



## 囚人たちの挑戦

ある監獄では、500人の囚人を収容している。ある日、看守は囚人たちに釈放の機会を与えることにした。看守は、ある部屋にお金の入った2つの鞆、鞆Aと鞆Bを用意した。それぞれの鞆には1枚以上 $N$ 枚以下の硬貨が入っており、2つの鞆に入っている硬貨の枚数は**相異なる**。より少ない枚数の硬貨を含む鞆を特定することが、看守が囚人に与えた課題である。

鞆が用意された部屋には、1つのホワイトボードがある。このホワイトボードには、常にちょうど1つの数が書かれていなければならない。最初にホワイトボードに書かれている数は0である。

看守は、囚人たちに1人ずつ順に部屋に入るよう指示する。各囚人が部屋に入るとき、それまでに誰が部屋に入ったのか、また何人の囚人が部屋に入ったのかを知ることはできないが、部屋のホワイトボードに書かれている数を見ることはできる。その後、囚人は鞆Aと鞆Bのいずれかを選び、選んだ鞆の中身を調べ、何枚の硬貨が入っているかを知ることができる。そして、囚人は以下の2つの**行動**のうちいずれかを行う。

- ホワイトボードに書かれている数のある非負整数に書き換え、部屋を出る。必ずしも異なる数に書き換える必要はない。まだ部屋に入っていない囚人がいる場合、この後も囚人たちの挑戦は続く。
- 一方の鞆が、硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言する。この行動により、囚人たちの挑戦は終了する。

看守が、一度部屋に入った囚人をもう一度部屋に入れることはない。

硬貨の枚数が少ない鞆を正しく特定することができた場合、囚人たちの挑戦は成功となる。硬貨の枚数が少ない鞆を正しく特定できなかった場合、もしくは、500人全員が部屋に入り、誰も硬貨の枚数が少ない鞆を宣言しなかった場合、囚人たちの挑戦は失敗となる。

挑戦を始める前に、囚人たちは監獄の広間に集まり、3段階からなる共通の**戦略**を定めることにした。

- まず、ある非負整数 $x$ を定め、 $x$ より大きい数をホワイトボードに書かないこととする。
- $0 \leq i \leq x$ なる各整数 $i$ について、ホワイトボードに書かれている数が $i$ の場合に、どちらの鞆を調べるかを定める。
- 調べた鞆に入っているコインの枚数に応じて、その後囚人が取るべき行動を定める。具体的には、ホワイトボードに書かれている数 $i$ と調べた鞆に入っているコインの枚数 $j$ の組としてありうるすべての組に対して、以下のいずれかのようにして、行動を定める。
  - ホワイトボードに書く0以上 $x$ 以下の整数を定める。
  - 硬貨の枚数が少ないと宣言する鞆を定める。

この挑戦に成功した場合、看守は $x$ 日の懲役の後に囚人たちを解放するつもりだ。

あなたの課題は、それぞれの鞆に入っている硬貨の枚数にかかわらず、必ず囚人たちが課題を成功させることができるような戦略を考案することである。  $x$  の値に応じて、あなたの解法の点数は変わる。(詳細は小課題の章を参照。)

## 実装の詳細

あなたは、次の関数を実装する必要がある。

```
int[][] devise_strategy(int N)
```

- $N$ : それぞれの鞆に入っている硬貨の枚数の最大値
- この関数は、整数からなる長さ  $N + 1$  の配列を要素としてもつ配列  $s$  を返さなければいけない。この配列はあなたの戦略を表すものである。  $x$  の値は  $s$  の長さから 1 引いた値である。  $0 \leq i \leq x$  なる各整数  $i$  に対し、配列  $s[i]$  は、部屋に入った際のホワイトボードに書かれている数が  $i$  の場合に、囚人がどうすべきかを表す。
  1. 鞆  $A$  の中身を調べる場合、  $s[i][0]$  の値は 0 である。鞆  $B$  の中身を調べる場合、  $s[i][0]$  の値は 1 である。
  2. 調べた鞆に入っている硬貨の枚数を  $j$  とする。このとき、囚人は以下の行動をとる。
    - $s[i][j]$  の値が  $-1$  のとき、鞆  $A$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言する。
    - $s[i][j]$  の値が  $-2$  のとき、鞆  $B$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言する。
    - $s[i][j]$  の値が非負整数のとき、ホワイトボードの数を  $s[i][j]$  に書き換える。ただし、  $s[i][j]$  は  $x$  以下でなければいけない。
- この関数はちょうど 1 回呼び出される。

## 入出力例

次の呼び出しを考える:

```
devise_strategy(3)
```

部屋に入ったときにホワイトボードに書いてある整数を  $v$  とする。例えば、以下の戦略は正しい戦略の例となっている:

- $v = 0$  のとき (最初の囚人の場合も含む)、鞆  $A$  を調べる。
  - 硬貨の枚数が 1 枚のとき、鞆  $A$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言する。
  - 硬貨の枚数が 3 枚のとき、鞆  $B$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言する。
  - 硬貨の枚数が 2 枚のとき、ホワイトボードの数を (0 から) 1 に書き換える。
- $v = 1$  のとき、鞆  $B$  を調べる。
  - 硬貨の枚数が 1 枚のとき、鞆  $B$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言する。
  - 硬貨の枚数が 3 枚のとき、鞆  $A$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言する。
  - 硬貨の枚数が 2 枚のとき、ホワイトボードの数を (1 から) 0 に書き換える。ただし、両方の鞆が 2 枚の硬貨を含むことはないため、この場合が生じることはない。

この戦略を報告するためには、関数は  $[[0, -1, 1, -2], [1, -2, 0, -1]]$  と返す必要がある。  
戻り値の配列の長さは2であるので、この戻り値に対応する  $x$  の値は  $2 - 1 = 1$  である。

## 制約

- $2 \leq N \leq 5000$

## 小課題

1. (5点)  $N \leq 500$ ,  $x$  の値は 500 以下でなければいけない。
2. (5点)  $N \leq 500$ ,  $x$  の値は 70 以下でなければいけない。
3. (90点)  $x$  の値は 60 以下でなければいけない。

もしあるテストケースにおいて、`devise_strategy` の戻り値の配列が正しい戦略を表していない場合、その小課題に対するあなたの解法の点数は0点となる。

小課題3には部分点がある。この小課題のすべてのテストケースに対する、 $x$  の値の最大値を  $m$  とする。この小課題の点数は次の表に基づいて計算される。

条件	点数
$40 \leq m \leq 60$	20
$26 \leq m \leq 39$	$25 + 1.5 \times (40 - m)$
$m = 25$	50
$m = 24$	55
$m = 23$	62
$m = 22$	70
$m = 21$	80
$m \leq 20$	90

## 採点プログラムのサンプル

採点プログラムのサンプルの入力形式は以下の通りである。

- 1行目:  $N$
- $2 + k$  ( $0 \leq k$ ) 行目:  $A[k]$   $B[k]$
- 最後の行:  $-1$

各行は、最初の行と最後の行を除いて、1つのシナリオを表している。 $2 + k$  行目に表されているシナリオを、シナリオ  $k$  と表すことにする。シナリオ  $k$  においては、鞆  $A$  は  $A[k]$  枚の硬貨を、鞆  $B$  は  $B[k]$  枚の硬貨を含んでいる。

採点プログラムのサンプルはまず `devise_strategy(N)` を呼び出す。  $x$  の値は戻り値となる配列の長さから 1 引いた値である。 `devise_strategy` の戻り値である配列が実装の詳細にある制約を満たしていないことを検知した場合、採点プログラムのサンプルは以下のいずれかのエラーメッセージを出力し、終了する。

- `s` is an empty array:  $s$  が空配列である。(これが正しい戦略を表すことはない。)
- `s[i]` contains incorrect length:  $0 \leq i \leq x$  なる添え字  $i$  に対して、 $s[i]$  の長さが  $N + 1$  でない。
- First element of `s[i]` is non-binary:  $0 \leq i \leq x$  なる添え字  $i$  に対して、 $s[i][0]$  の値が 0 でも 1 でもない。
- `s[i][j]` contains incorrect value:  $0 \leq i \leq x, 1 \leq j \leq N$  なる添え字  $i, j$  に対して、 $s[i][j]$  の値が  $-2$  以上  $x$  以下でない。

その他の場合、採点プログラムのサンプルは 2 つの出力を行う。

まず、採点プログラムのサンプルはあなたの戦略の結果を以下の形式で出力する。

- $1 + k$  ( $0 \leq k$ ) 行目: シナリオ  $k$  に対するあなたの戦略の結果を表す文字。ある囚人が鞆  $A$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言したとき、出力は文字  $A$  となる。ある囚人が鞆  $B$  を硬貨の枚数が少ない鞆であると宣言したとき、出力は文字  $B$  となる。どの囚人も硬貨の枚数が少ない鞆を宣言しなかったとき、出力は文字  $X$  となる。

次に、採点プログラムのサンプルはカレントディレクトリの `log.txt` というファイルに以下の形式で書き込む。

- $1 + k$  ( $0 \leq k$ ) 行目:  $w[k][0] w[k][1] \dots$

$1 + k$  行目の数列は、シナリオ  $k$  に対応しており、ホワイトボードに書かれた数を表す。具体的には、 $w[k][l]$  は  $l + 1$  番目に部屋に入った囚人が書いた数を表す。