

Sugar Glider

JOI 2013-2014 本選4
Sugar Glider(フクロモモンガ) 解説

解説: 秀 郁未 (tozangezan)

Sugar Glider

フクロモモンガとは？



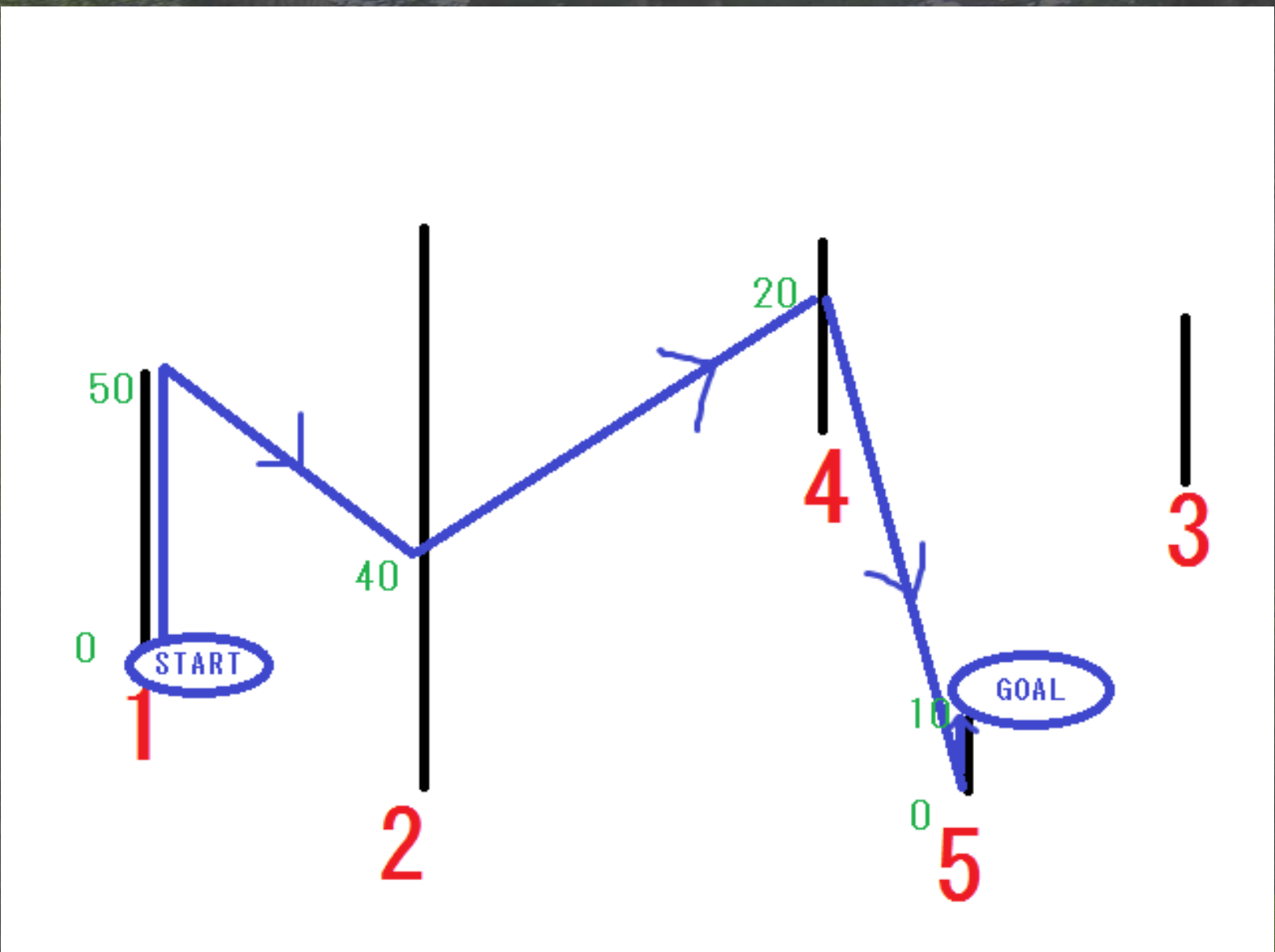
(多摩動物公園にて
撮影)

問題概要

- フクロモモンガが木の間を飛んで出発点から目的地に移動する
- 飛べる木の関係と距離は与えられる
- 木の中で高さ1上下移動するのには1秒かかる
- 木の間を飛んで移動するのには(距離)秒かかり、(距離)だけ高さが低くなる
- 飛んだ先の高さがその木の高さより高い、もしくは0未満(地中にもぐる)という移動はできない
- 最短時間はいくらだろうか？

Sugar Glider

例



最短路？

- 最小時間を求めたい
- なら最短路問題に帰着して解けそうな気がしてくる
- いったい何を頂点としてもつのがいいのだろうか？
 - 経路によって木にいるときの高さが違う
 - 高さが違うと最短時間も違う
 - とりあえず(木の番号,そこでの高さ)の組を頂点として最短路を求めれば正解は出そう
 - 辺は高さ1だけ下,高さ1だけ上,そこから到達できる別の木の該当する高さに張る

最短路問題

- 結構いろいろなアルゴリズムがある
- 今回はコストが全部正なのでDijkstra
- Dijkstra法の解説はここではしません
 - 昔より競技プログラミングが盛んになったので調べればどこでも見られます
 - 去年までの本選解説スライドにも載っています
 - 蟻本(プログラミングコンテストチャレンジブック)にも載っています
- 余談: 超密なグラフでDijkstra使うときは $O(V^2)$ にしましょう(ex. PKU2728)

素朴な解法 計算量

- 頂点数: 木の本数*高さ = $O(\text{sum}(H))$
- 辺数: 高さ*M程度 = $O(MH)$
- Dijkstra法の計算量 = $O(|E| \log |V|)$

- 小課題1 (25点) が得られる

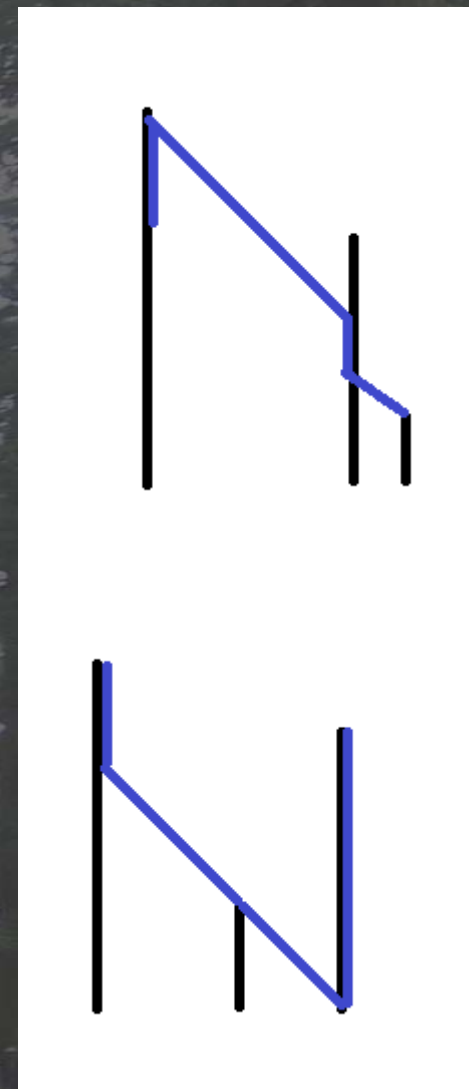
Sugar Glider

考察

- 完全に無駄な移動...登って降りる
- つまりこういう移動 →

- 降りて登るのは有りうる →

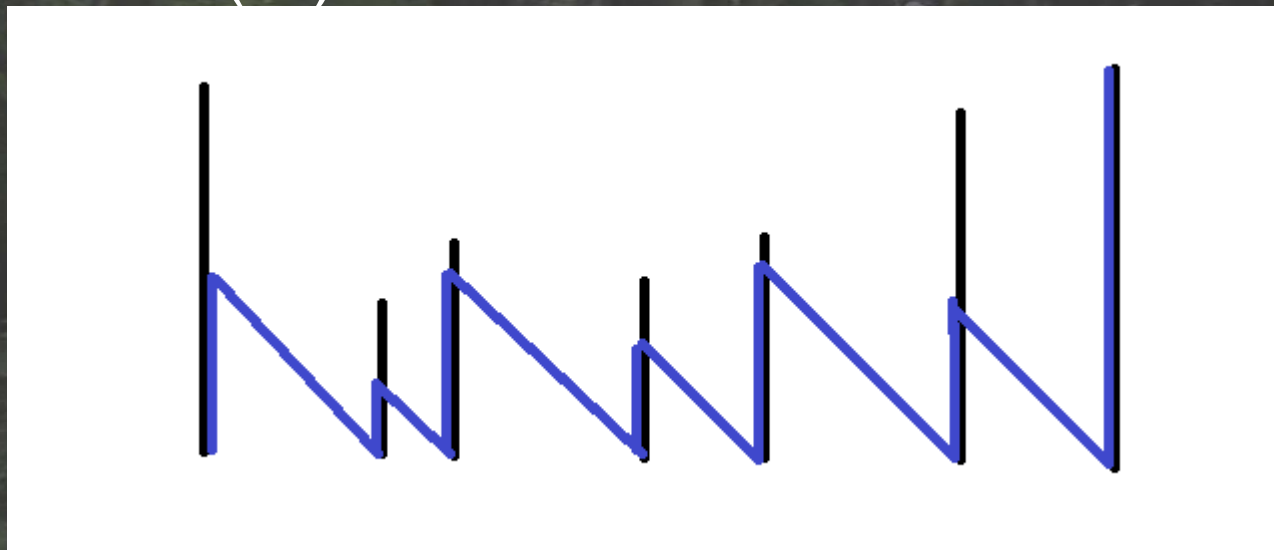
- どういう移動が理想的なのだろうか



小課題2

- 前のページのことを考えると、
- 登りすぎないように移動すれば最適
- →(startが0なので、)移動したいぶんだけ登って、移動する(すると目的地でも高さ0)
- この登り方だけに限定して考えると、頂点数 $O(N)$, 辺数 $O(M)$ の最短路で求められる。

• 図



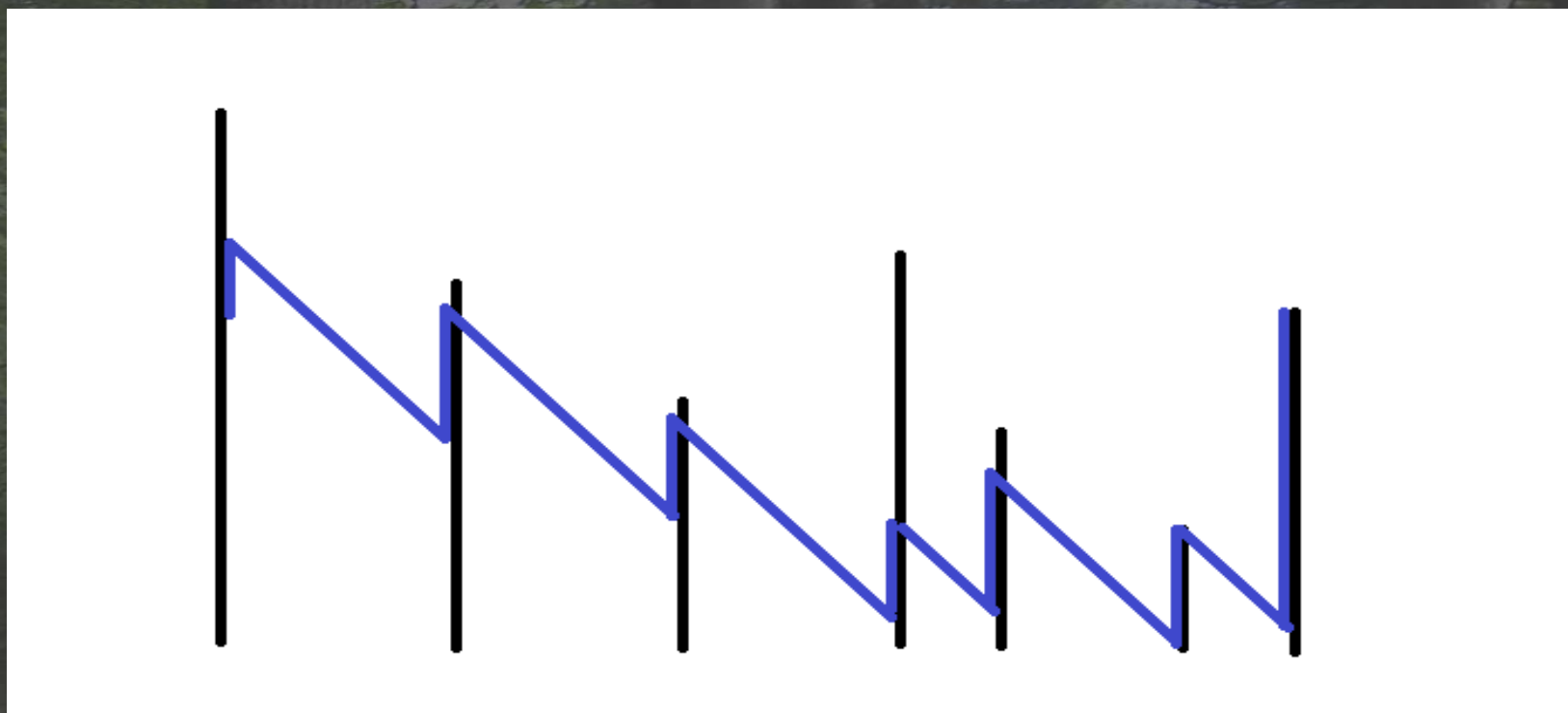
小課題2

- さっきの図を眺めてみると、
- 求める答えは、出発地から目的地までの距離(木の高さを考えない)*2+目的地の木の高さで求められる。
- ただし、絶対移動できない辺があるので、その辺は無視しないといけない。
- こういうやつ(左から右には辺を張れないが、右から左には辺を張れることにも注意)
- 小課題2 (25点) が得られる



小課題3の考察

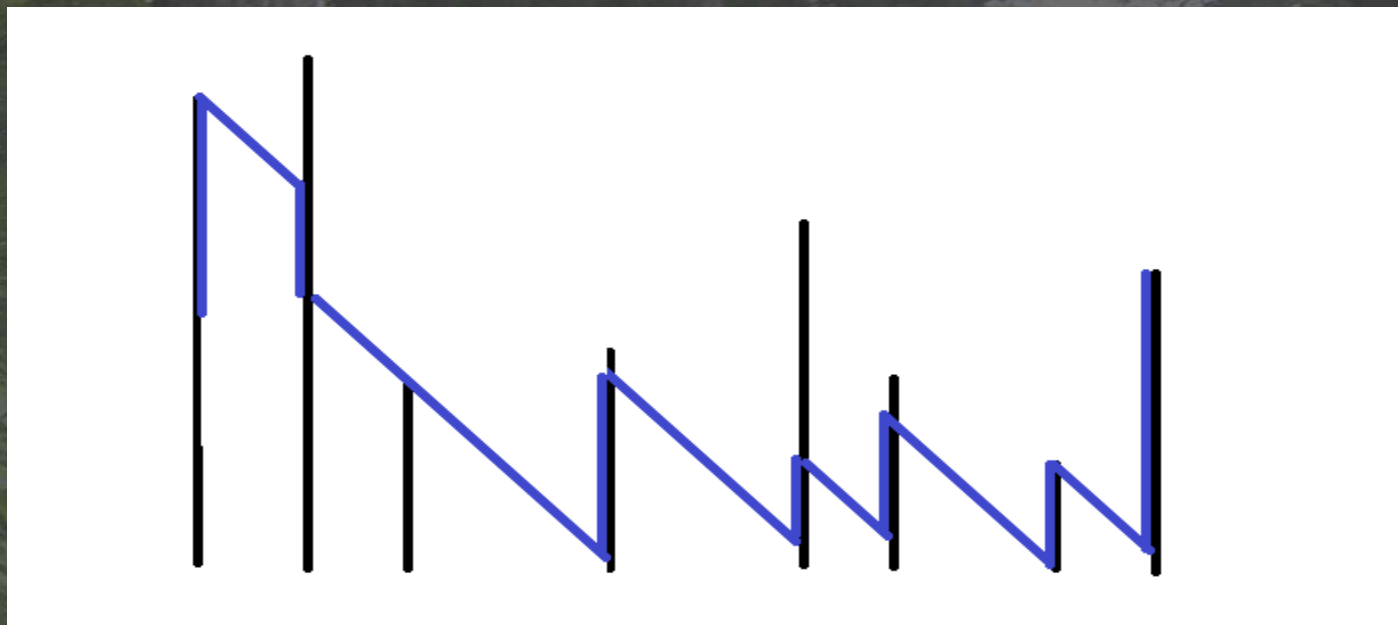
- (経路が決まったとして)その中で最適な移動の仕方を考えよう。



- 最適なパターンの一種

小課題3の考察

- 最適でない例



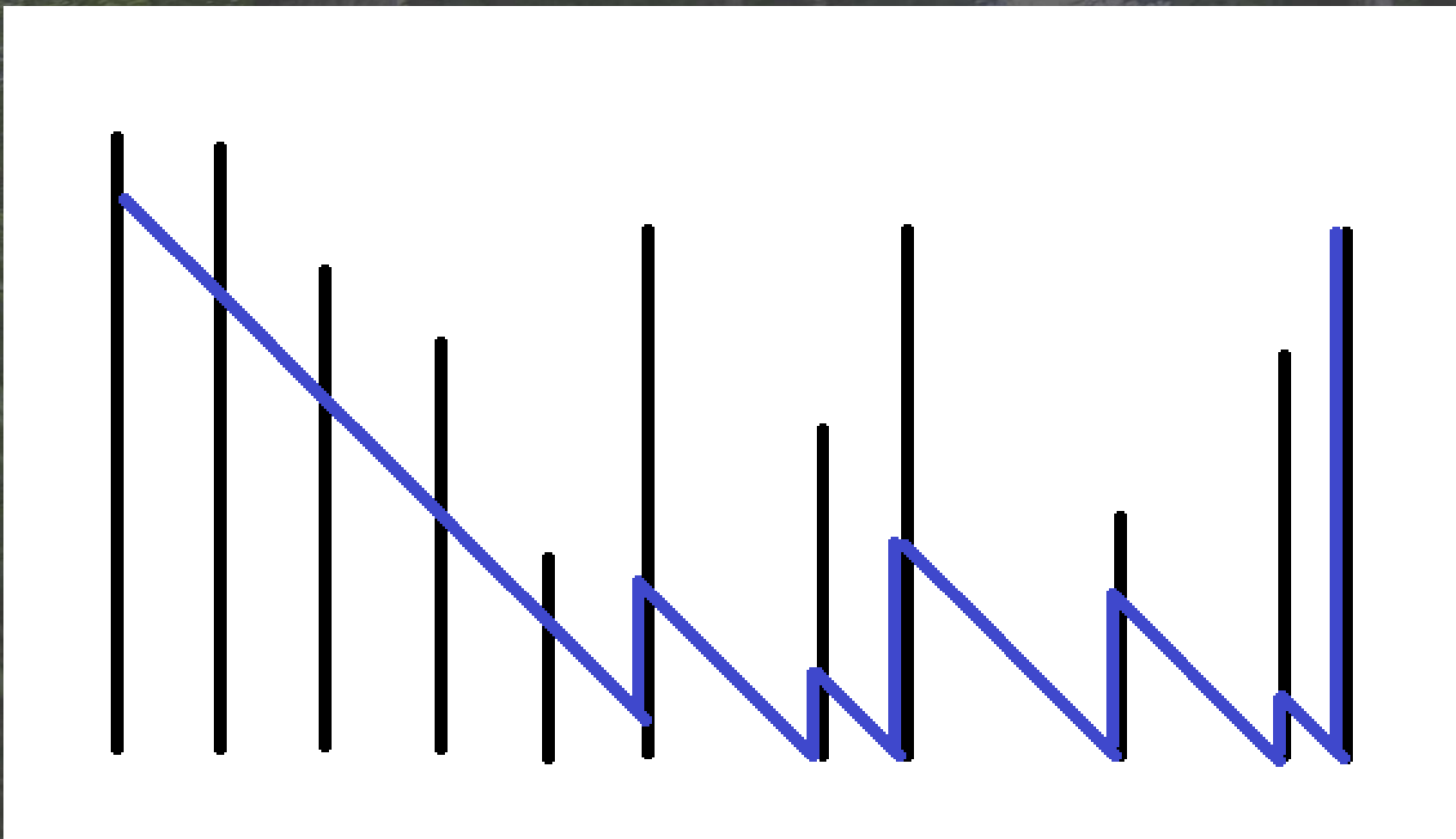
- 何枚か前のスライドに書いた「登って降りる」無駄な移動をしている
- これが起きないような移動の仕方なら最適

小課題3の考察

- さっきの無駄な移動をしないもっとも単純な移動を考えよう(なるべく単純な移動にすることで、最短路問題の頂点数を $O(N)$ にできるのか?)
- →できます
- その答えは...

Sugar Glider

小課題3の考察



小課題3の考察

- 各木でやっている移動は以下のとおり
- 移動先の高さが木の高さより高いとき
→移動先の木の高さまで移動
- 移動先の高さが0以上木の高さ以下のとき
→そのまま移動
- 移動先の高さが0未満になるとき
→移動先の高さが0になるように登って調整 (調整できないときはその移動は無理)

小課題3の考察

- 頂点数は $O(N)$, 辺数は $O(M)$
- 各頂点における到達までの最短時間を持っておくだけで、その木における高さは容易にわかる
- 初期位置の高さを X とすると、
- $\text{cost}[i] \leq X$ なら高さ $(X - \text{cost}[i])$ にいる
- $\text{cost}[i] > X$ なら高さ 0 にいる
- 最終的に答えは $\text{cost}[N] +$ 最後の移動
- 最後の移動の高さ調節も同様に計算できる

満点

- これでどういうケースであっても頂点数 $O(N)$,辺数 $O(M)$ の最短路の計算時間で解ける。
- 到達できないときは-1を出力する
- Dijkstra法を使えば余裕な時間
- 小課題1~3 (100点) が得られる

- 移動の仕方が何種類があるのでそれらを全部もれなく書くことが大事(頑張ってください)
- あとオーバーフロー

Sugar Glider

得点分布

