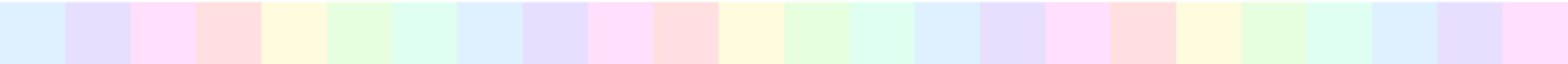


IOI 饅頭 (IOI Manju)

JOI 2014 本選 問題 2

解説： 保坂 和宏



問題概要

- M 個の饅頭
 - 価格 P_i
- N 個の箱
 - 入る饅頭の個数 C_j
 - 価格 E_j
- 箱をいくつか買って、饅頭を詰めて売るとき、利益の最大値は？
- $M \leq 10000, N \leq 500$

問題概要

¥ 180

¥ 160

¥ 170

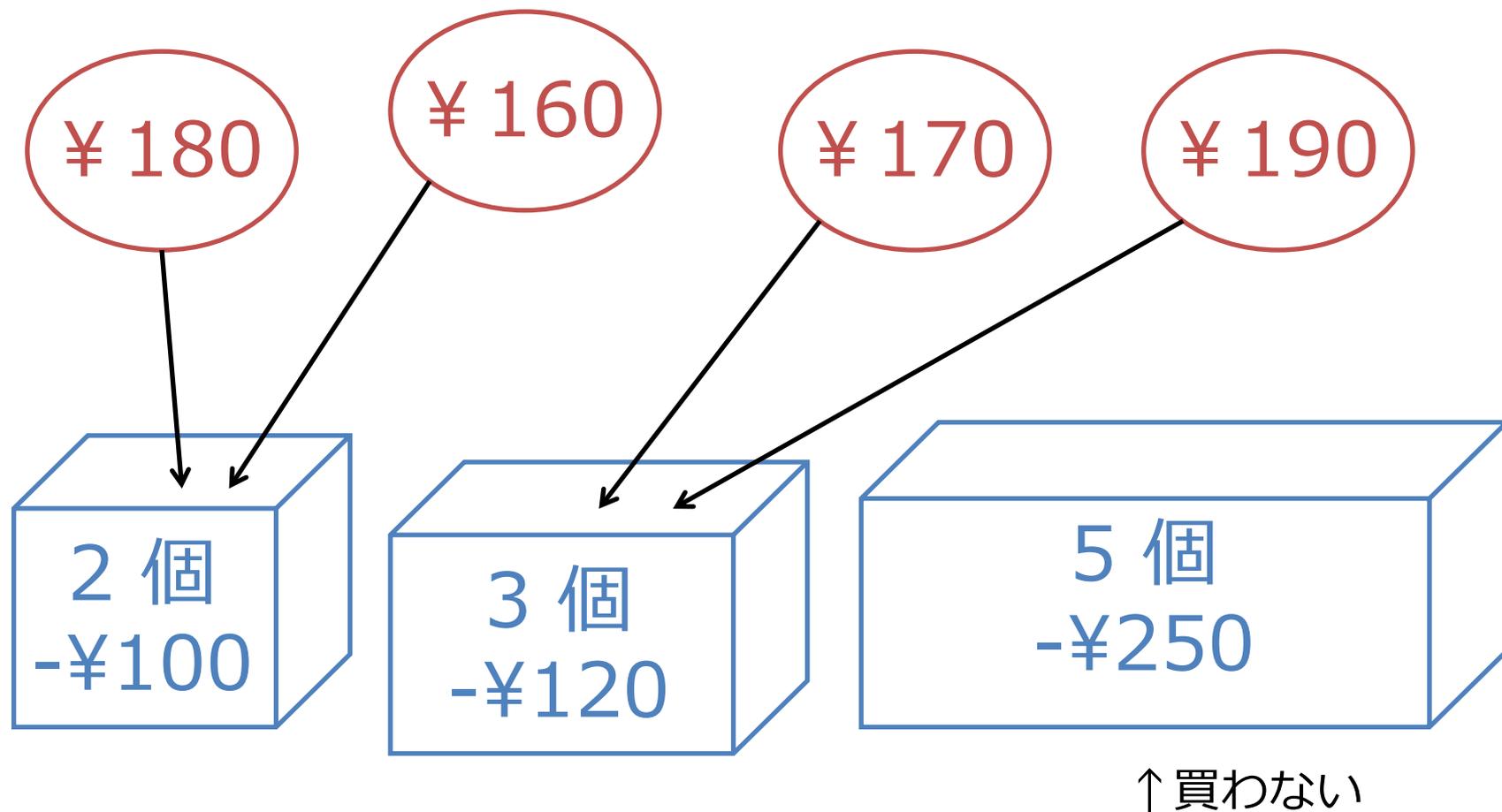
¥ 190

2 個
-¥100

3 個
-¥120

5 個
-¥250

問題概要



考察

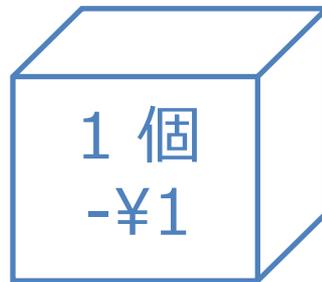
- 同じ個数の饅頭を売るなら，高い方から順に売るほうがよい

¥ 1000

¥ 100

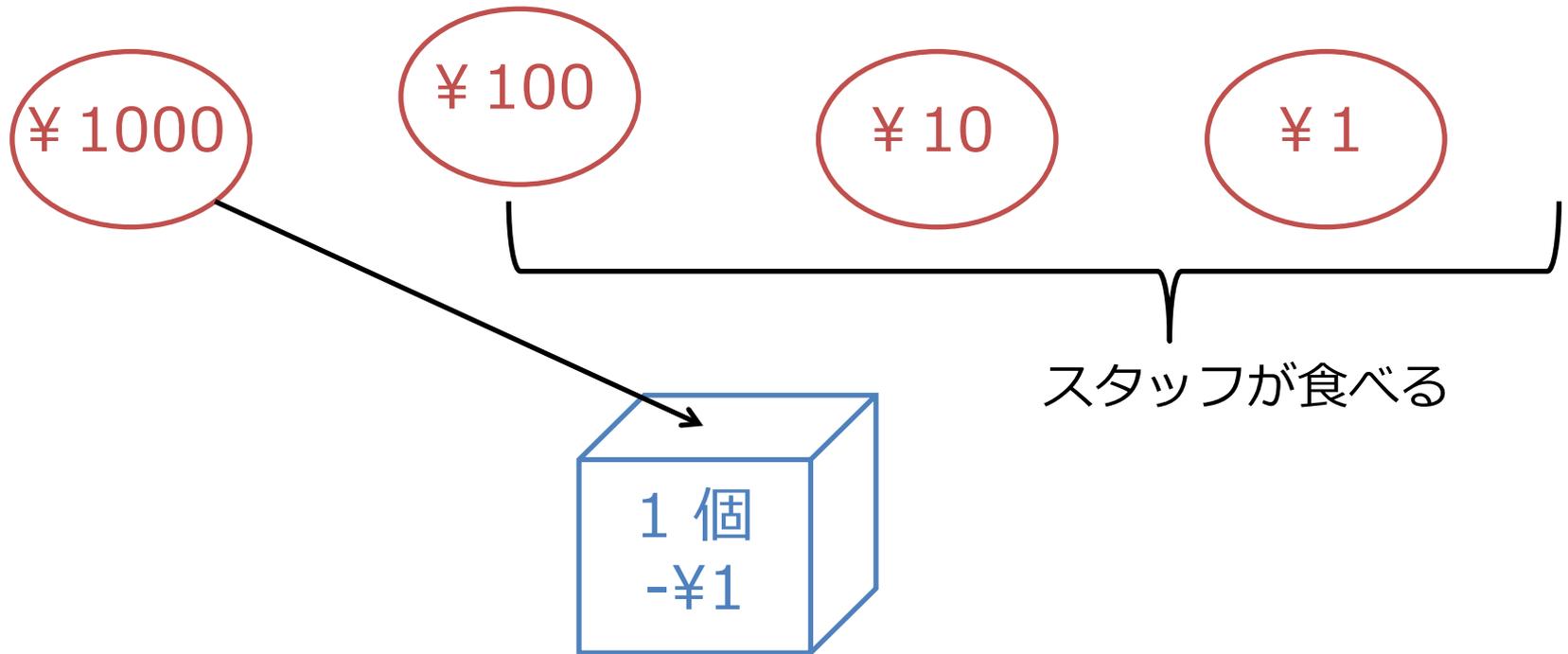
¥ 10

¥ 1



考察

- 同じ個数の饅頭を売るなら，価格が高い方から順に売るほうがよい



部分点解法

- 小課題 1 [25 点] : 箱の個数 $N \leq 10$
- 買う箱の組合せを決める (2^N 通り試す)
- 売れる饅頭の個数の最大値 x が決まる
- 価格が高い方から x 個の饅頭を売る

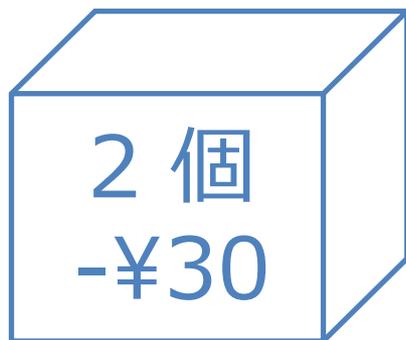
考察

- 買う箱の組合せを決める (2^N 通り試す)
- 売れる饅頭の個数の最大値 x が決まる
- 価格が高い方から x 個の饅頭を売る

考察

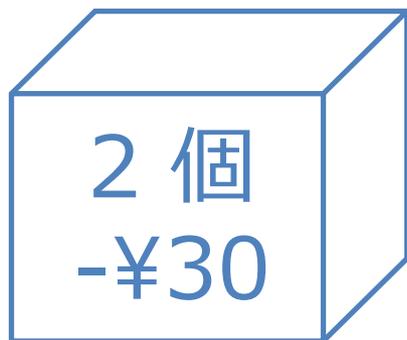
- 饅頭の個数を決めたら？
 - 売上：簡単に求まる
 - 箱にかかる費用：？？？
- 「 x 個以上の饅頭が入るようにするための箱の価格の合計」を $x = 0, 1, 2, \dots, M$ に対して効率よく求めたい

箱が 2 個の場合



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞

箱が 3 個の場合

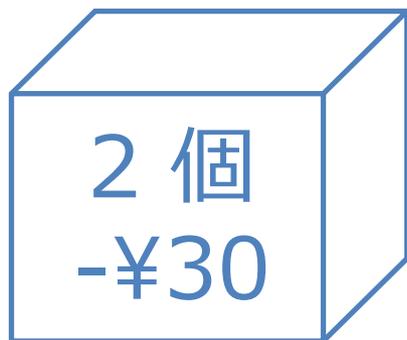


0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

考察

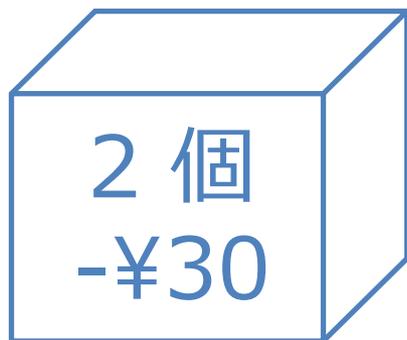
- 「 x 個以上の饅頭が入るようにするための箱の価格の合計」を $x = 0, 1, 2, \dots, M$ に対して効率よく求めたい
- 箱が 1 個少ない場合に求まっていれば表を更新できる

箱が 3 個の場合



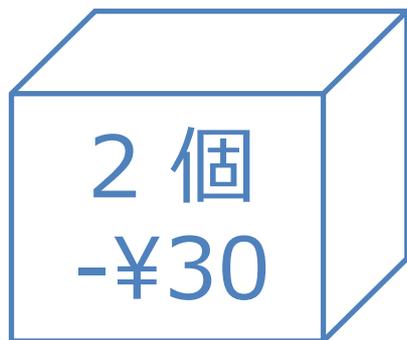
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



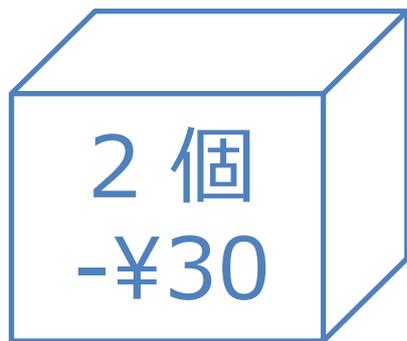
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



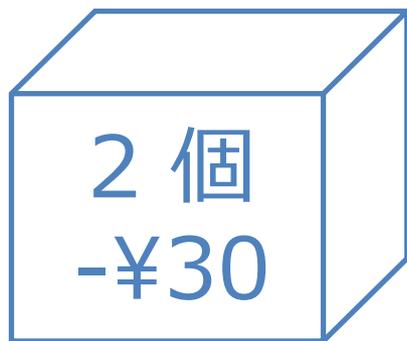
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



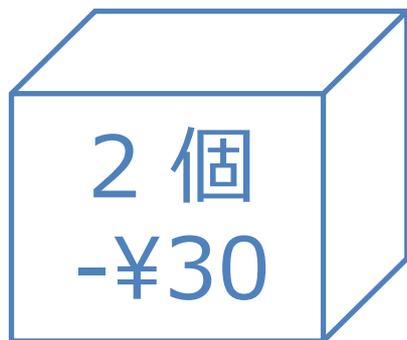
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



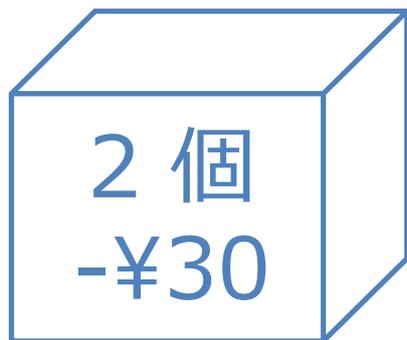
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



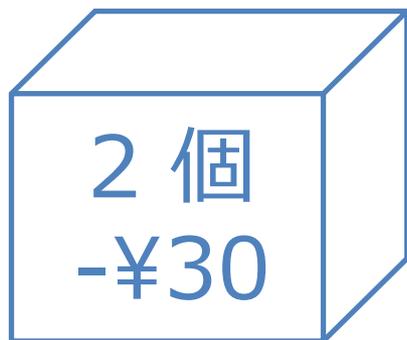
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



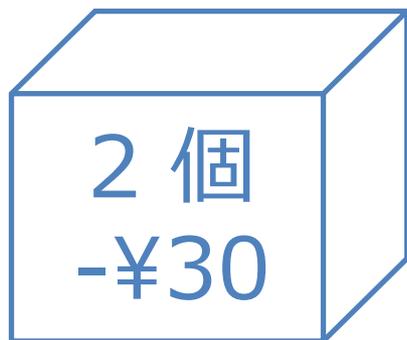
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



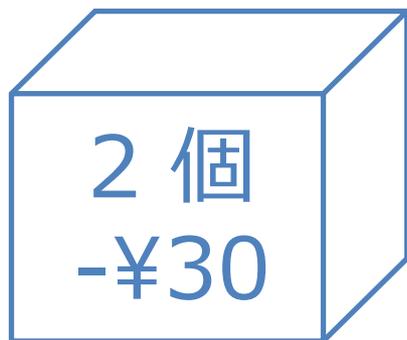
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



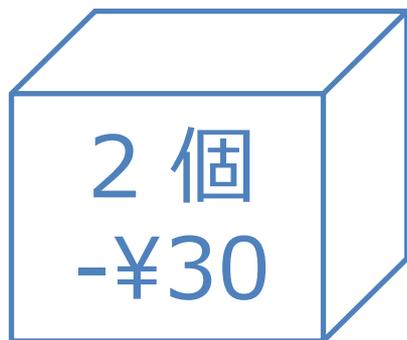
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

箱が 3 個の場合



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	∞									
0	30	30	∞							
0	30	30	40	70	70	∞	∞	∞	∞	∞
0	30	30	40	50	50	80	80	90	120	120

解法

- $f[j, x] := j$ 番目の箱まで考えたときの, x 個以上の饅頭が入るようにするための箱の価格の合計
- $f[j, x]$ は次のうち小さい方
 - $f[j - 1, x]$
 - $f[j - 1, \max\{j - C_j, 0\}] + E_j$

解法

- $M \times N$ の表を埋める
- 各マスを埋めるのに $O(1)$ 時間
- 全体で $O(M N)$ 時間
- 小さい問題に対して解いて、表を埋めていく：**動的計画法**と呼ばれる

部分点解法

- 小課題 2 [35 点] : 箱の大きさ $C_j \leq 10$
- 表の 1 マスを埋めるのに $O(C_j)$ 時間
 - 箱を大きさ $0, 1, 2, \dots, C_j$ として使う場合をそれぞれ考える
- その他バグなど
 - 箱の大きさが余る場合にも大丈夫ですか？

おまけ

- JOI 社は箱の販売で利益を得ている？！

あなたは Just Odd Inventions 社を知っているだろうか？ この会社の業務は「ただ奇妙な発明 (just odd inventions)」をすることである。ここでは略して JOI 社と呼ぶ。

なお、JOI 社が「ただ奇妙な発明」をすることでどうやって利益を得ているかは、社内でも最高機密であり社長以外の誰も知らない。

JOI 2009 本選 5 「認証レベル」

得点分布

