問題1.電飾

解説

城下 慎也（IOI2011 タイ大会）

はじめに

本選競技お疲れ様でした!

概要

- 電球の列が与えられるので、電球の列の一部分を反転させてできる交互な区間の最大値を求めます。

例

○○●○○●●○●○○●

↓

○○●○●○●○●○○●

概要

- 電球の列が与えられるので、電球の列の一部分を反転させてできる交互な区間の最大値を求めます。

例

○○●○○●●○●○○●

↓

○○●○●○●○●○○●

長さ９の交互な区間

計算量について

- アルゴリズムを考える際、そのアルゴリズムの速度の目安として計算量（オーダー）について考えます。

制限

$2 \leqq N \leqq 100\,000$　電飾を構成する電球の個数

- この場合はO(N)やO(NlogN)などの解法が満点解法となります。

部分点

- プログラミングコンテストの問題では満点解法ほど効率が良くないアルゴリズムにも部分点が設けられていることがあります。

採点基準

採点用データのうち，配点の 20%分については，$N \leqq 500$ を満たす．
採点用データのうち，配点の 40%分については，$N \leqq 2\,000$ を満たす．

- 今回の例では、上はO(N^3)で下はO(N^2)で得点がもらえます。

部分点

- 部分点解法は満点解法と比べてアイデアや実装が簡単なことが多いです。
- 満点解法が思いつかなくても積極的に部分点を狙って行きましょう。
- 満点解法を思いつくヒントになる場合もあります。

部分点解法(1)

- 考えられるひっくり返す操作全てについて、ひっくり返した後に交互に並んでいる区間を探します。

操作後

○○●○●○●○●○○●

部分点解法(1)

- 考えられるひっくり返す操作全てについて、ひっくり返した後に交互に並んでいる区間を探します。
- 純粋に全て調べるとO(N^2)の操作候補に対しO(N^2)の区間それぞれ調べるので、交互か調べるときのO(N)をあわせてO(N^5)

操作後

○○●○●○●○●○○●

部分点解法(1)

- 考えられるひっくり返す操作全てについて、ひっくり返した後に交互に並んでいる区間を探します。
- 純粋に全て調べると$O(N^2)$の操作候補に対し$O(N^2)$の区間それぞれ調べるので、交互か調べるときの$O(N)$をあわせて$O(N^5)$
- しかし左から順に見れば$O(N)$で最長区間が分かる。

→全体で$O(N^3)$となり、20%の得点が得られる。

$(N \leqq 500)$

操作後

○|○●○●○●○●○|○●

このように分割する

部分点解法(2)

- 反転動作について考えると、反転させた領域全体を使用していない場合は考えなくても良い。

（例えば**(A)**の入れ替えの場合、**(B)**で提示されたものが**(A)**の解以上になる。）

(A)

○○●○○●●○●○○●

○○○●●○●○●○○●

(B)

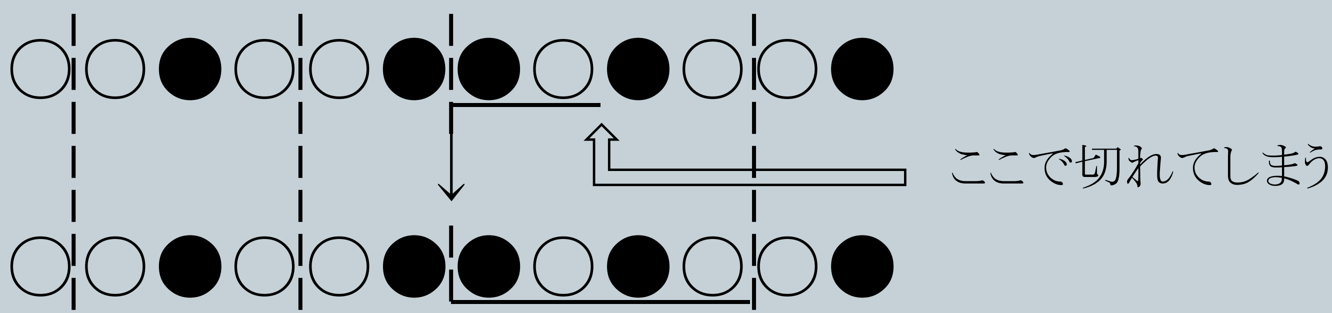
○○●○○●●○●○○●

○○●○●○●○●○○●

部分点解法(2)

- よって、反転させる区間内で○同士、●同士が連続すると反転させる区間全体を使用することができない。（逆に交互な区間ならば全て使用出来る。）
- さらに、反転させる候補は交互になっている列全体に引き伸ばすことができる。

（交互になっている場所を切れ目にするとそちら側に伸ばせなくなる。）



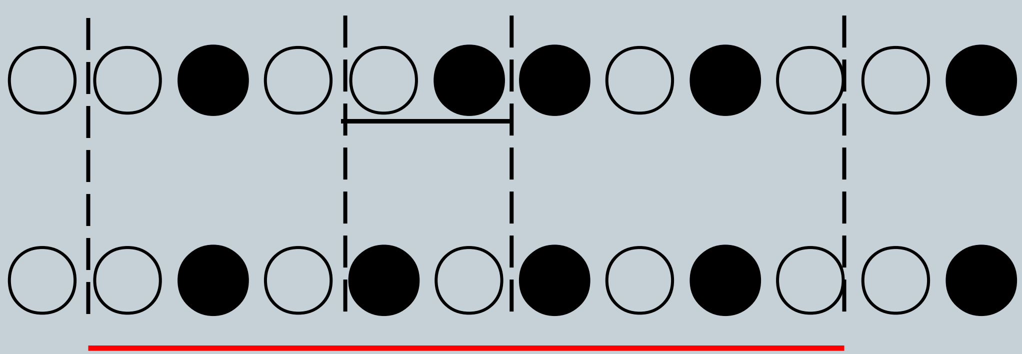
部分点解法(2)

- 交互になっている区間は全部でO(N)個ある。
→それぞれの反転を調べるのにO(N)
→全体でO(N^2)
→40%(N≦2,000)の得点を得ることができる。

満点解法

- 交互列を反転させたあとについて考えると、反転させた区間は前後にある交互列1つずつを結合した区間となっている。
- この中で一番長い場所が最適解となる。

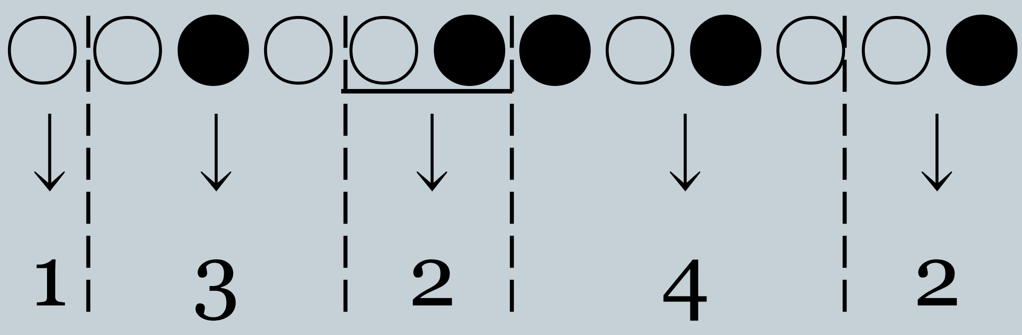
例



満点解法

- よって、交互列を長さの数字に変換し、最大3つ連続する場所の最大値が答えとなる。

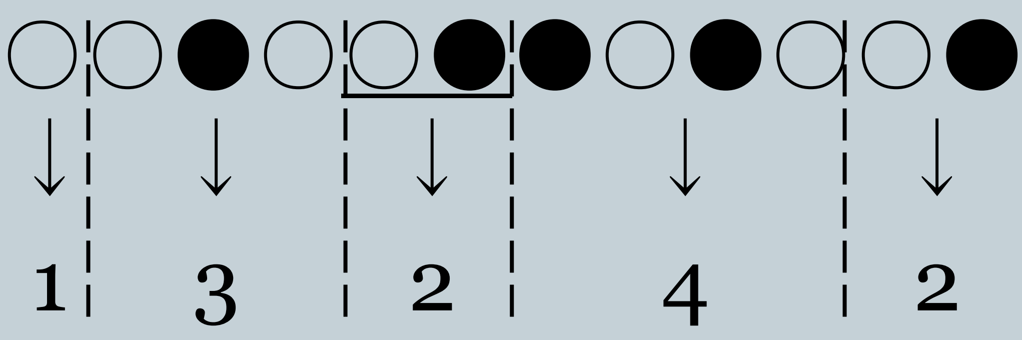
例



満点解法

- よって、交互列を長さの数字に変換し、最大3つ連続する場所の最大値が答えとなる。
- 数字の変換にO(N)かかり、その後調べるのにO(N)かかるので、全体でO(N)となり、満点が得られる。

例



得点分布