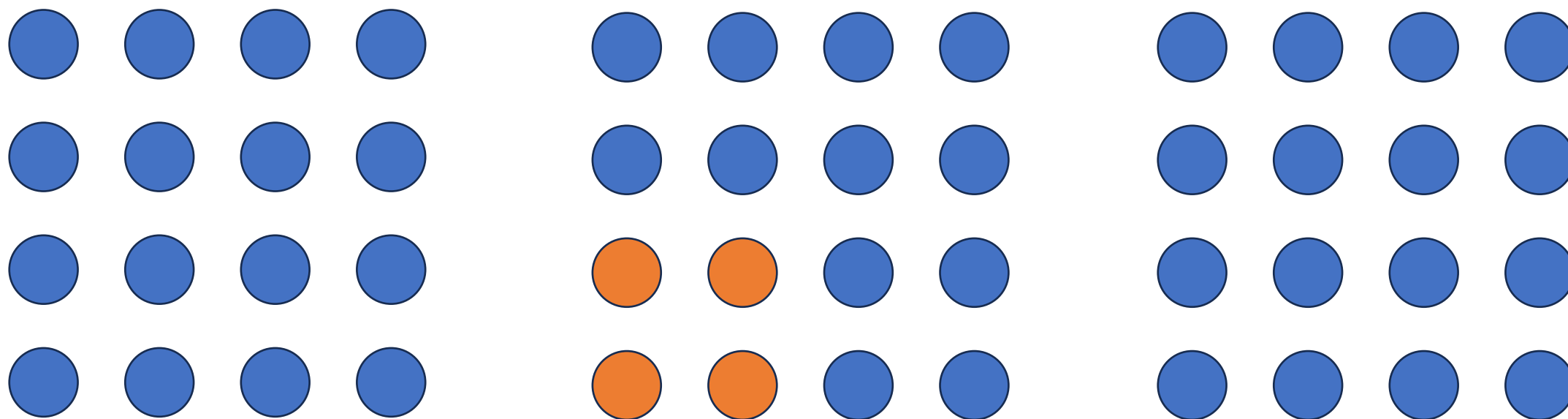
- 3グループに分かれ、自分のグループに親がいるかをまず把握

100点($N = 48$, $L = 9$)



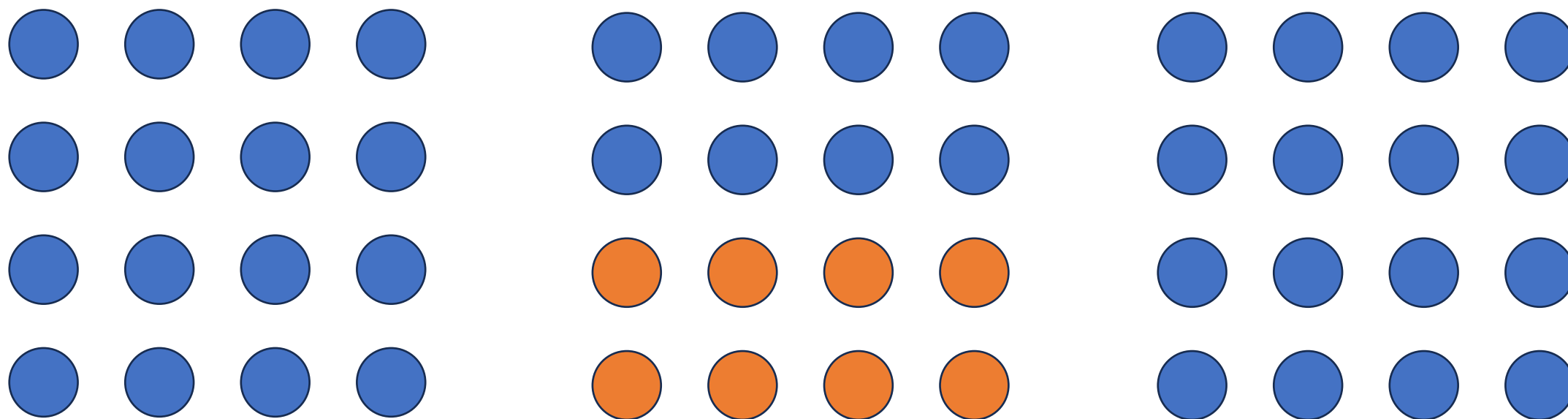
- 3グループに分かれ、自分のグループに親がいるかをまず把握

100点($N = 48$, $L = 9$)



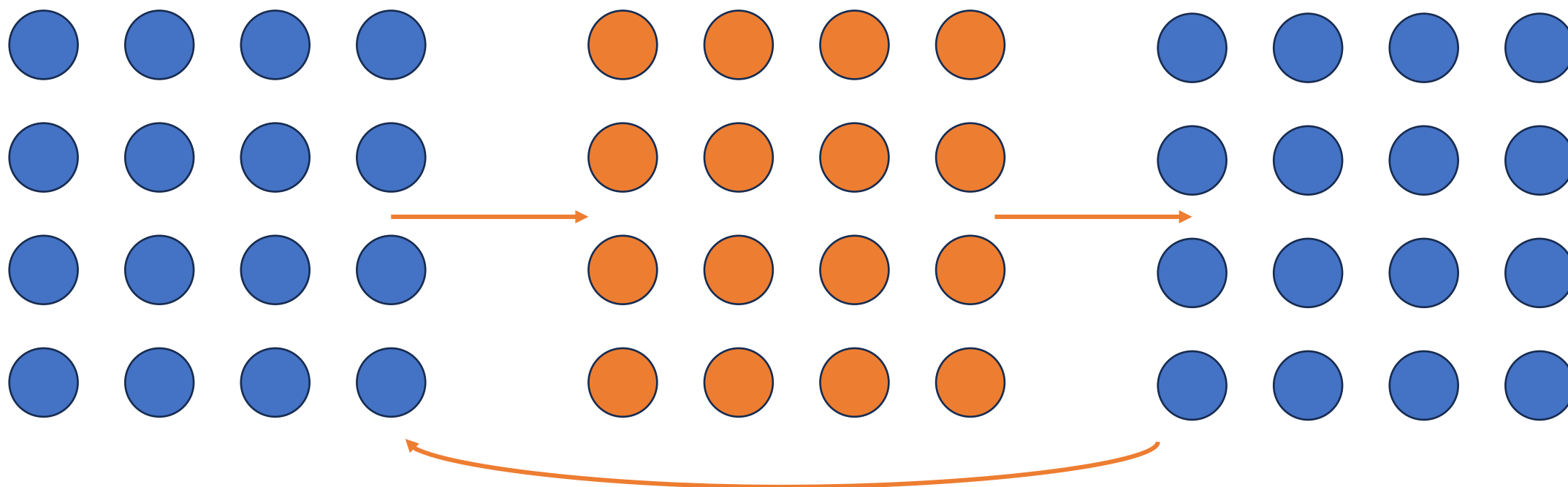
- 3グループに分かれ、自分のグループに親がいるかをまず把握

100点($N = 48$, $L = 9$)



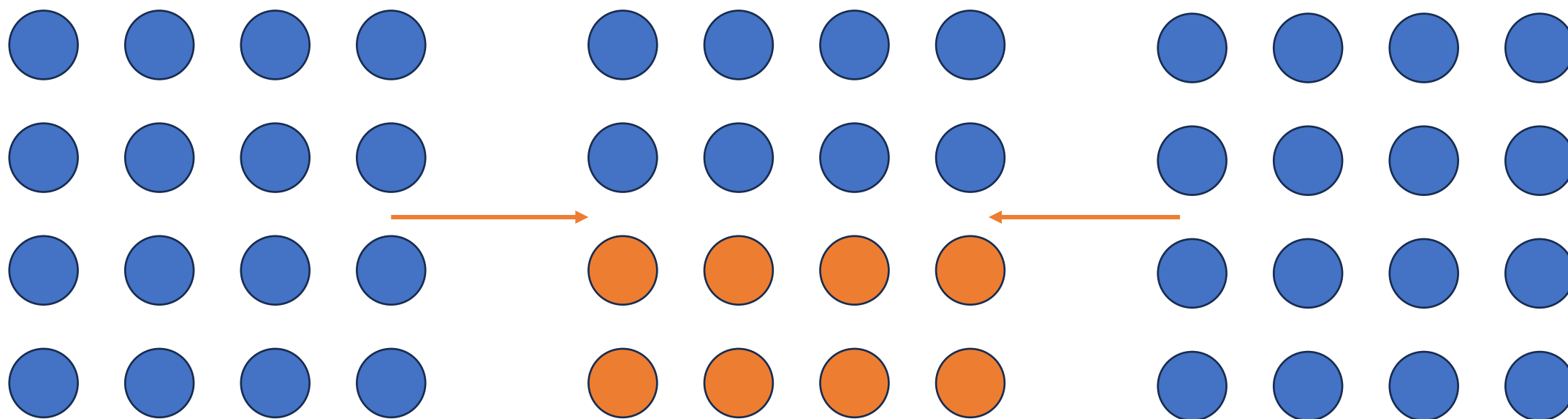
- 3グループに分かれ、自分のグループに親がいるかをまず把握

100点($N = 48$, $L = 9$)



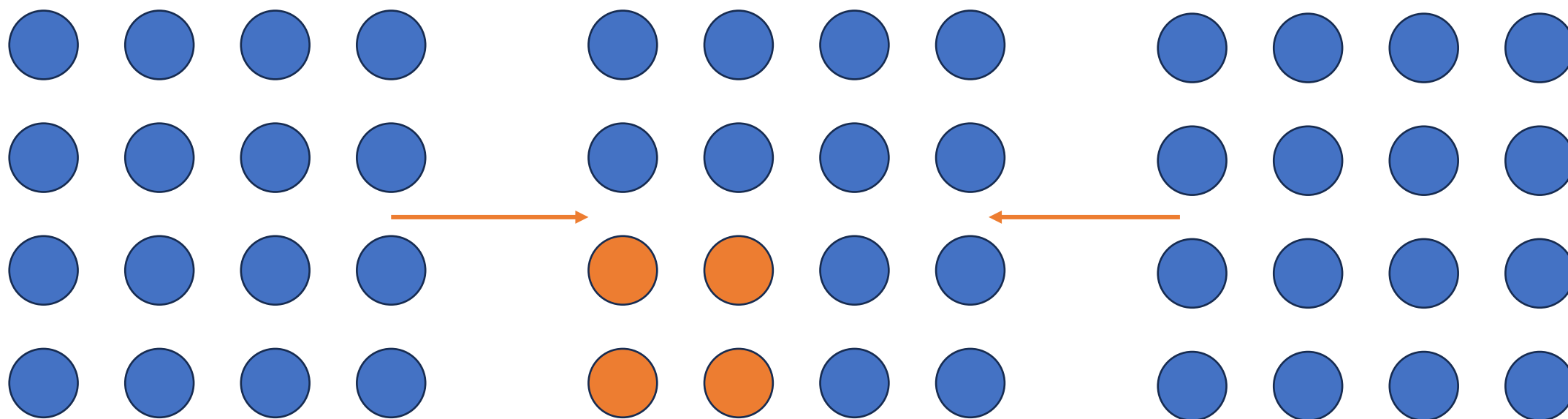
- 別のグループを一つ選んで、そのグループに親がいるかを見る
- 3グループのうち2つ見たので、消去法で親がいるグループが分かる

100点($N = 48, L = 9$)



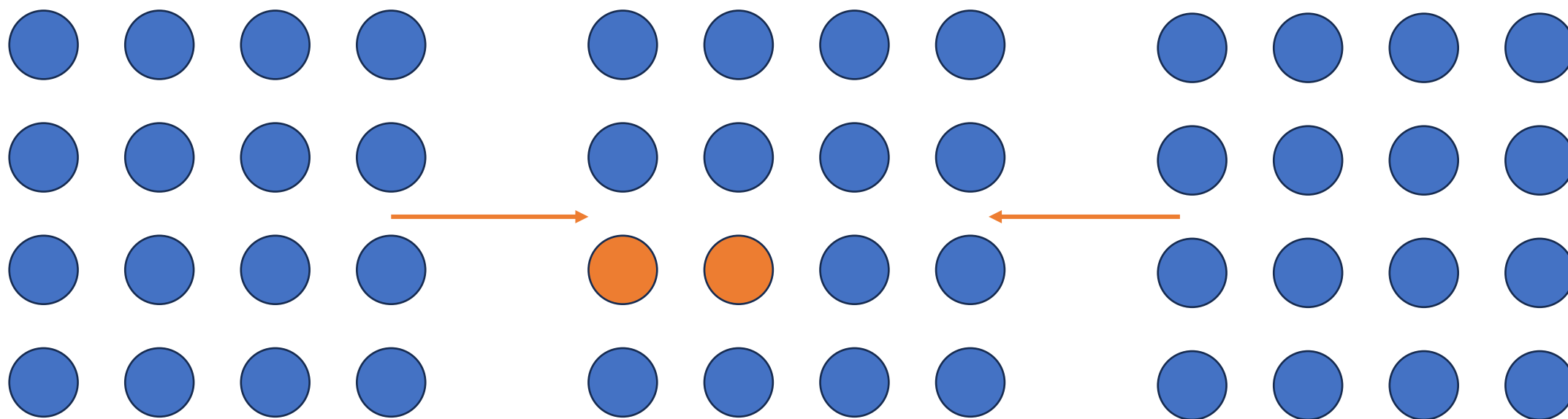
- 親がいるグループが特定できた後は前の小課題と同様
- $N = 3/2 M$ として、 $2(\log M - 1) + 1$ 回

100点($N = 48, L = 9$)



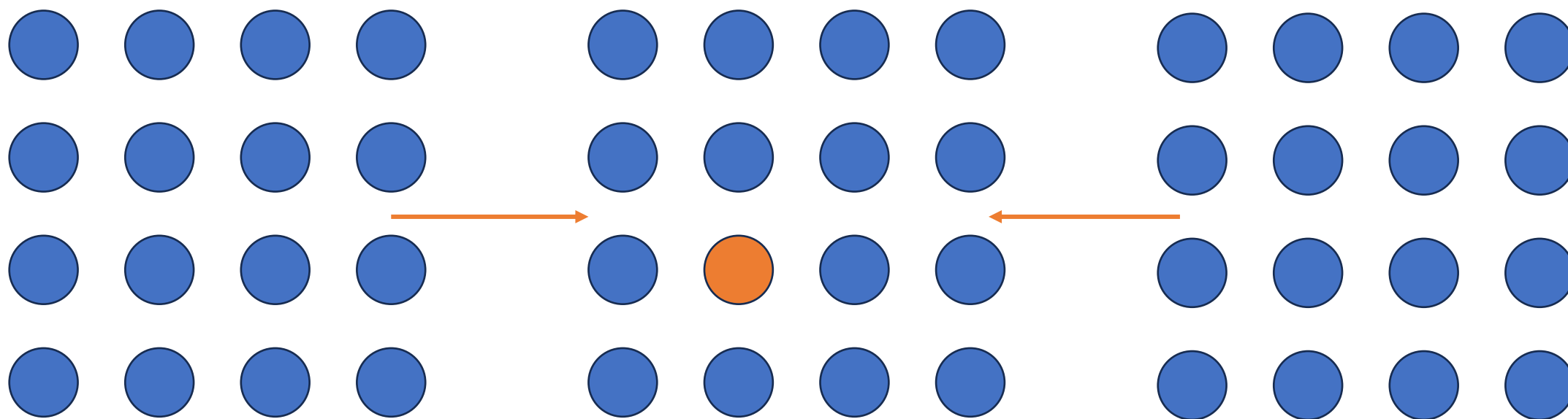
- 親がいるグループが特定できた後は前の小課題と同様
- $N = 3/2 M$ として、 $2(\log M - 1) + 1$ 回

100点($N = 48, L = 9$)



- 親がいるグループが特定できた後は前の小課題と同様
- $N = 3/2 M$ として、 $2(\log M - 1) + 1$ 回

100点($N = 48, L = 9$)



- 親がいるグループが特定できた後は前の小課題と同様
- $N = 3/2 M$ として、 $2(\log M - 1) + 1$ 回

最適性の証明

- L が偶数のとき, $N = 2^{\frac{L}{2}+1}$ が最大
- L が奇数のとき, $N = 1.5 * 2^{\frac{L-1}{2}+1}$ が最大
- L ターンを前 a 回と後 b 回に分ける ($2^a < N$)
- 各参加者が、前 a 回で「影響を受けた可能性がある (後述)」
参加者は 2^a 人 残りの $N - 2^a$ 人は区別することができない
- $N - 2^a$ 人の中に親が入ることがある (仮にはじめに全員がXを読んだときの挙動を考えればよい)
- 後 b 回で絞れるのは 2^b 人まで (得られる情報は毎回1bit)
- $N \leq 2^a + 2^b$

最適性の証明

- ある時刻で「参加者 x が参加者 y から影響を受けた可能性がある」とは
- 参加者 y がボードに書いた文字を、参加者 x がこれまでに見た
- 参加者 y がボードに書いた文字を、見た参加者がその後ボードに書いた文字を、参加者 x がこれまでに見た
- 参加者 y がボードに書いた文字を、見た参加者がその後ボードに書いた文字を、見た参加者がその後ボードに書いた文字を、参加者 x がこれまでに見た
- ...
- 自分が影響を受けた参加者の誰も初期状態で知らない情報は、この時点では知ることができない