

# 解説: 釘 (NAILS)

---

第11回 日本情報オリンピック本選

今城 健太郎 (京都大学, IOI 2006 メキシコ大会)

# 問題の概要

正三角形で囲われた釘の数を求める問題

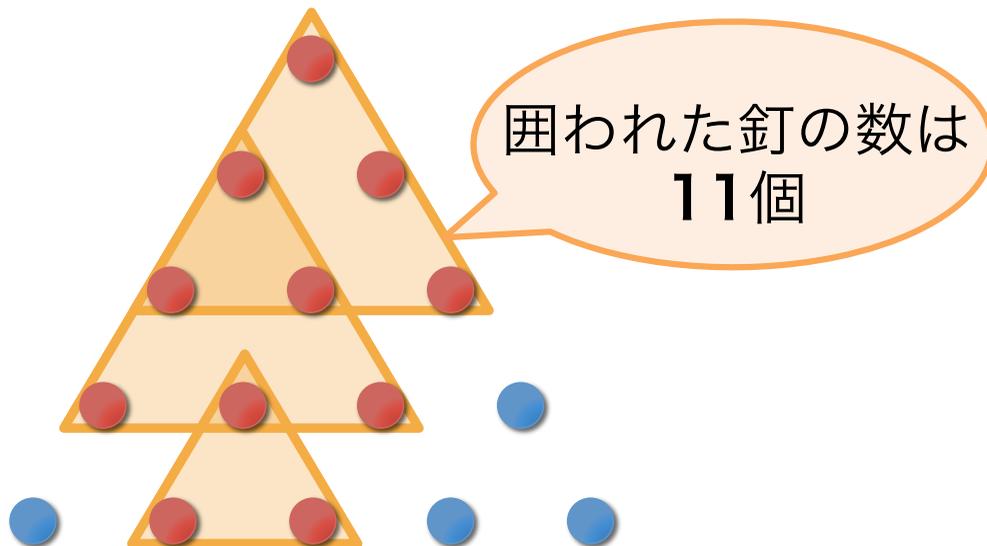
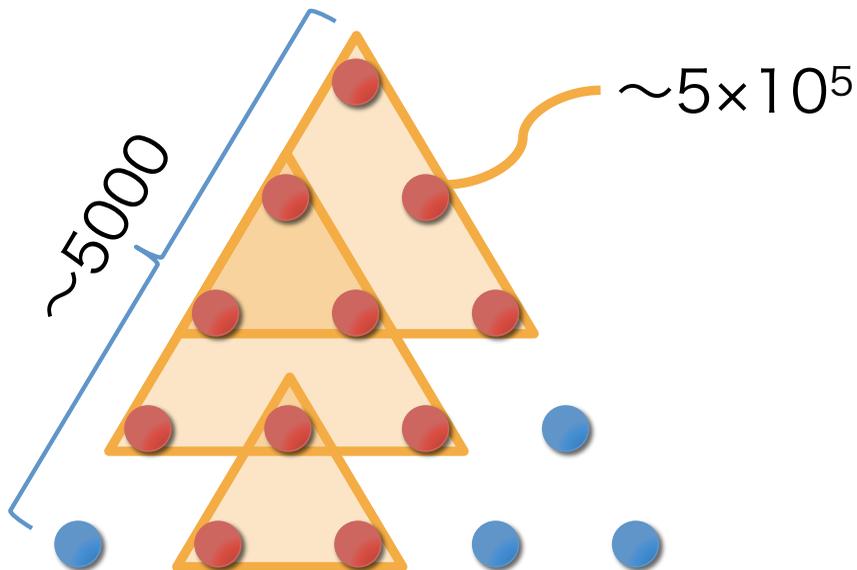


図: 大きさ5の正三角形

# 問題の制約

正三角形の一辺の大きさ **5000以下**

囲む正三角形の数  **$5 \times 10^5$ 以下**

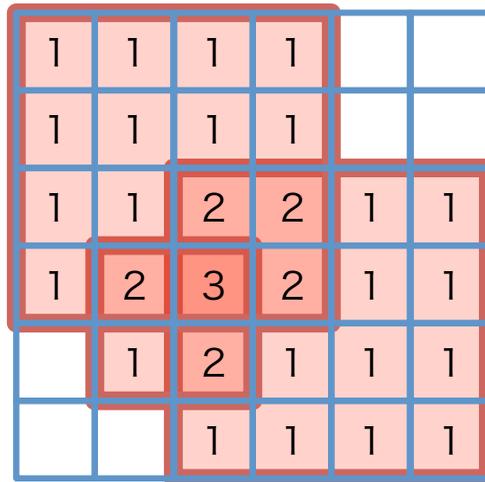


# 解法

- 累積和による解法
- 最大値を伝搬する解法

# 四角形の累積和問題

- 四角形の領域に対して加減算を行う
- 2008年本選5番などで出題
- 素朴な計算方法だと $O(\text{数} \times \text{面積})$



# 四角形の累積和問題

塗りつぶす計算を横着し計算量を  
 $O(\text{数} \times \text{面積}) \rightarrow O(\text{数} + \text{面積})$ に短縮

- 手順1     すべての四角形について  
          各頂点の右下に数字を足す
- 手順2     左から右へ累積和を取る
- 手順3     上から下へ累積和を取る

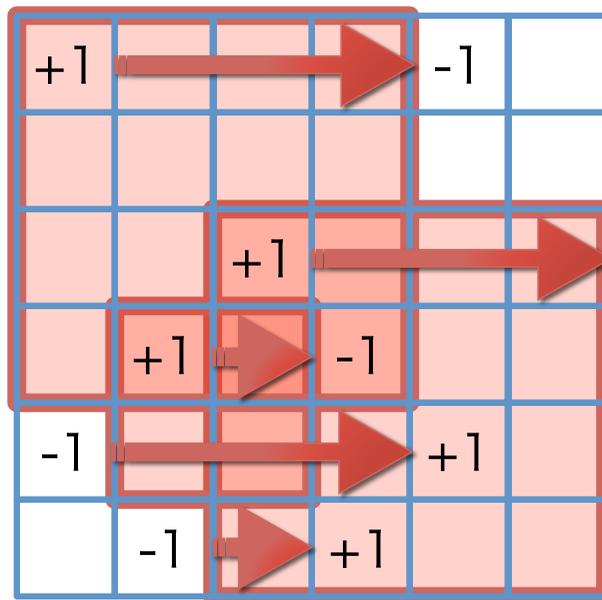
# 四角形の累積和問題

手順1 すべての四角形について  
各頂点の右下に数字を足す

+1				-1	
		+1			
	+1		-1		
-1				+1	
	-1		+1		

# 四角形の累積和問題

手順2 左から右へ累積和を取る



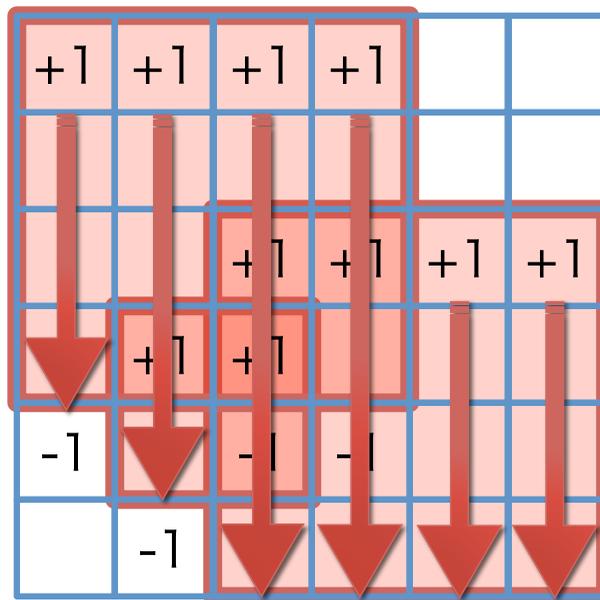
# 四角形の累積和問題

手順2 左から右へ累積和を取る

+1	+1	+1	+1		
		+1	+1	+1	+1
	+1	+1			
-1	-1	-1	-1		
	-1	-1			

# 四角形の累積和問題

手順3 上から下へ累積和を取る



# 四角形の累積和問題

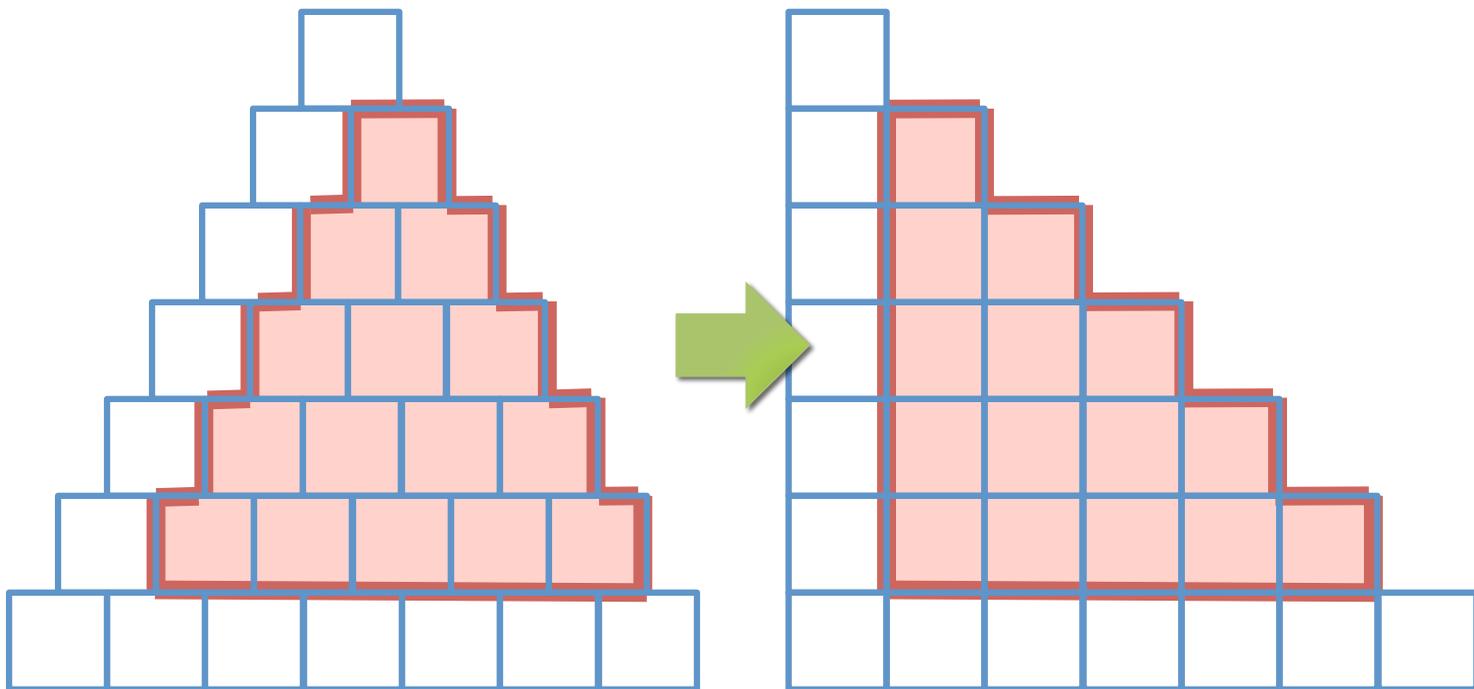
手順3 上から下へ累積和を取る

**完成！**

1	1	1	1		
1	1	1	1		
1	1	2	2	1	1
1	2	3	2	1	1
	1	2	1	1	1
		1	1	1	1

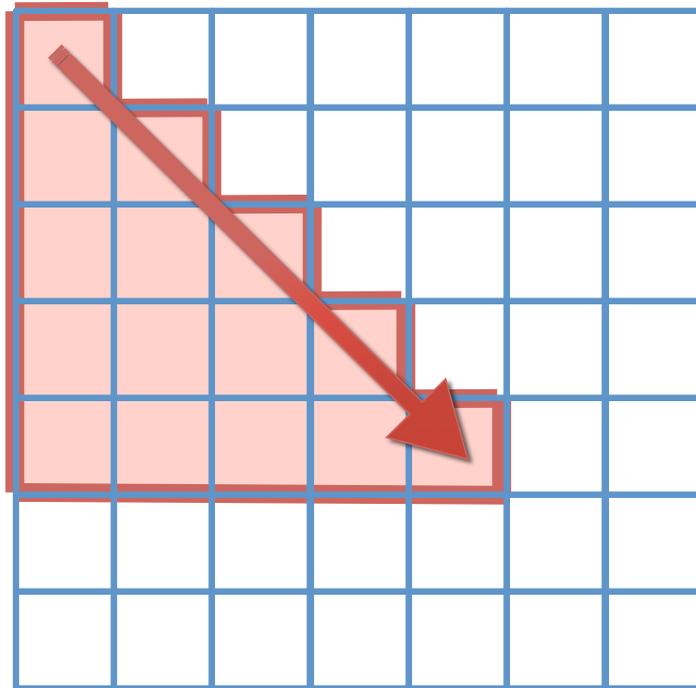
# 正三角形の累積和問題

斜めありの四角形問題に再解釈できる



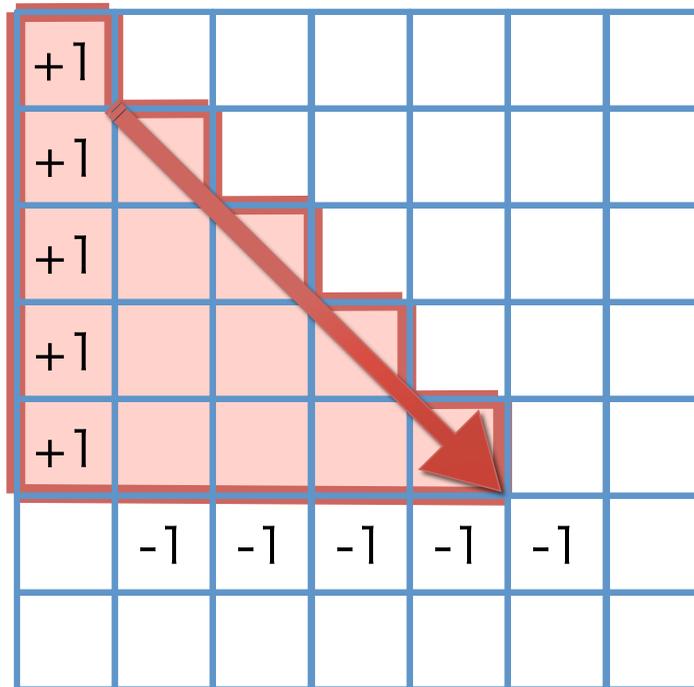
# 正三角形の累積和問題

斜めありの四角形は斜めに注目



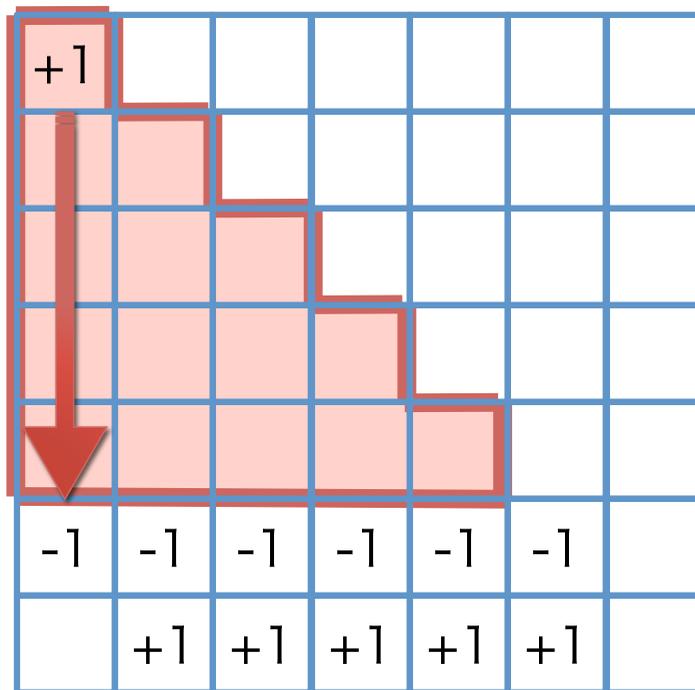
# 正三角形の累積和問題

最後の累積和を左上から右下とすると



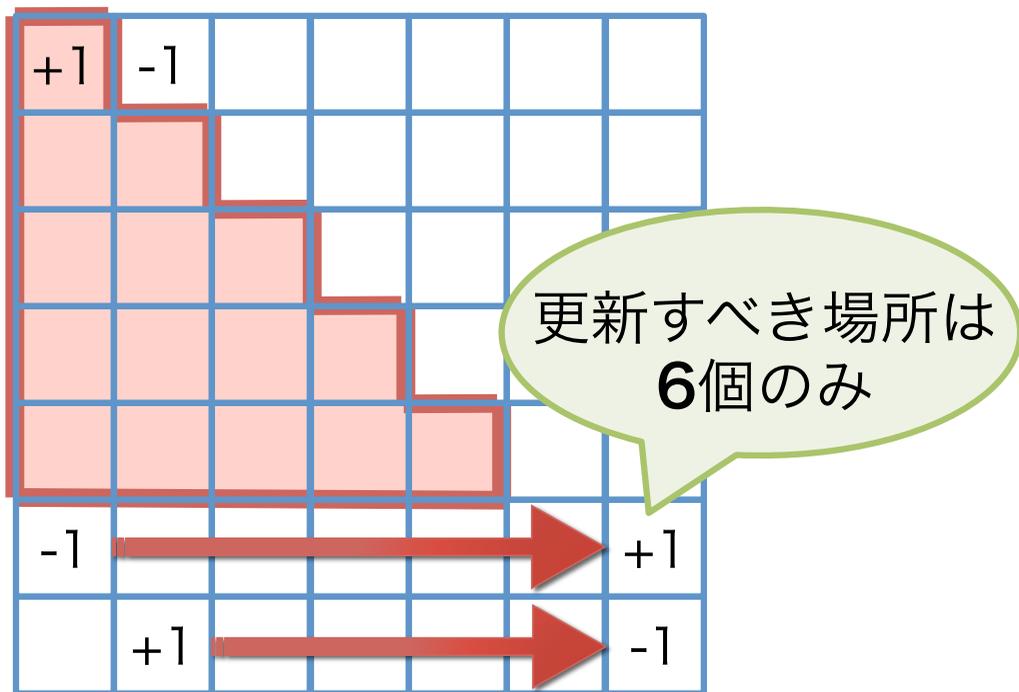
# 正三角形の累積和問題

その前の累積和は上から下なので



# 正三角形の累積和問題

その前の累積和は左から右なので



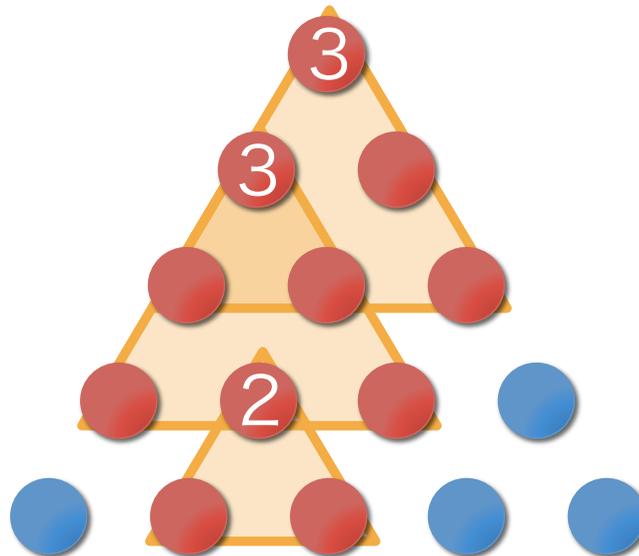
# 正三角形の累積和問題

塗りつぶす計算を横着し計算量を  
 $O(\text{数} \times \text{面積}) \rightarrow O(\text{数} + \text{面積})$ に短縮

- 手順1 適切な箇所に数字を足す
- 手順2 左から右へ累積和を取る
- 手順3 上から下へ累積和を取る
- 手順4 左上から右下へ累積和を取る

# 最大値の伝搬

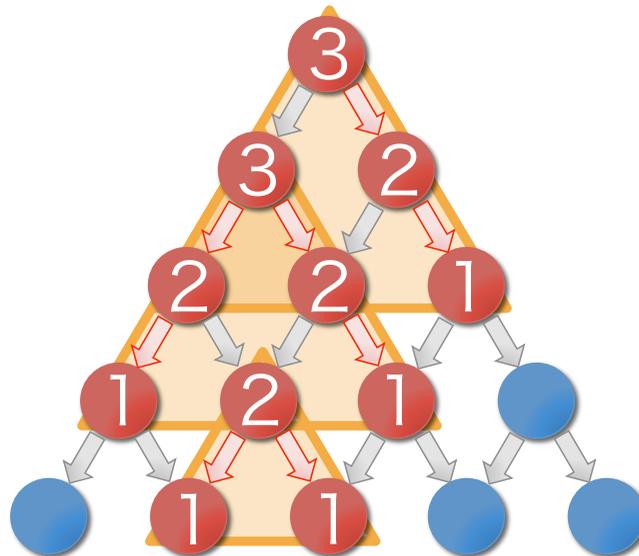
一番上の頂点に大きさを入れる



# 最大値の伝搬

上から順に以下の式を適用する

自分 =  $\max(\text{自分}, \max(\text{左上}, \text{右上}) - 1)$



# 解法の概要

## 1a. 正三角形の累積和問題を解く

- 1) 各正三角形について  
適切な箇所(計6ヶ所)に数字を足す
- 2) 左から右へ累積和を取る
- 3) 上から下へ累積和を取る
- 4) 左上から右下へ累積和を取る

## 1b. 最大値の伝搬を行う

## 2. 0でないマス数を数える

# 得点分布

