

JOI 2014-2015 本選1 鉄道旅行(Railroad Trip) 解説

三谷庸 (wo)

A decorative graphic consisting of several horizontal lines of varying lengths and colors (teal and white) extending from the right side of the slide.

問題概要

- $1, 2, \dots, N$ という駅が順番に並んでいる。
- 駅 i と駅 $i+1$ の間には鉄道が走っている。
- P_1, P_2, \dots, P_M の順に旅行する。
- 駅 i と駅 $i+1$ の間の移動には
- A_i 円必要
- あらかじめ C_i 円払っておくと B_i 円で移動可能
- 最小の費用を求める

小課題1 (20 点)

- 訪れる都市の数 = 2

小課題1 (20 点)

- 訪れる都市の数 = 2
- 各鉄道には 1 回しか乗らない
- 満点をとれる解法が思いつかなくても、単純な解法で部分点を取ることがあります。

小課題1 (20 点)

- 訪れる都市の数 = 2
- 各鉄道には 1 回しか乗らない
- 各鉄道に対して
- 紙の切符で乗る: A_i 円
- IC切符で乗る: $B_i + C_i$ 円
- の安い方をとる

小課題2 (30 点)

- 鉄道の数 $\leq 1\,000$
- 訪れる都市の数 $\leq 1\,000$

小課題 2 (30 点)

- 各鉄道についてICカードを使うか紙の切符を使うかは独立に決められる。
- ICカードを買った鉄道に乗るときは、毎回ICカードを使って乗る。

小課題 2 (30 点)

- 各鉄道について、その鉄道に乗る回数だけ考えればよい。
- 鉄道 i に n_i 回乗るとすると、その鉄道に払うべき金額は

$$\min(A_i * n_i , B_i * n_i + C_i) \text{ 円}$$

小課題 2 (30 点)

- 各鉄道を使う回数を数える。
- 鉄道に対応する整数配列を用意し、
- 都市 x から都市 y ($x < y$) に移動するときに
- 鉄道 $x, x+1, \dots, y-1$ を使う回数を 1 ずつ増やす。
- $x > y$ ならば x と y を入れ替えればよい。

小課題 2 (30 点)

- 計算量 (計算にかかる時間) は？
- 「都市 x から都市 y へ行く ($x < y$) 」という処理をするには 1 足す操作を $y-x$ ($< N$) 回行う必要がある。

小課題 2 (30 点)

- $O(N)$ の処理を M 回やる。
- 計算量は $O(NM)$
- $NM \leq 1\,000\,000$ なので、間に合いそうであると分かります。

満点解法

- 配列の x 番目から y 番目に 1 を足すという操作を高速にやりたい。

満点解法

- 配列の x 番目から y 番目に 1 を足すという操作を高速にやりたい。

累積和

累積和

	1	1	1	1	
--	----------	----------	----------	----------	--



	+1				-1
--	-----------	--	--	--	-----------

累積和

- $\text{count}[x], \text{count}[x+1], \dots, \text{count}[y]$ に $+1$ をしたいとする。
- ひとつずつ $+1$ していくかわりに、
- $\text{count}[x]$ に $+1$ し、 $\text{count}[y+1]$ に -1 する。
- その後 . . .

累積和

	+1				-1
--	-----------	--	--	--	-----------



	1	1	1	1	
--	----------	----------	----------	----------	--

累積和

- 累積和をとる
- 各 i に対して、
- $\text{count}[0] + \text{count}[1] + \dots + \text{count}[i]$
- を求める

累積和

- 小さい i から順番に、
- $\text{sum}[i] = \text{sum}[i-1] + \text{count}[i]$
- のように処理していくと高速に求まる

- このような考え方を累積和といい、プログラミングコンテストで頻出です。

満点解法

- 問題の解き方に戻って、
- 方針は小課題 2 の解法と同じ
- 鉄道を使う回数を求める時に累積和を使う。

満点解法

- 計算量は？
- 始点に $+1$, 終点の一つ後に -1 する: $O(M)$
- 累積和を求める: $O(N)$
- 全部で $O(N+M)$ で解ける。
- $N, M \leq 100\,000$ でも間に合う。

注意点

- 答えの値は大きくなりえます。
- 鉄道に乗るたびに毎回およそ 100 000 円とられることがあります。
- 99 999 日間毎日 99 999 本の鉄道に乗ることがあり得る。

注意点

- その時の総金額はおよそ
- $100\ 000 * 100\ 000 * 100\ 000 = 10^{15}$ 円
- int に収まらない
- long long を使いましょう。
- 使い方は Technical info の通り

得点分布

