断層(Geologic Fault) 解説

DEGwer

問題概要

- 地層がある
- 「地面が斜めに切れて上側が盛り上がる」というクエリがQ個与えられる
- Q回のクエリのあとの地表面の位置$1 \sim N$は何年前の地層か答えよ

問題概要

0

1

2

3

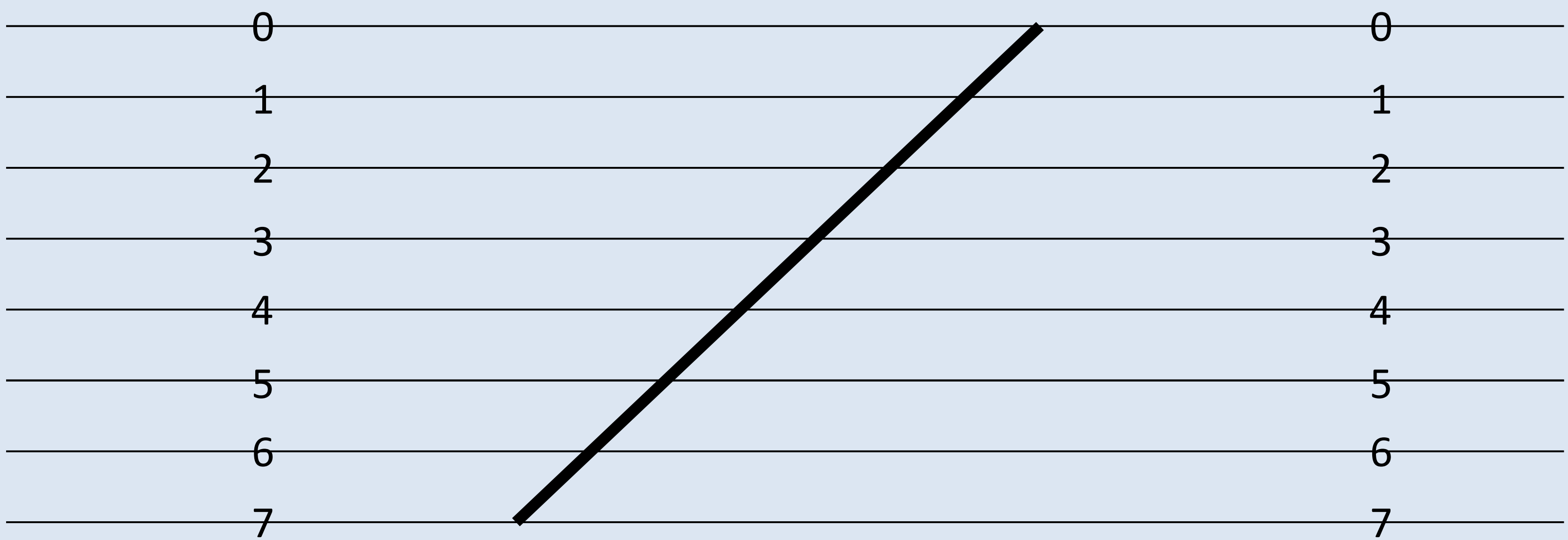
4

5

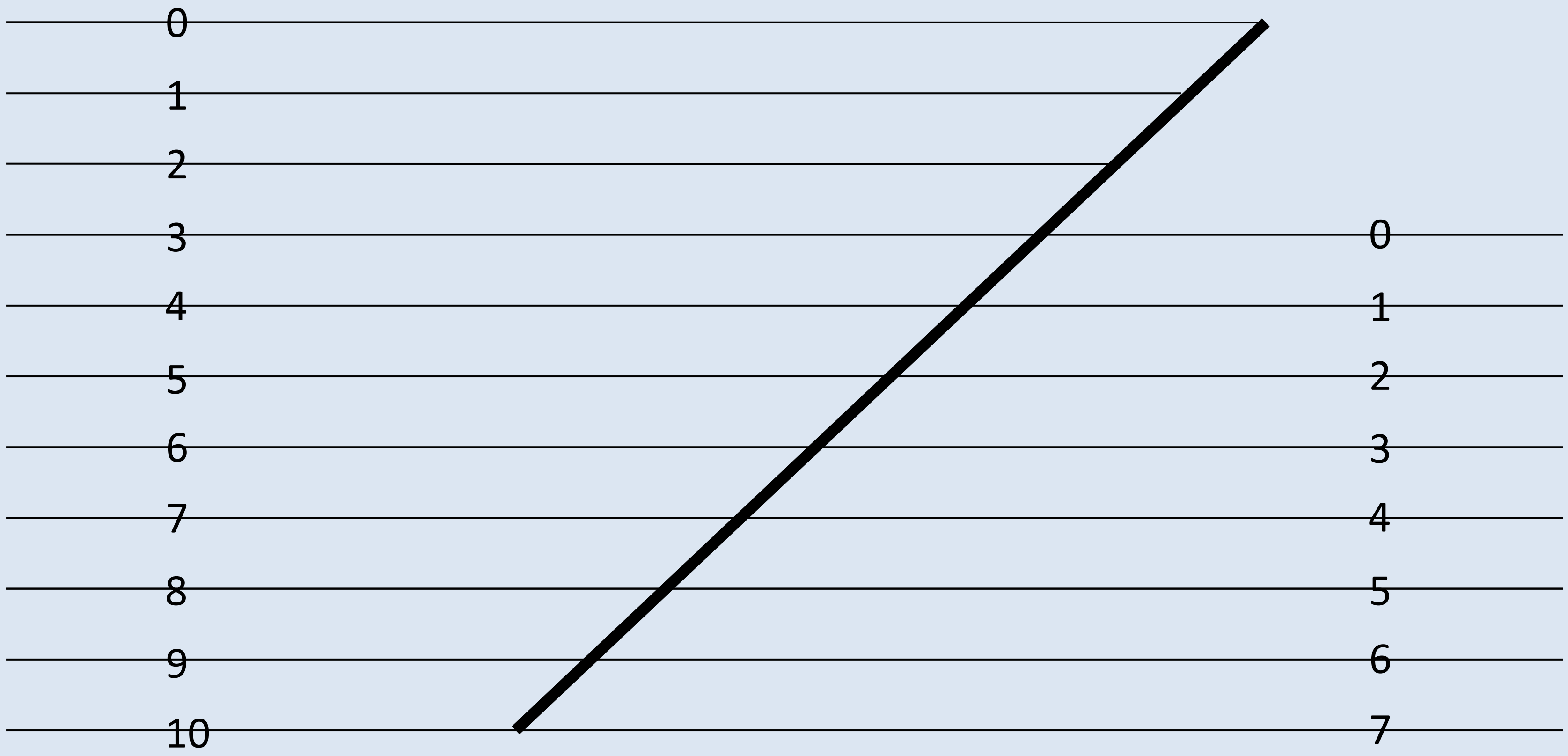
6

7

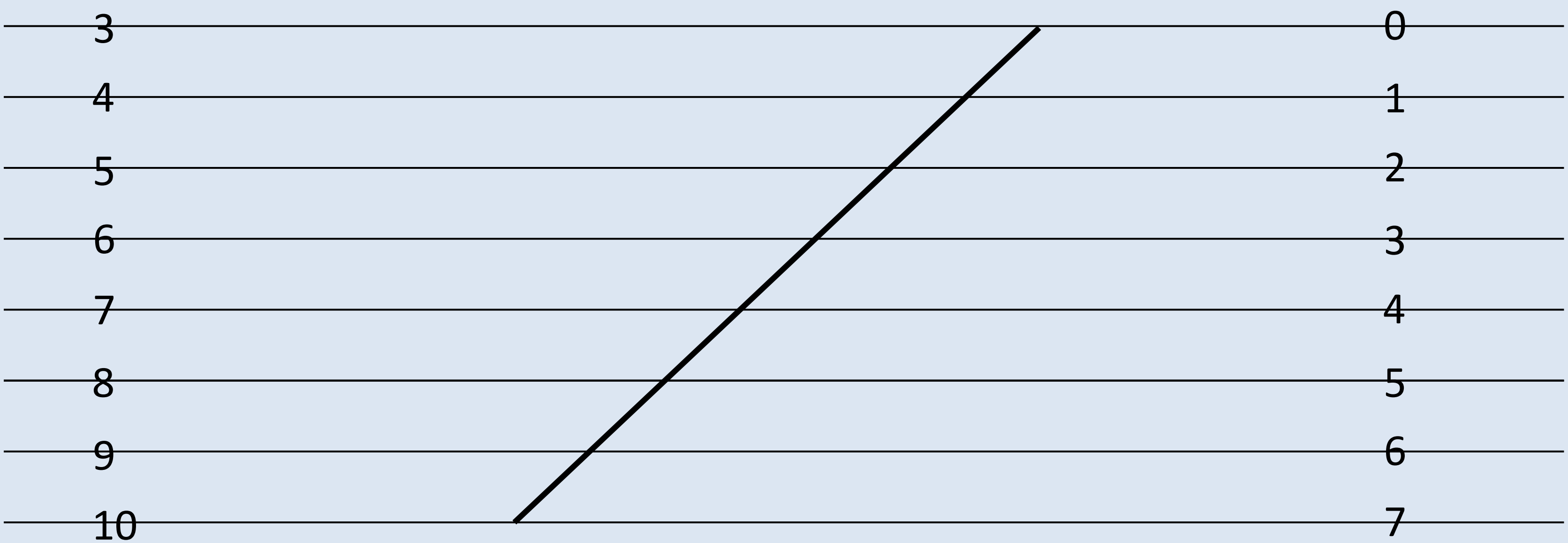
問題概要



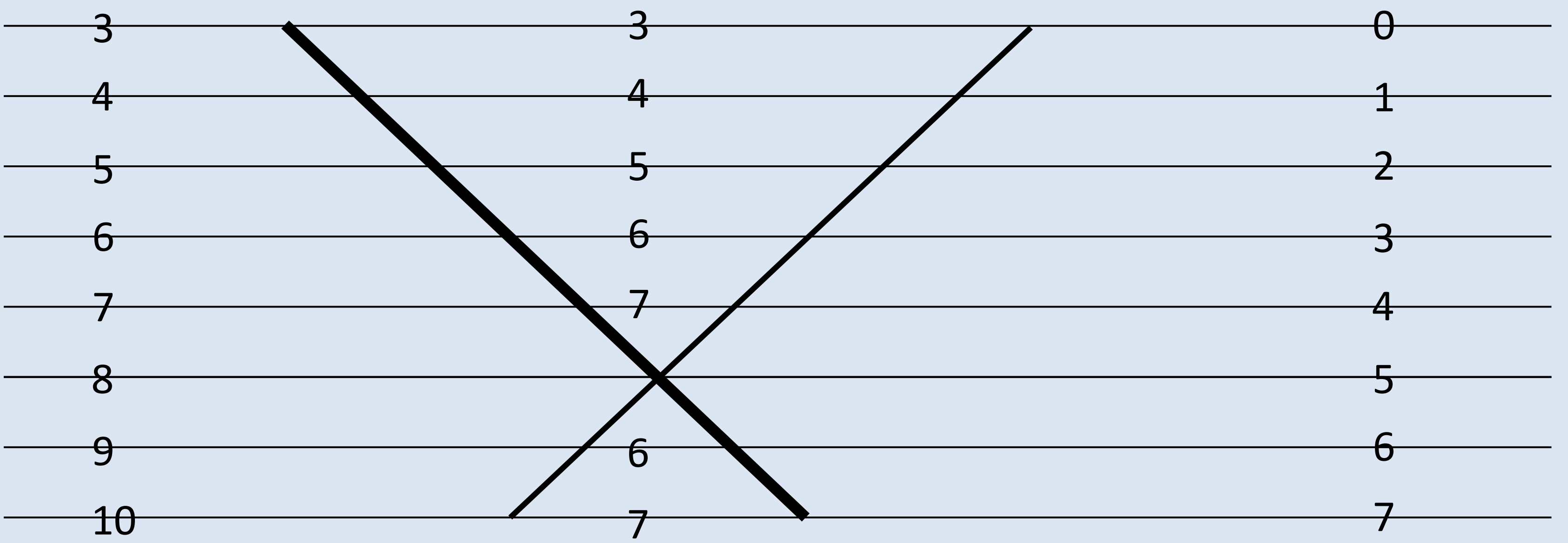
問題概要



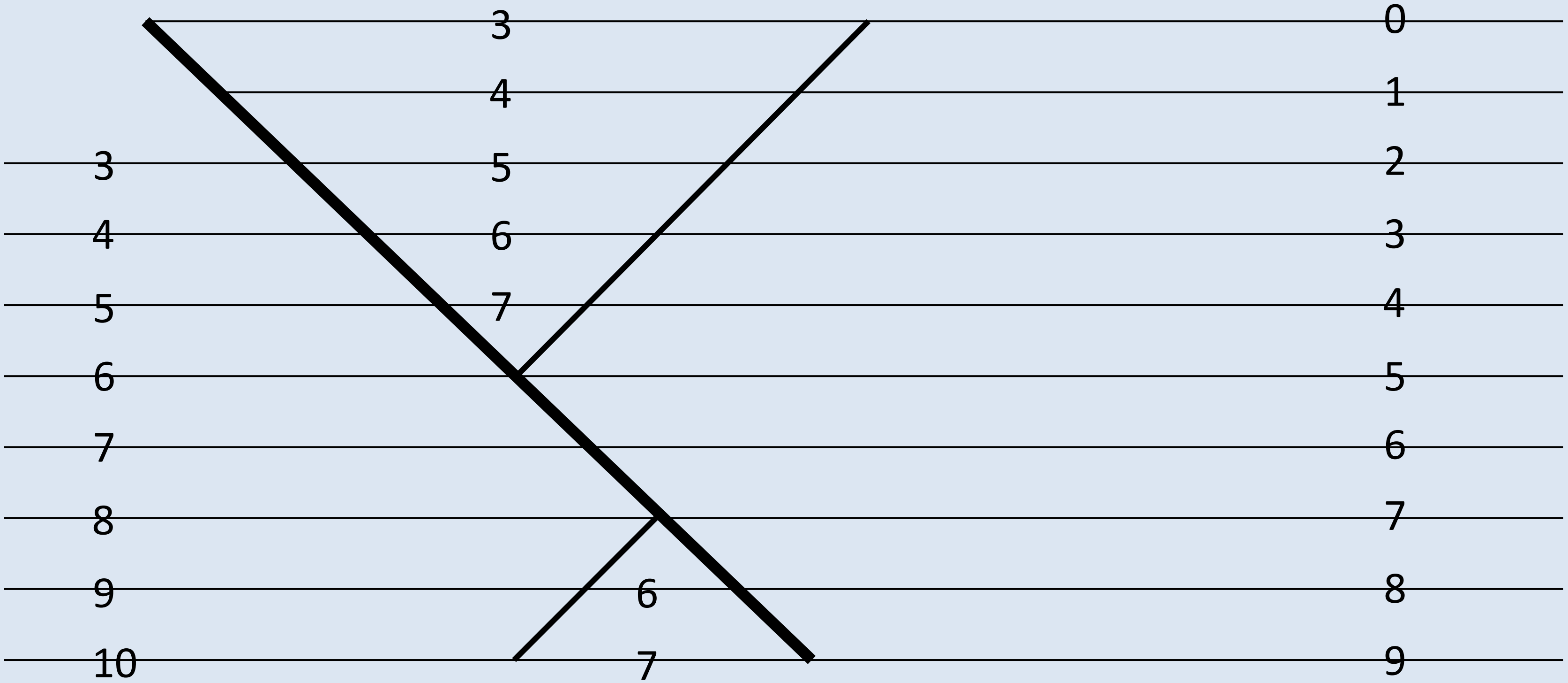
問題概要



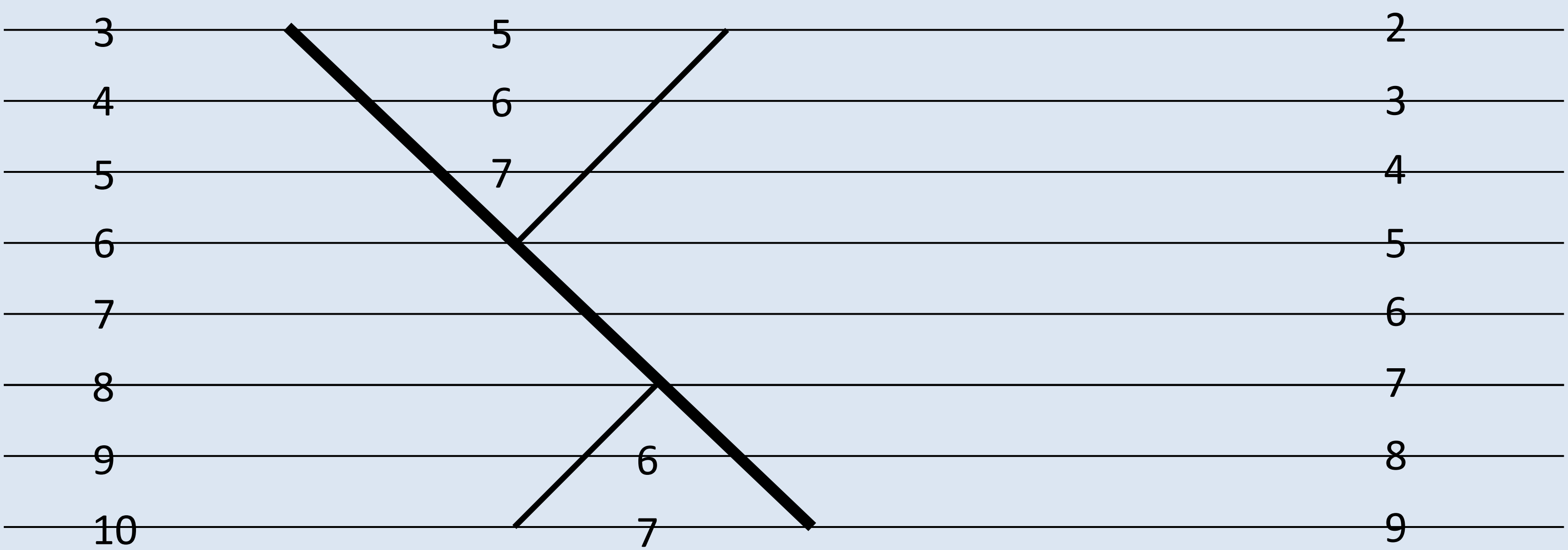
問題概要



問題概要



問題概要



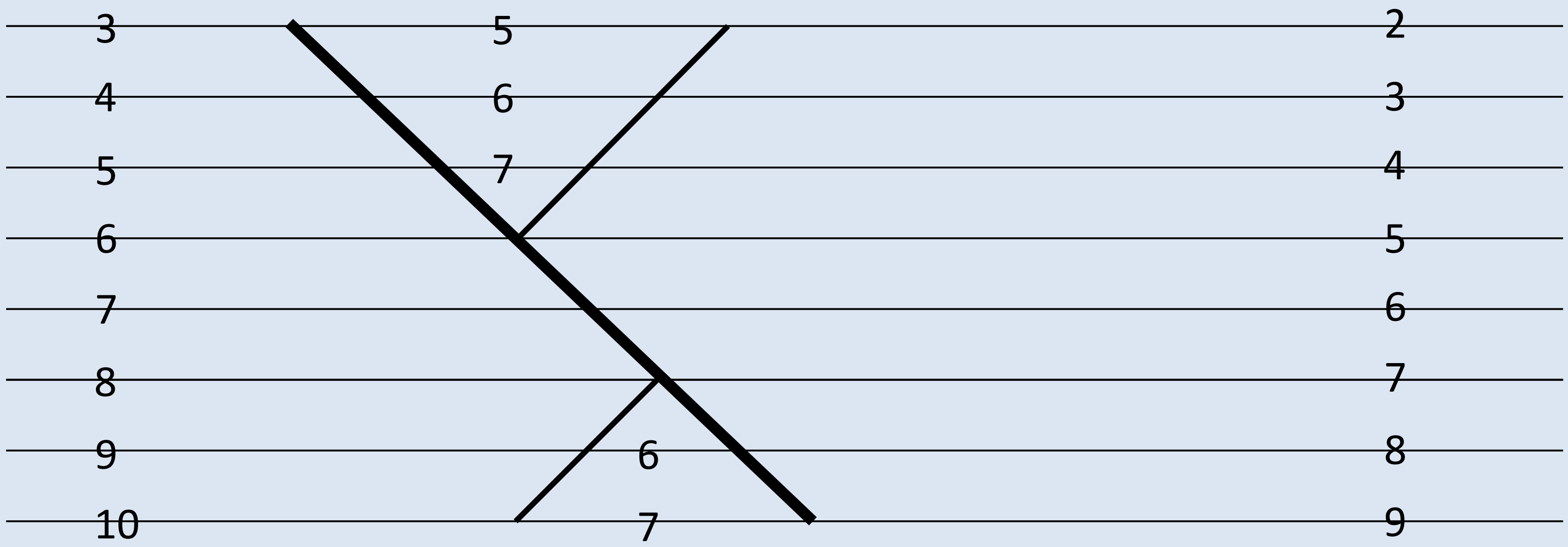
一般的テク

- ななめ45度というのは考えにくい
- こういうときは、図全体を45度回してしまうとよい

- マンハッタン距離を扱う時とかにもよく使うテク

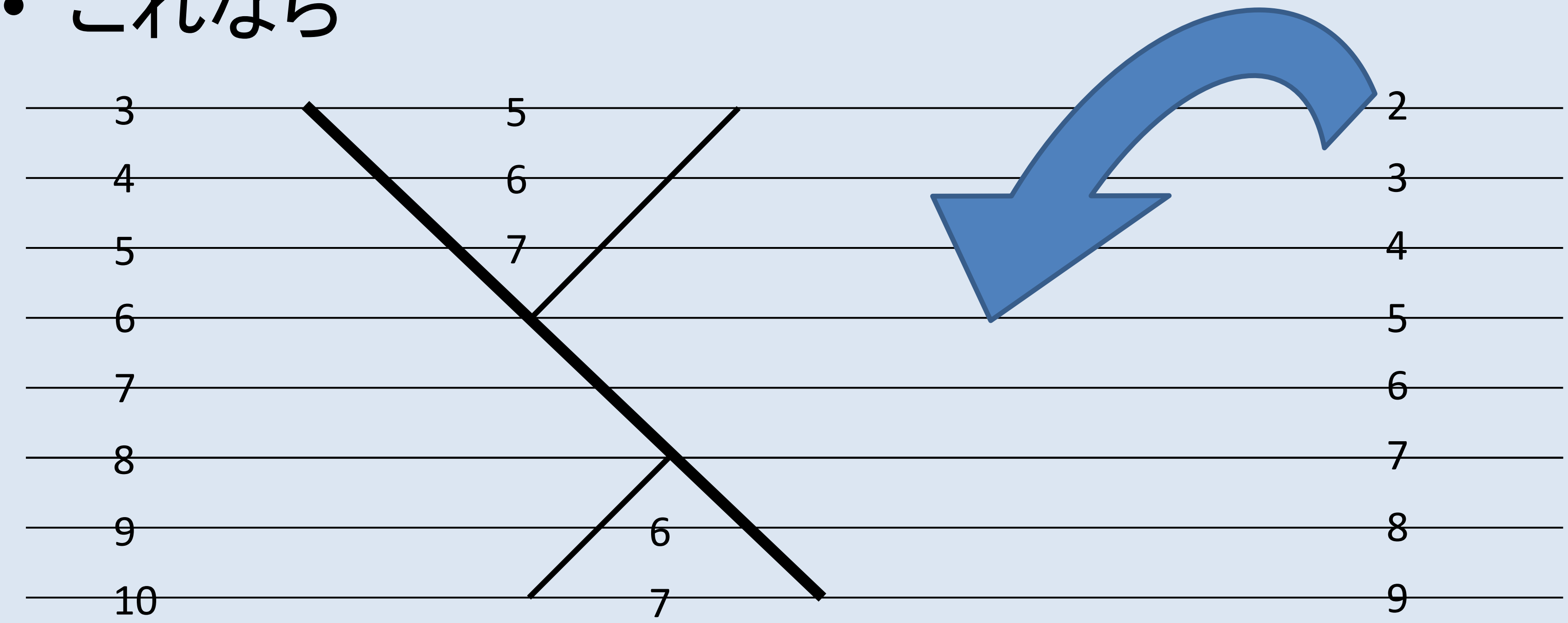
一般的テク

- これなら



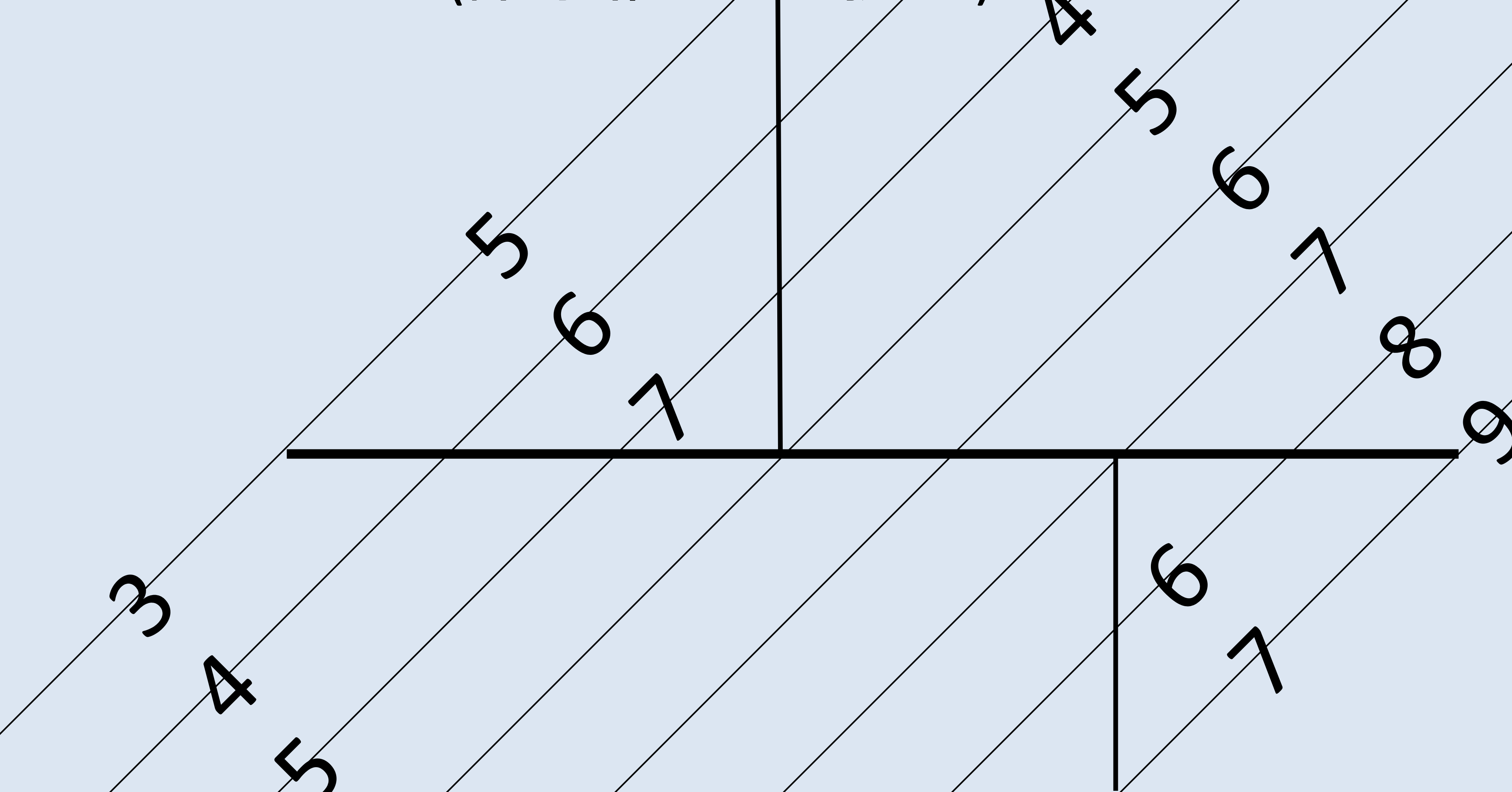
一般的テク

- これなら



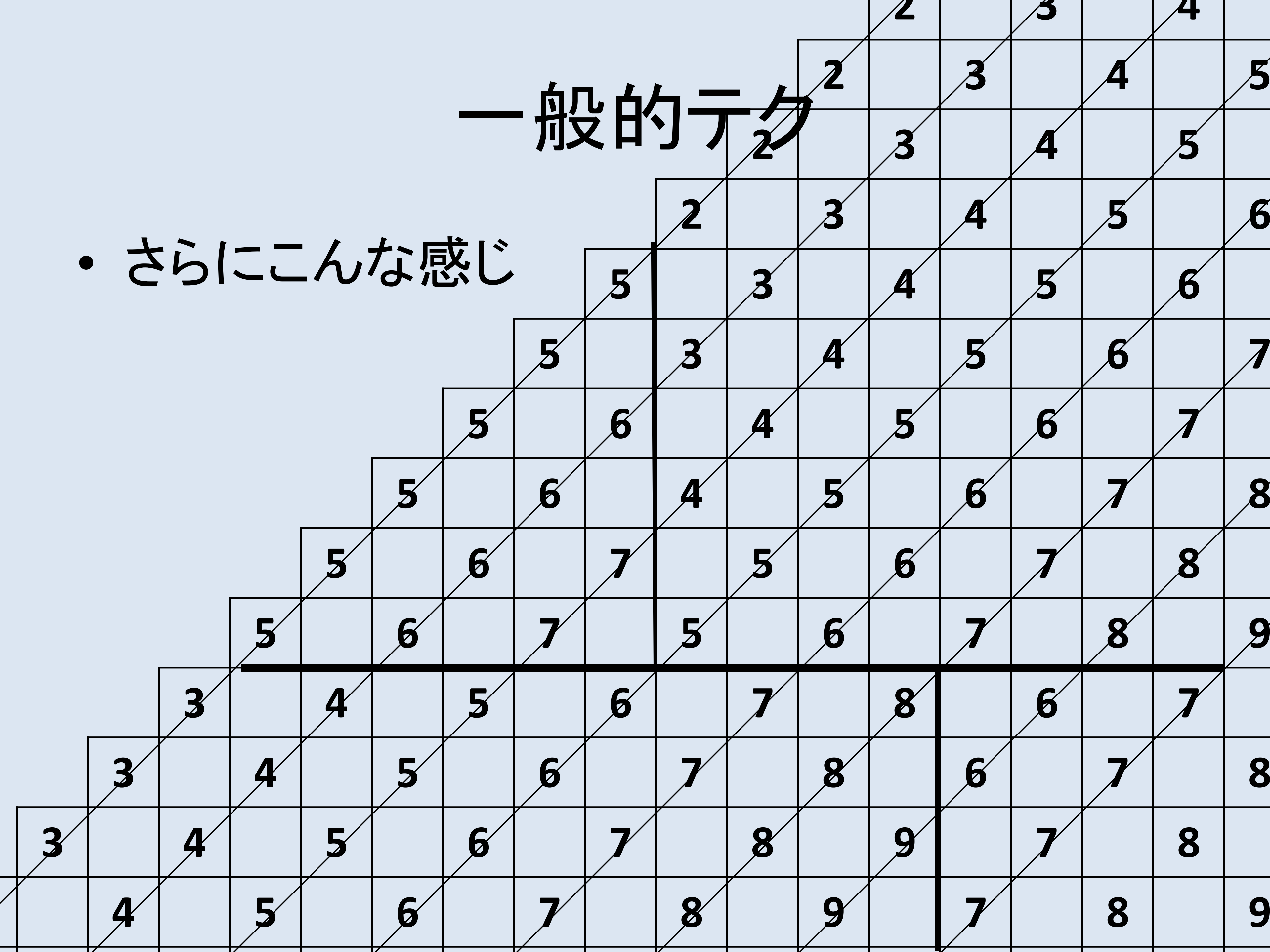
一般的テク

- こんな感じ(諸事情により拡大)



一般的テク

- さらにこんな感じ



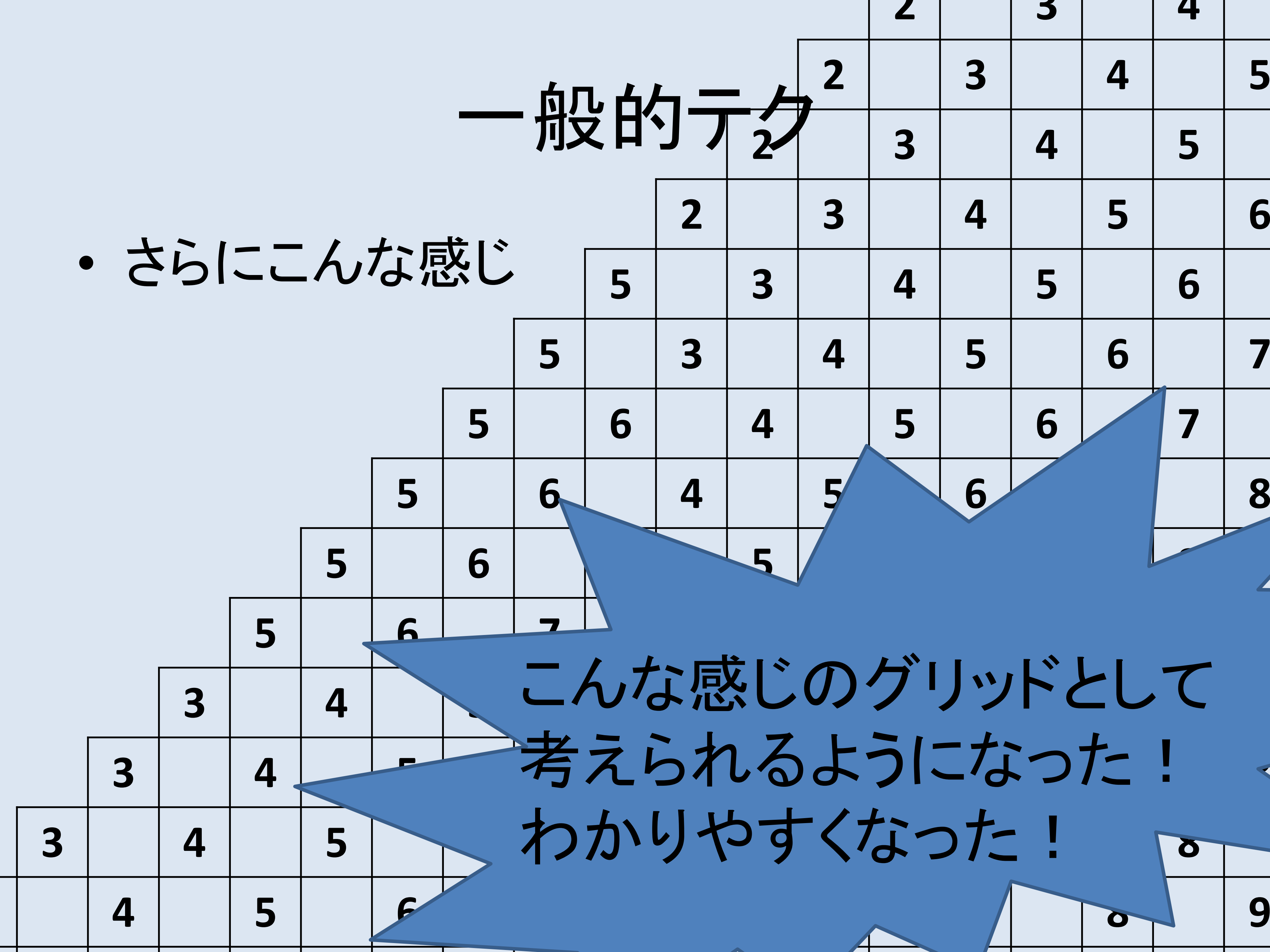
一般的テク

- さらにこんな感じ

												2		3		4	
											2		3		4		5
										2		3		4		5	
									2		3		4		5		6
								5		3		4		5		6	
							5		3		4		5		6		7
						5		6		4		5		6		7	
					5		6		4		5		6		7		8
				5		6		7		5		6		7		8	
			5		6		7		5		6		7		8		9
		3		4		5		6		7		8		6		7	
	3		4		5		6		7		8		6		7		8
3		4		5		6		7		8		9		7		8	
	4		5		6		7		8		9		7		8		9

一般的テク

- さらにこんな感じ



一般的テク

初期状態では
こんな感じ

									0
								0	
							0		1
						0		1	
					0		1		2
				0		1		2	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
	0		1		2		3		4
0		1		2		3		4	

一般的テク

この領域が隆起すると?

									0
								0	
							0		1
						0		1	
					0		1		2
				0		1		2	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
	0		1		2		3		4
0		1		2		3		4	

一般的テク

この領域が隆起すると?

45度回したので、隆起の向きはこっち

									0
								0	
							0		1
						0		1	
					0		1		2
				0		1		2	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
	0		1		2		3		4
0		1		2		3		4	

一般的テク

こうなる

※高さ方向1の隆起はこのグリッドでは2マス分の動きであることに注意

							0		1
						0		1	
					0		1		2
				0		1		2	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
	0		1		2		3		4
0		1		2		3		4	

一般的テク

風化するところなる

									1
								1	
							1		2
						1		2	
					1		2		3
				1		2		3	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
	0		1		2		3		4
0		1		2		3		4	

一般的テク

こっちが隆起すると?

今度はこっち向き

									1
								1	
							1		2
						1		2	
					1		2		3
				1		2		3	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
	0		1		2		3		4
0		1		2		3		4	

一般的テク

こうなる

									1
								1	
					1		1		2
				1		1		2	
			0		1		2		3
		0		1		2		3	
	0		1		2		2		3
0		1		2		2		3	
	1		2		3		3		4
1		2		3		3		4	

一般的テク

風化するところうなる

									1
								1	
							1		2
						1		2	
					1		2		3
				1		2		3	
			1		2		2		3
		1		2		2		3	
	1		2		3		3		4
1		2		3		3		4	

一般的テク

- 「ななめ45度にずれる」という操作が、グリッドの縦横への平行移動に書き換えられた！
- わかりやすくなった

小課題1(18点)

- $N \leq 100, Q \leq 100,$ (隆起の高さ) $= 1$
- この表を作って、クエリを1個ずつ愚直にシミュレートし、最後の地表(すなわちこのグリッドの対角線)の状態を出力すればよい
  - $O(N^2)$個のマスだけ覚えておけば十分

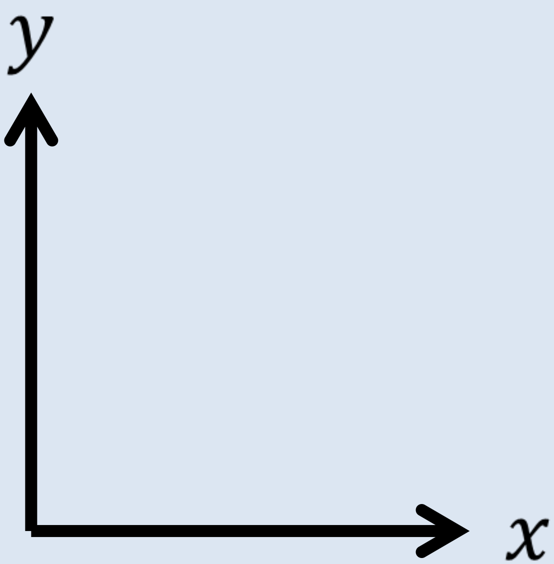
- 一回の隆起あたり$O(N^2)$で処理できる
- $O(N^2Q)$となり、18点が得られる

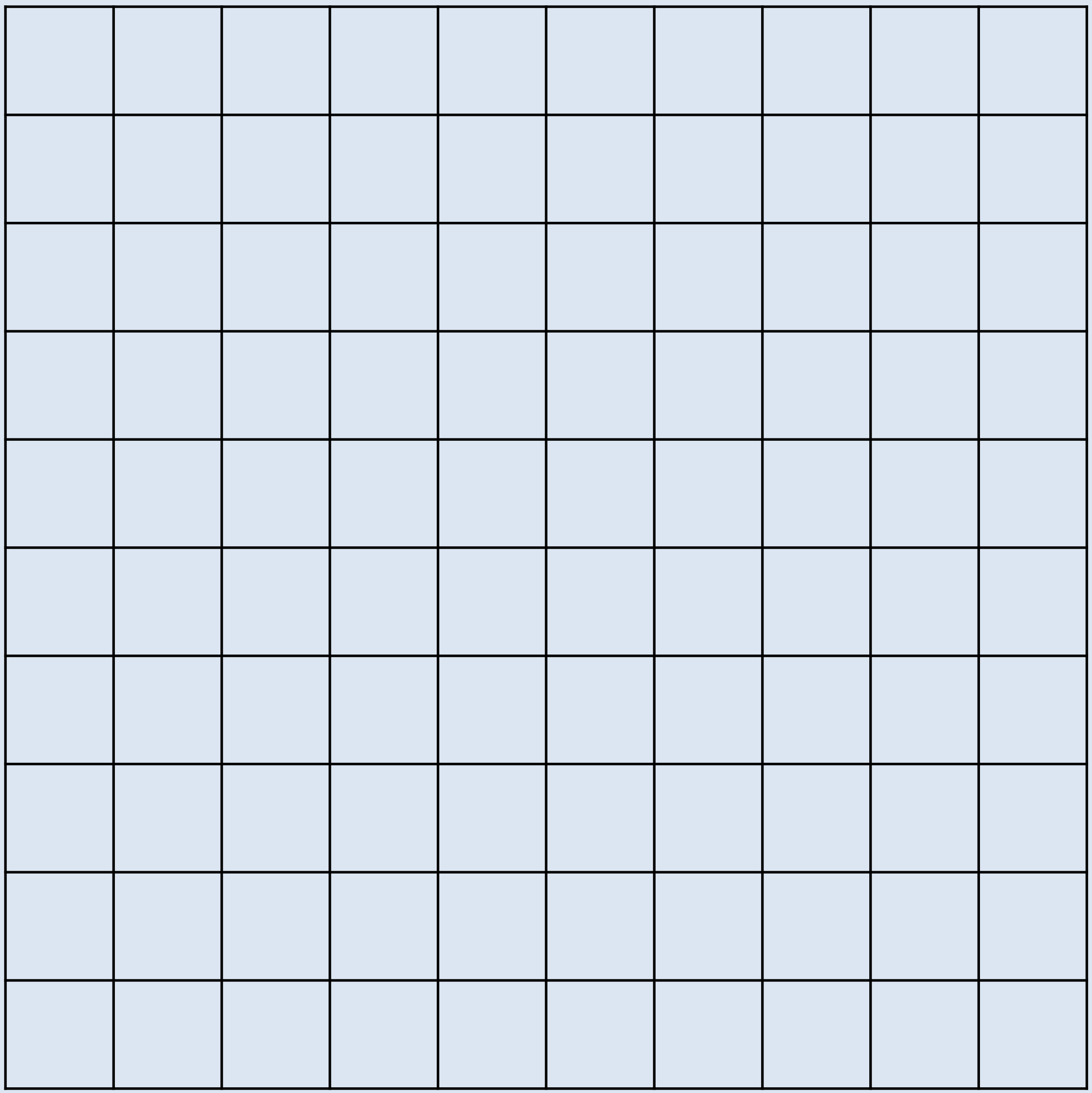
発想

- クエリを後ろから見る
- すると以下のような問題に書き換えられる
- 「沈降がQ回起こる。地表の座標1~Nの点はQ回の沈降のあとどこに行くか?」

発想

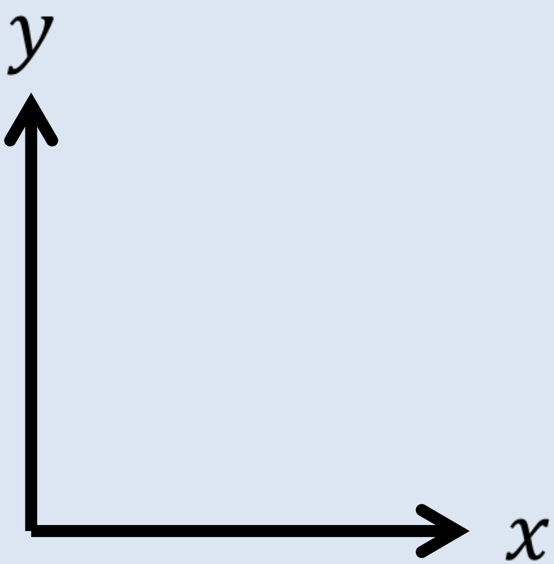
とりあえず、x軸とy軸をこのように取っておく

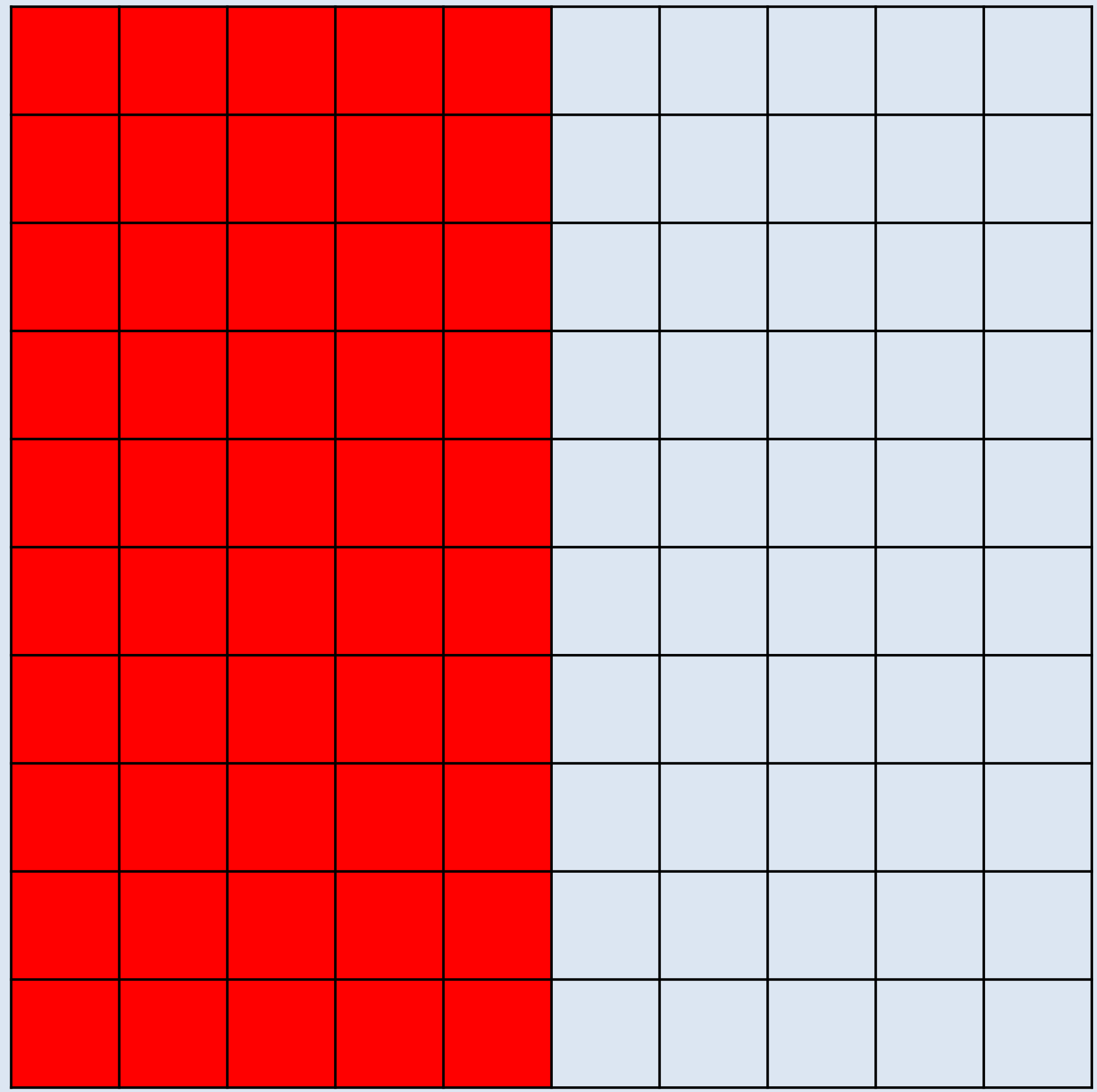




発想

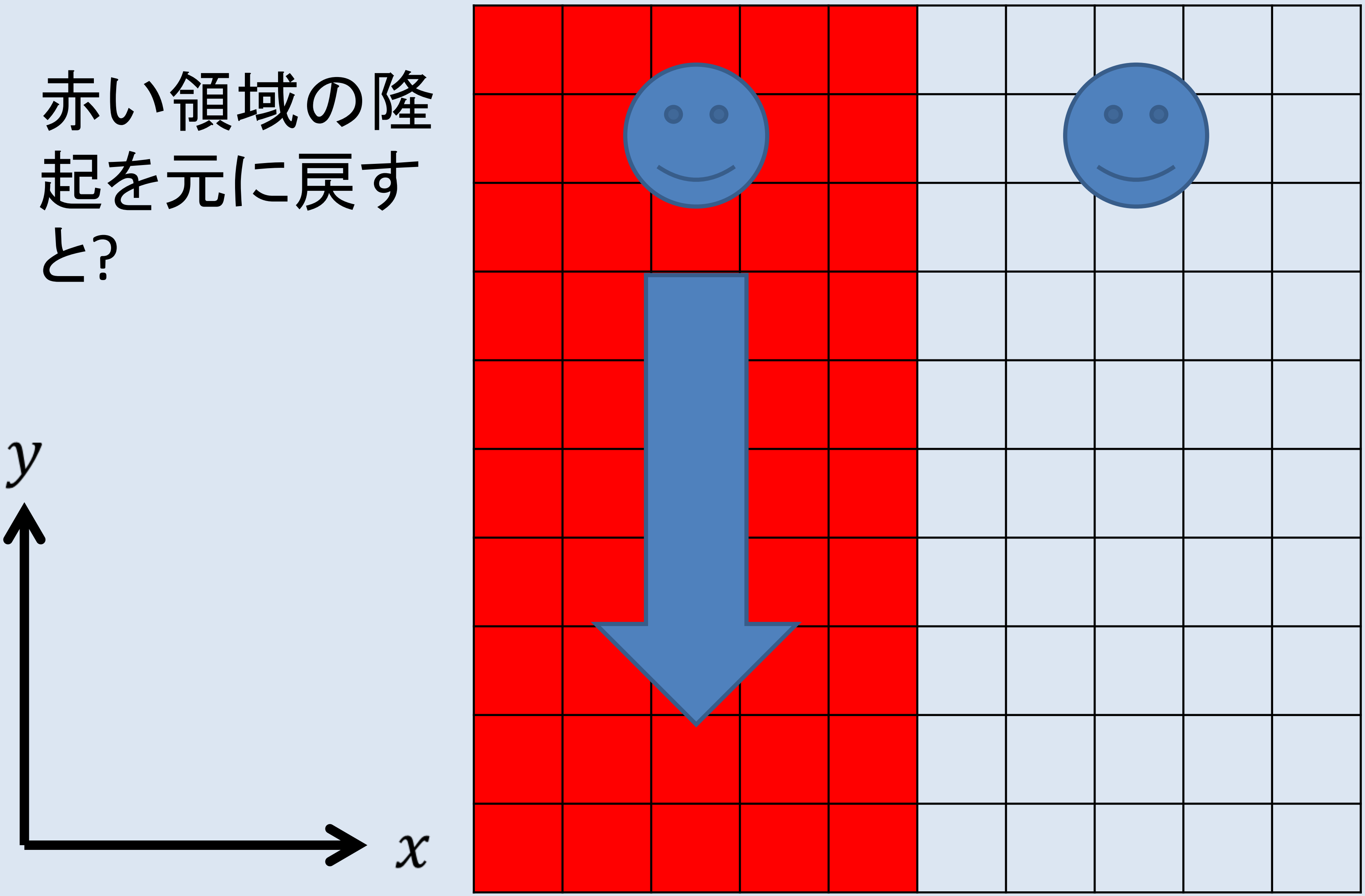
赤い領域の隆起を元に戻すと?





発想

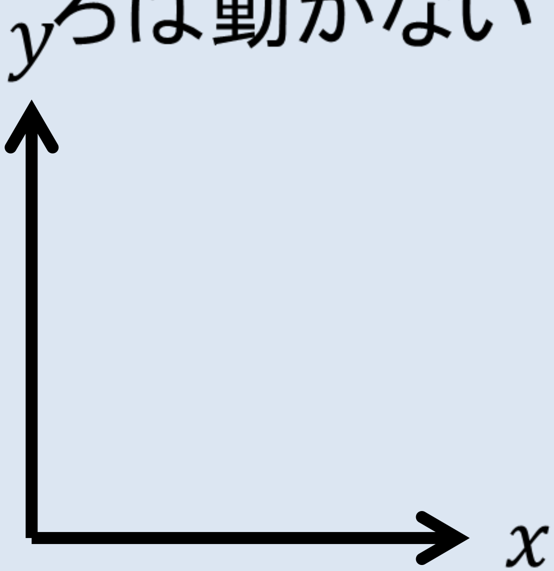
赤い領域の隆起を元に戻すと?

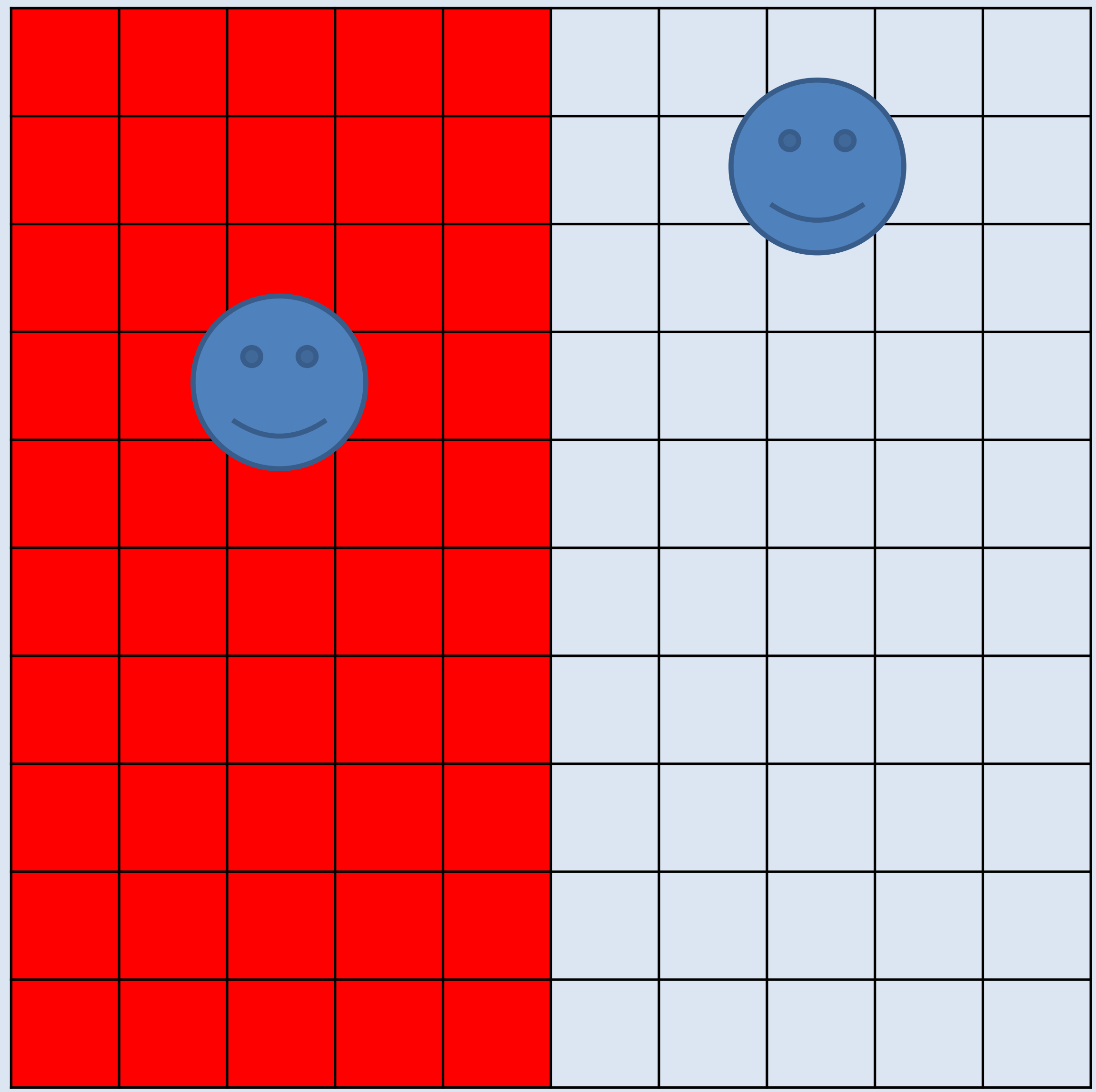


発想

領域に含まれる点のy座標が$2L_i$減る

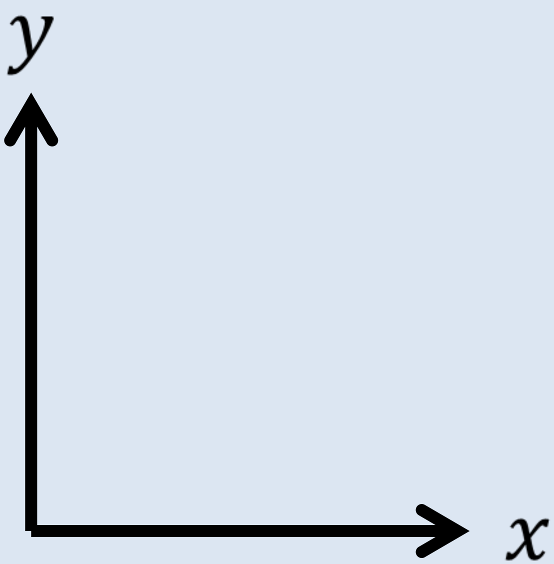
そうでないところは動かない

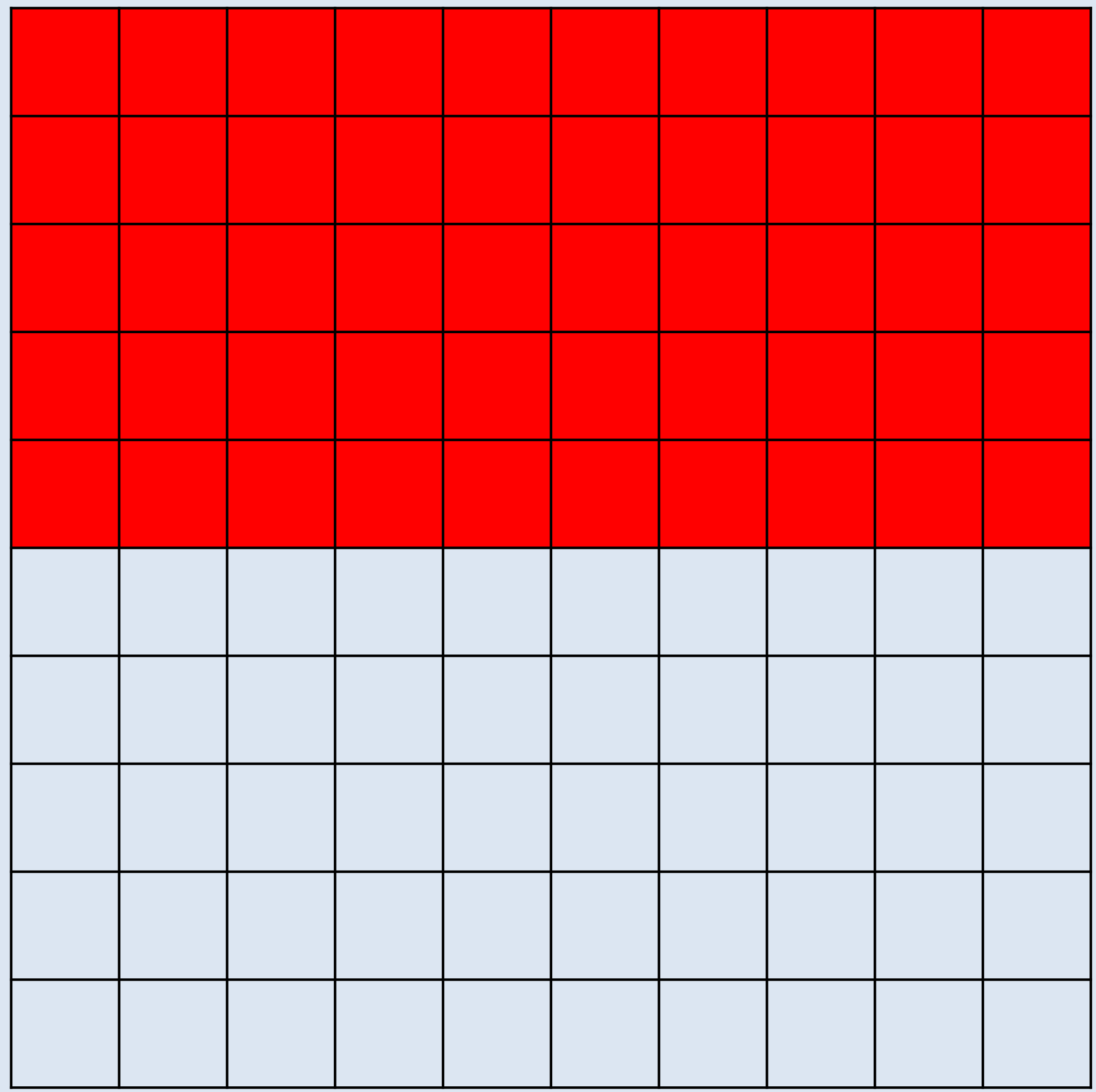




発想

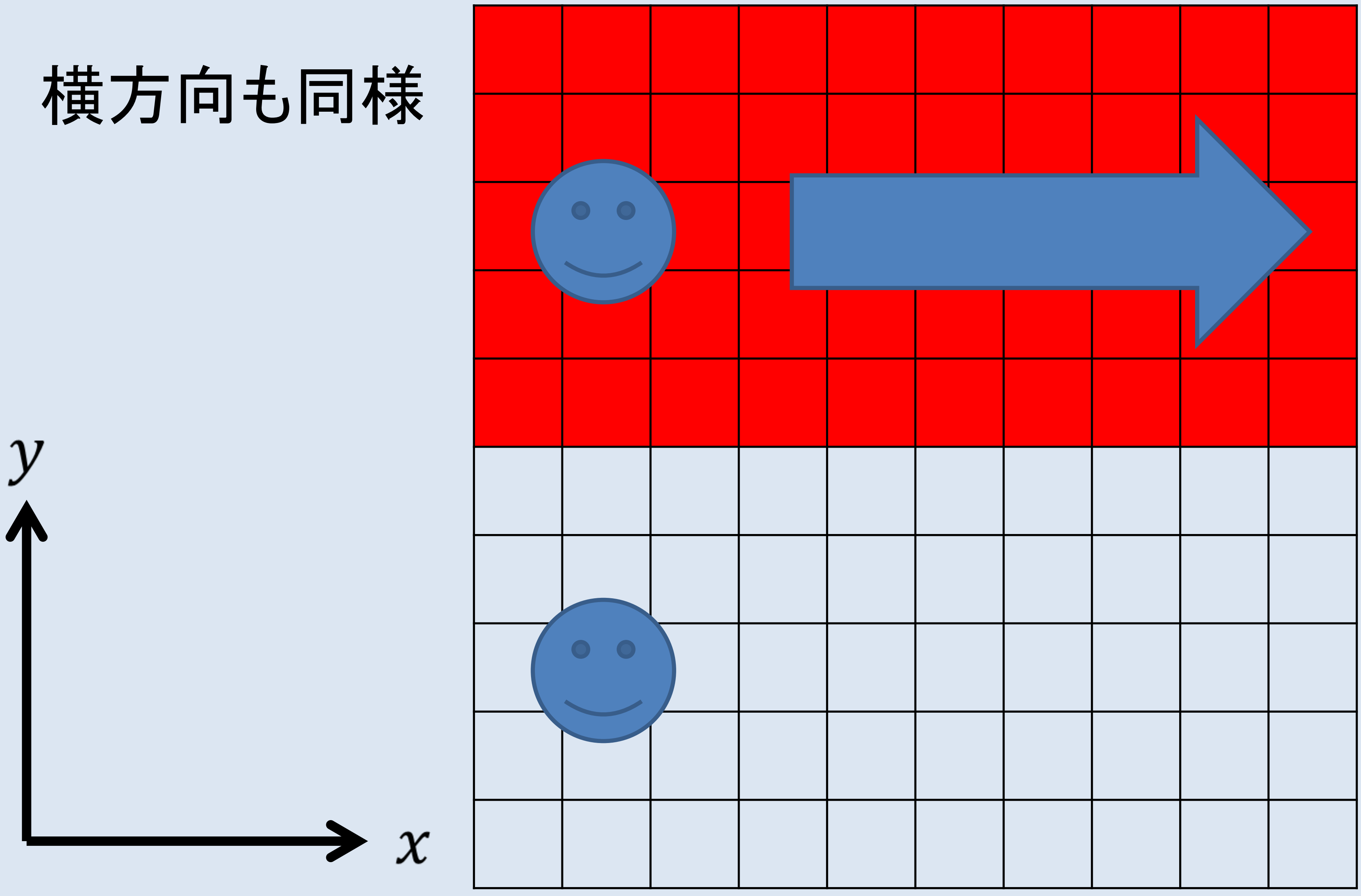
横方向も同様





発想

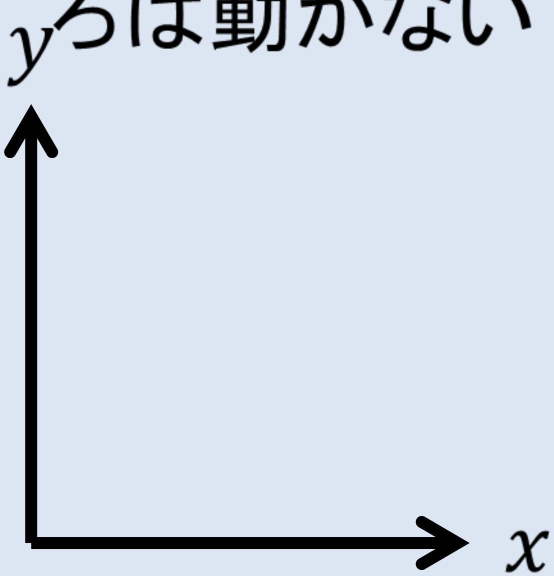
横方向も同様

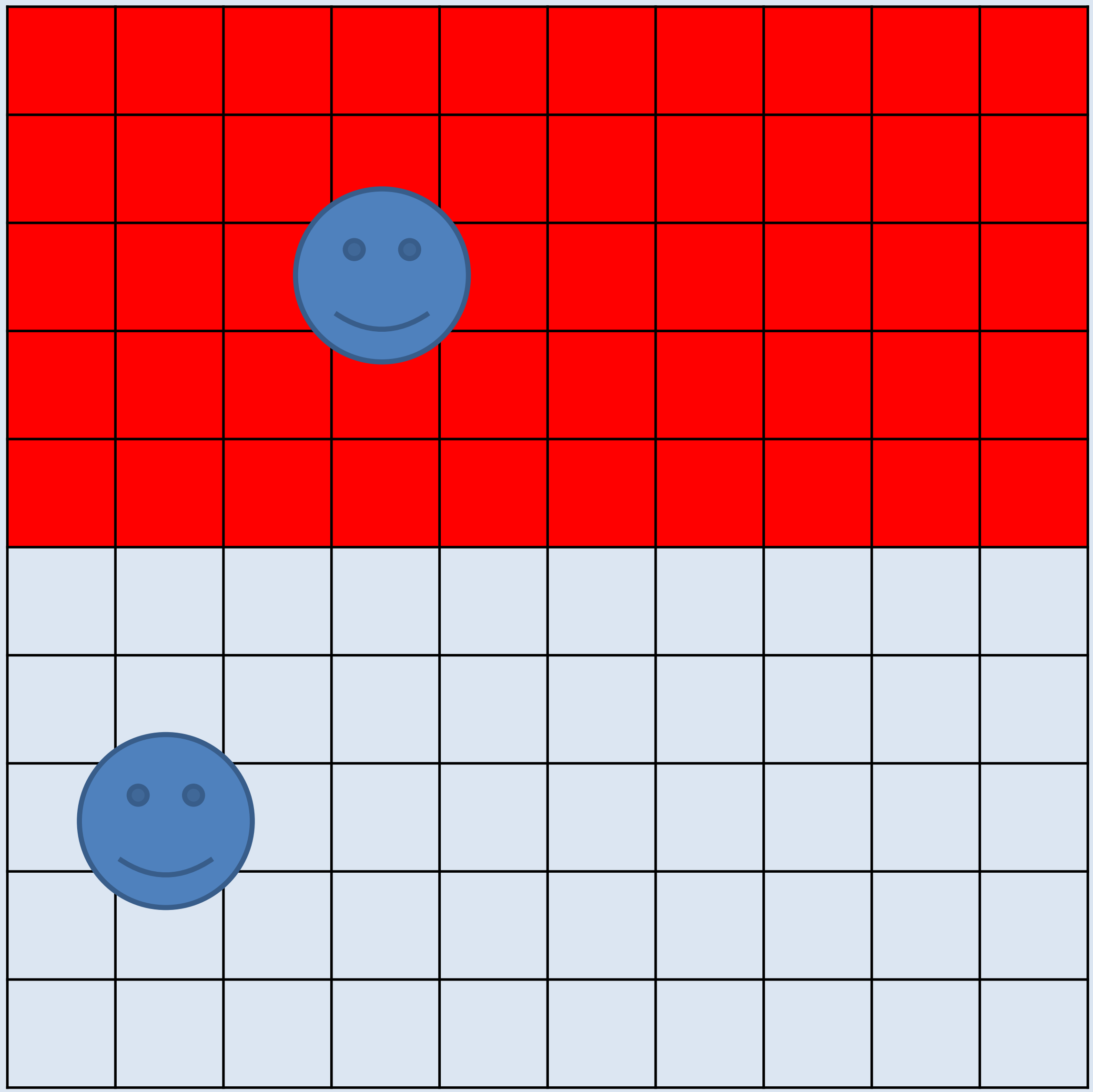


発想

領域に含まれる点のx座標が$2L_i$増える

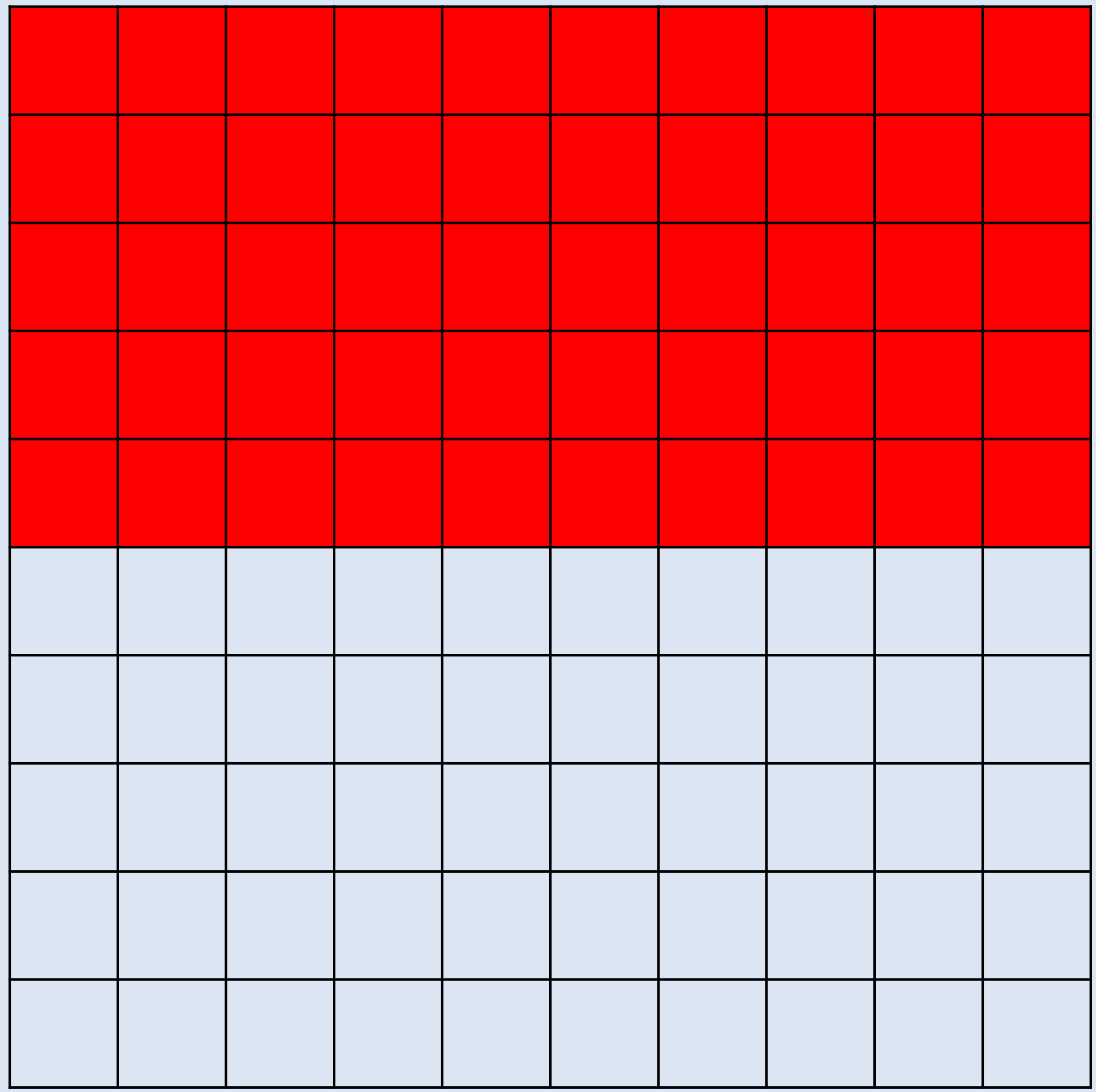
そうでないところは動かない





ところで

なにかに似てる



閑話休題

モナコ

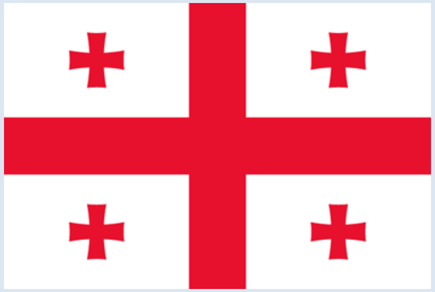
ポーランド

インドネシア

閑話休題

オーストリア

閑話休題

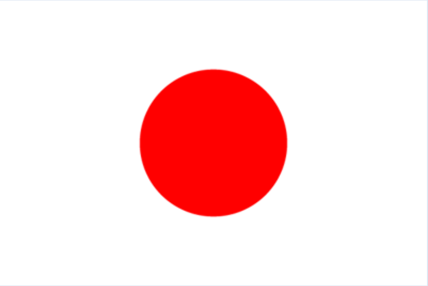

ジョージア


シンガポール

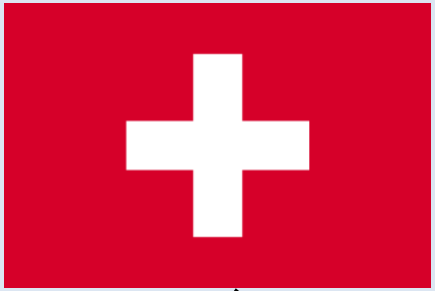

トルコ

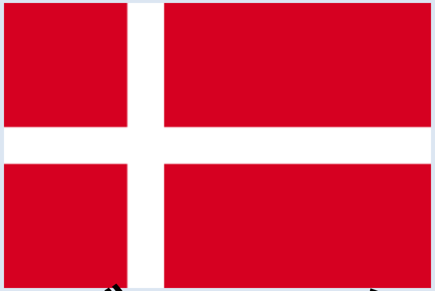

バーレーン


チュニジア


日本


カナダ


スイス


デンマーク

閑話休題

- 赤と白の国旗は意外と多い

- ちなみにまだこのスライドに表れていない赤と白の国旗の国(地域ではない)が一つあります
- 当てましょう

発想まとめ

- 隆起する領域に含まれる点が隆起の前にどこにあったかを考えると、

- 横向きの隆起の場合、その点のx座標を適切に変えた点
- 縦向きの隆起の場合、その点のy座標を適切に変えた点
- となることが分かった

小課題2(18+16点)

- $N \leq 3000, Q \leq 3000$
- 点ごとに独立に解を求める
- クエリを後ろから見て、各クエリごとにその点の現在の位置が隆起した領域に含まれるか判定し、含まれるなら座標を動かす
- 各点に対し、クエリごとに$O(1)$で処理ができるので、全体で$O(NQ)$となり、小課題1と併せて34点が得られる

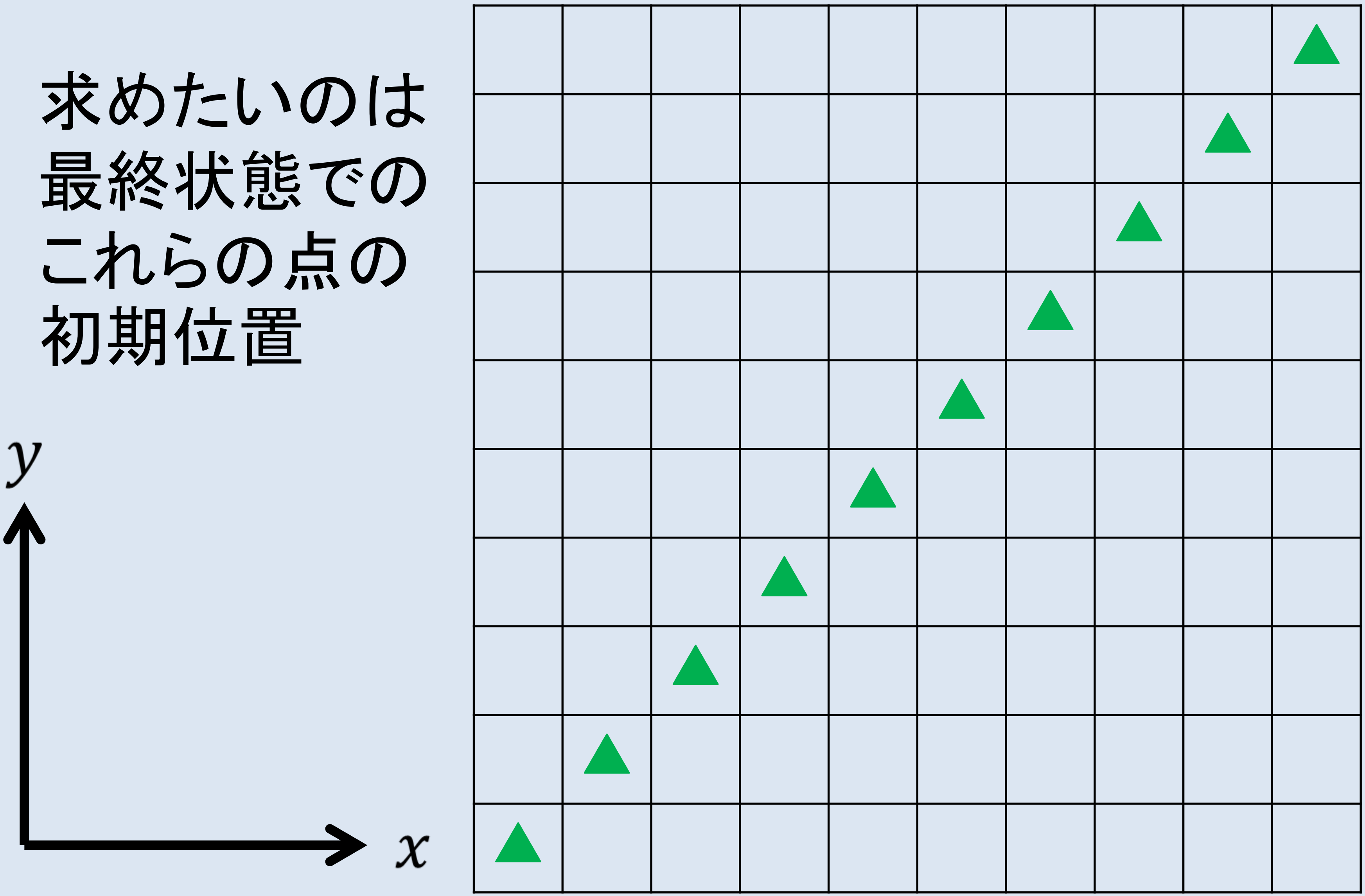
さらに考察

- 横向きの隆起の場合、その点のx座標を適切に変えた点
- 縦向きの隆起の場合、その点のy座標を適切に変えた点

- これをもう少し真面目に考えてみる

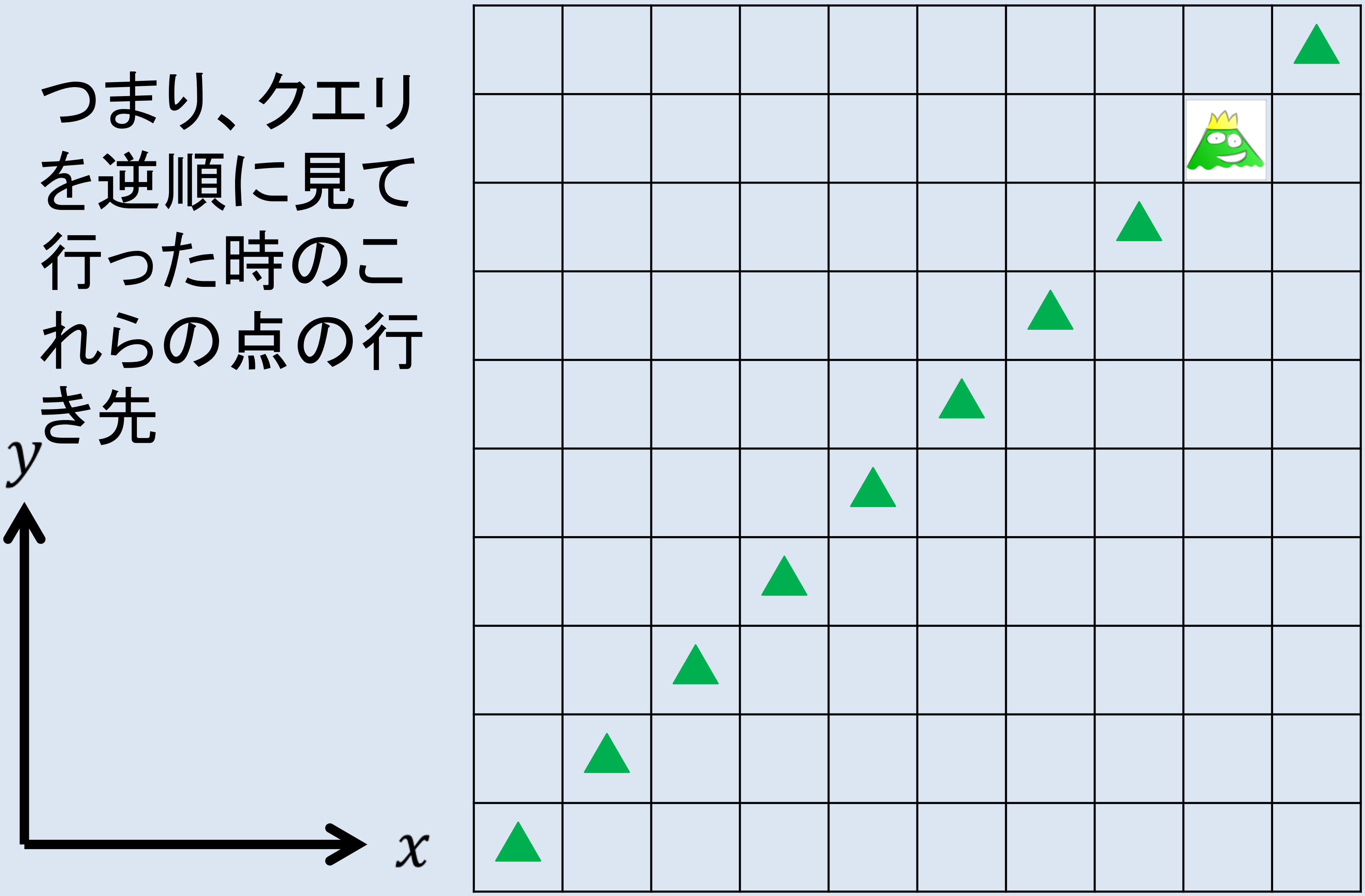
さらに考察

求めたいのは
最終状態での
これらの点の
初期位置



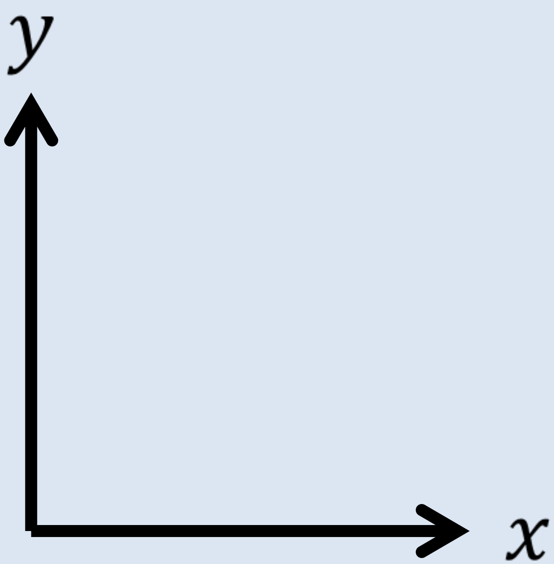
さらに考察

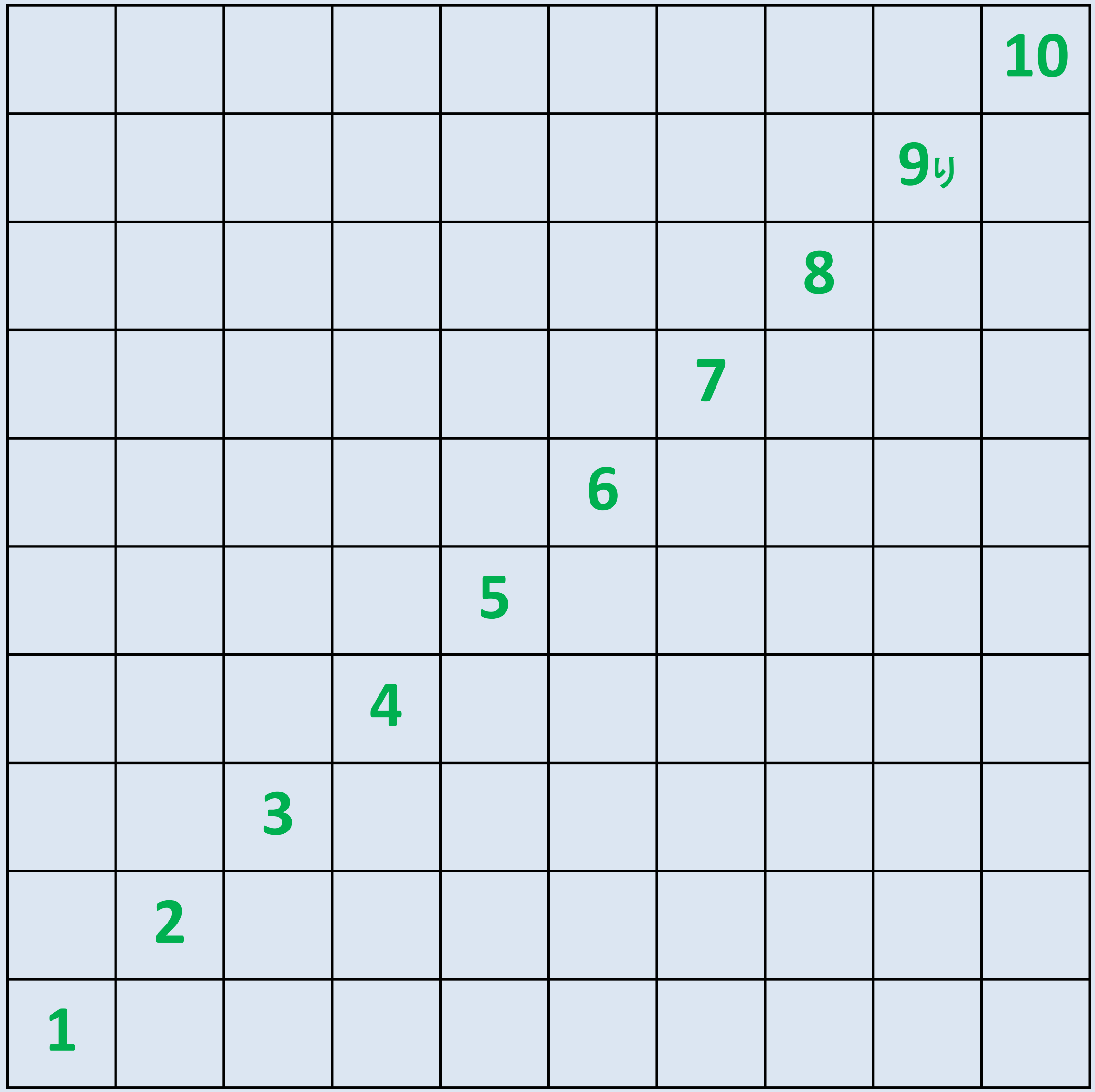
つまり、クエリを逆順に見て行った時のこれらの点の行き先



さらに考察

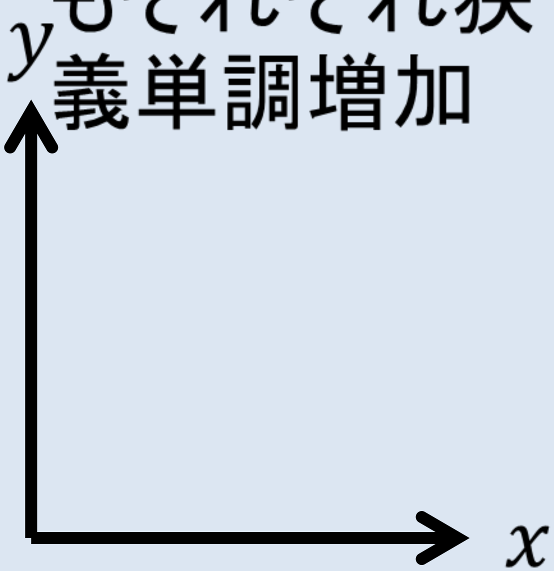
点に番号をつけてやる

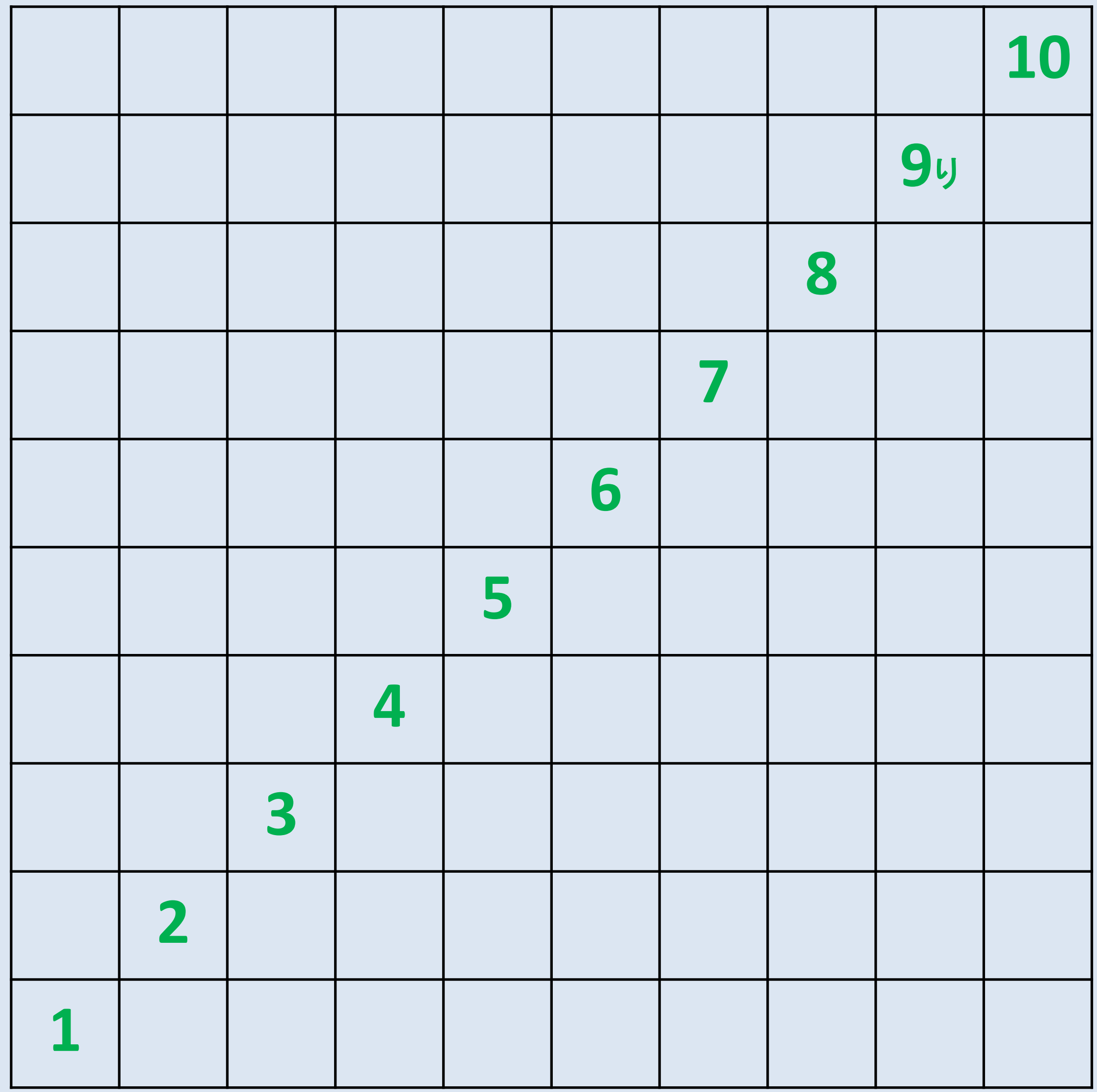




さらに考察

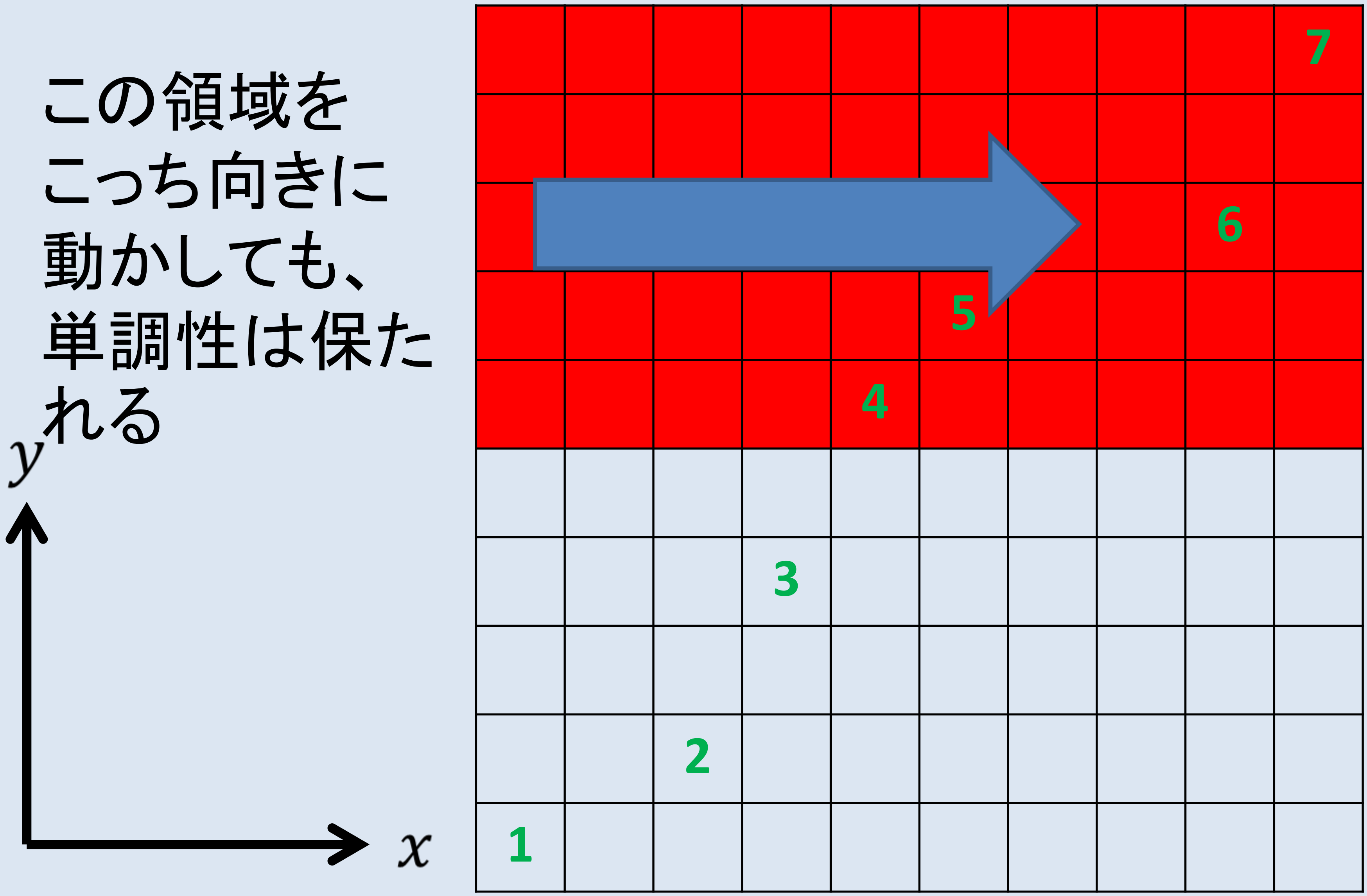
この状態では点の番号に対し、そのx座標もそのy座標もそれぞれ狭義単調増加





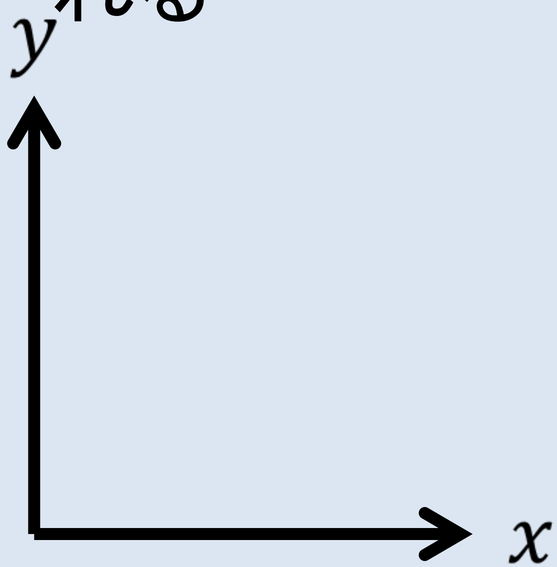
さらに考察

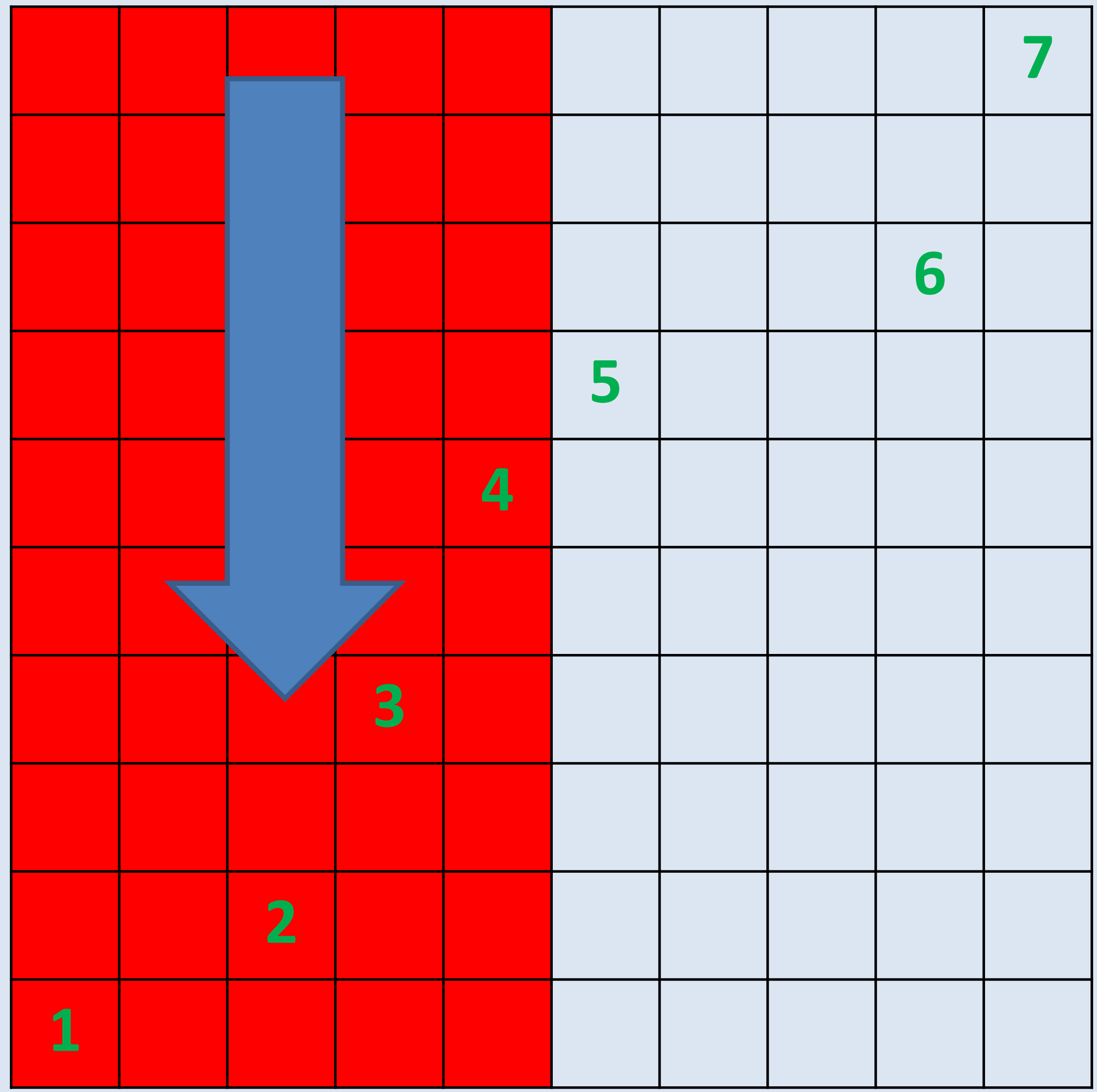
この領域を
こっち向きに
動かしても、
単調性は保た
れる



さらに考察

この領域をこっち向きに動かしても、単調性は保たれる



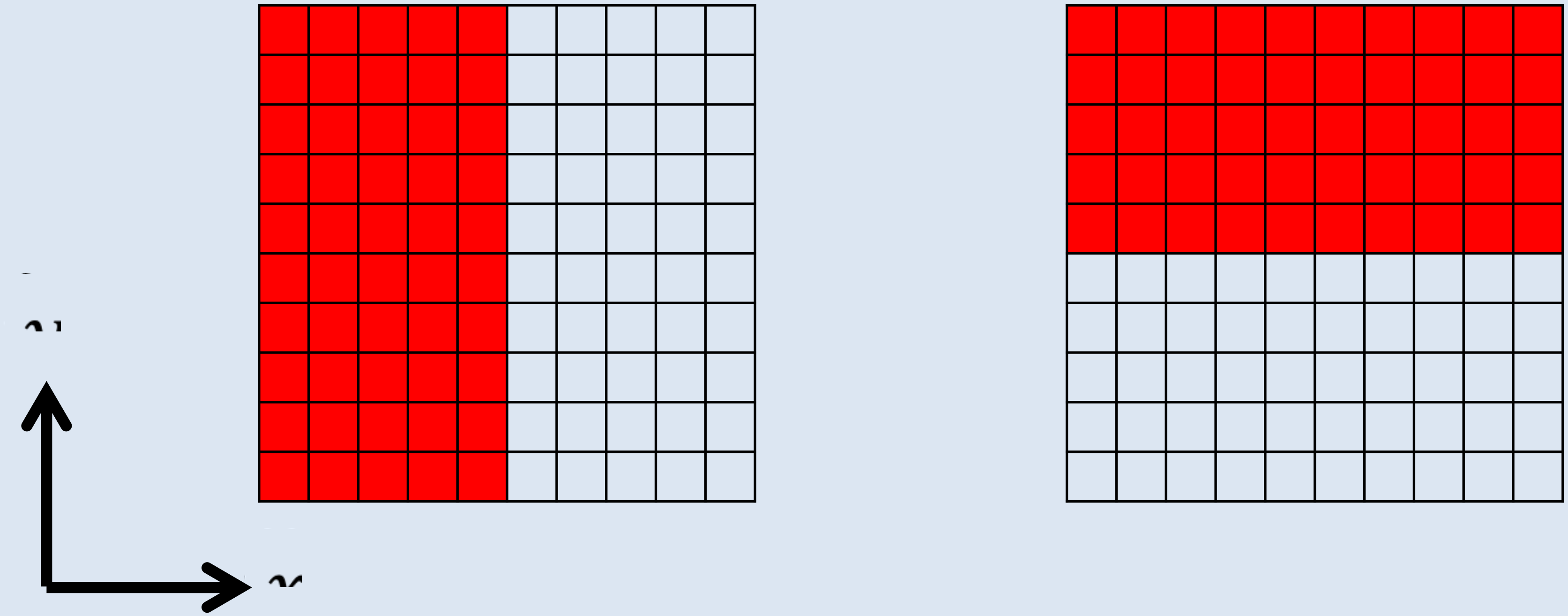


さらに考察

- 結局、クエリを逆順に処理するときに、点の番号に対するそのx座標の単調性も、そのy座標の単調性も常に保たれている

さらに考察

- 一方、隆起をした領域は、x座標がクエリで与えられた値以下の領域または、y座標がクエリで与えられた値以上の領域



さらに考察

- 単調性より各クエリごとに、隆起をした領域にある点は、番号がある値以下の点すべてまたは、番号がある値以上の点すべてとなる
  - 特に、番号は連続した区間となる
- さらに、クエリの処理は、これらの点のx座標あるいはy座標に、$2L_i$を足すもしくは引くことであった

さらに考察

- ということは、各点のx座標を並べた列とy座標を並べた列を用意しておけば、このクエリは単に**区間への一定値の加算**で表現できる

さらに考察

- 残った問題は、「どの区間に値を足せばいいか」を求めること
- これもやはり単調性より、「x座標がクエリで与えられた値以下の最後の点」または、「y座標がクエリで与えられた値以上の最初の点」を求めれば求まる

小課題3(18+16+66点)

- $N \leq 200000, Q \leq 200000$
- ここまでの考察より、
- 「区間への一定値の加算」
- 「狭義単調増加な数列に対して、ある値以下の最後の値または、ある値以上の最初の値を求める」
- というクエリが高速に処理できればいい

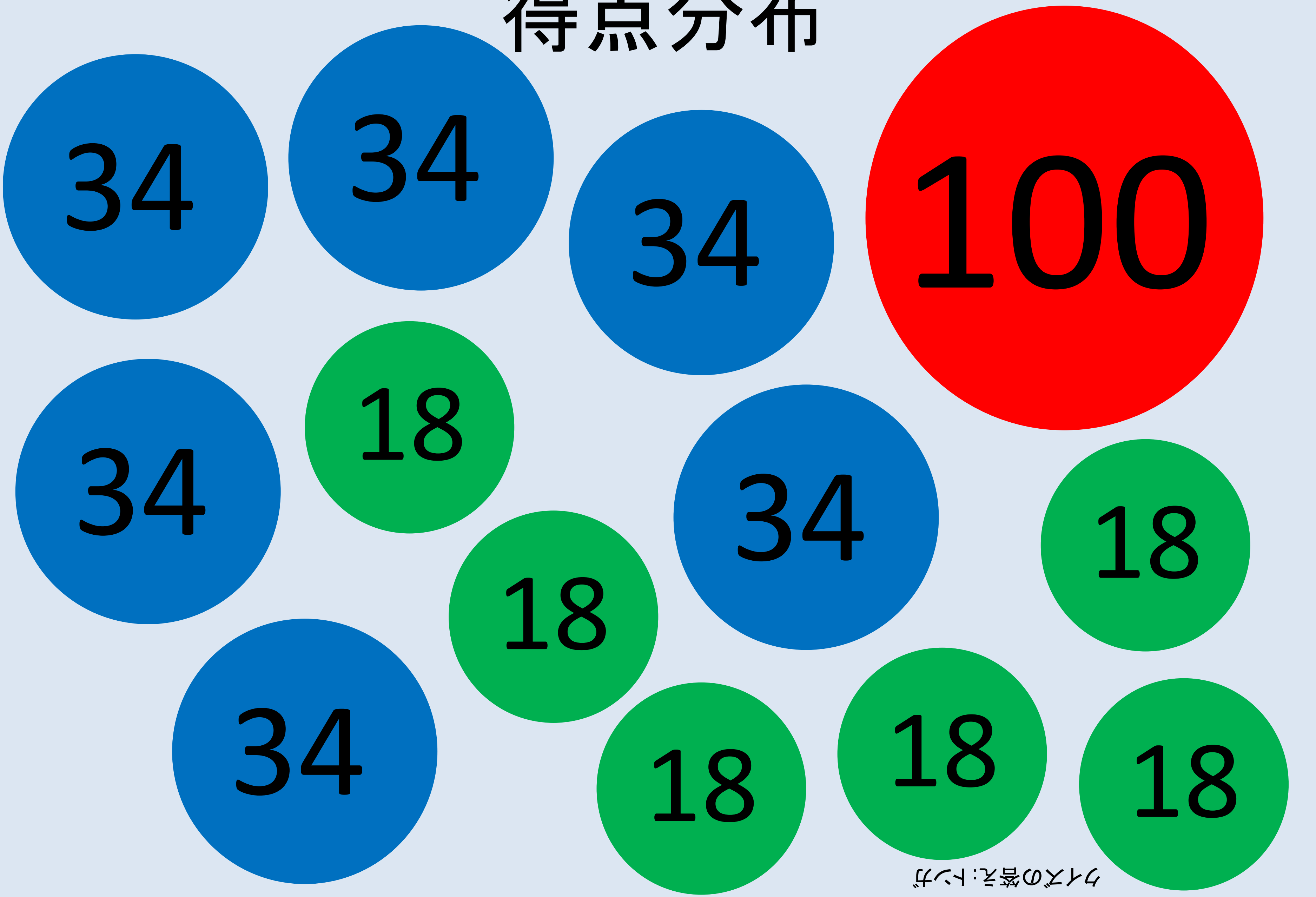
小課題3(18+16+66点)

- BITもしくはsegment treeを使う
- 区間への一定値の加算は、BITの累積和として持たせるか、segment treeの遅延更新でできる
- 境界値を求めるのは、単調性より、これらのデータ構造から値を取り出して二分探索をすると求まる

小課題3(18+16+66点)

- 最初のクエリは$O(\log N)$で処理できる
- 二つ目のクエリは$O(\log^2 N)$で処理できる
  - 二分探索をsegment treeの中に入れてやれば$O(\log N)$でもできる
- 以上より、この問題が$O(Q\log N)$または$O(Q\log^2 N)$で解けた
- 小課題1,2と併せ、満点が得られる

得点分布



クイズの答え：トンガ