

JOIOI王国 解説

tozangezan

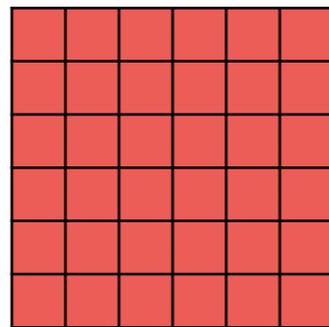
問題概要

- ・ $H \times W$ のグリッドを2つのグループに分ける
 - ・ それぞれのグループは各行各列について連続
- ・ それぞれのグループの $\max(\text{標高}) - \min(\text{標高})$ のうち、大きいものの最小値はいくらか？

正しい分け方

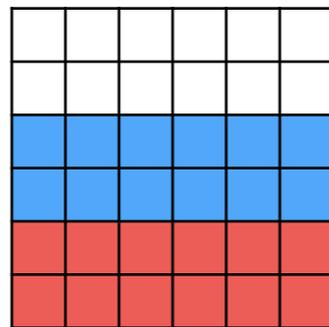
- 各地域は、1つ以上のマスを含む

- だめな例:



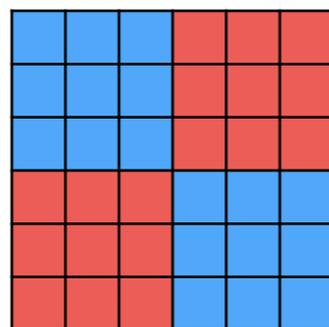
- それぞれのマスは、どちらかの地域に属する

- だめな例:



- 各地域は連結

- だめな例:

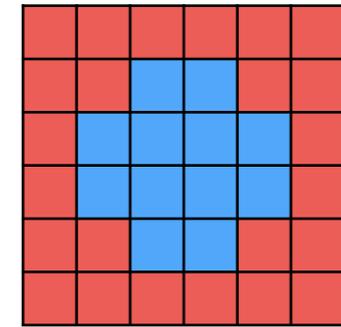


正しい分け方

- ・ 各行,各列について,その行または列に属するマス全体を取り出したとき,それぞれの地域のマスはひとつながりになっている.ただし,その行あるいは列のすべてのマスが同じ地域に属していてもよい.
- ・ 何を言っているのだろうか? 図にしてみよう

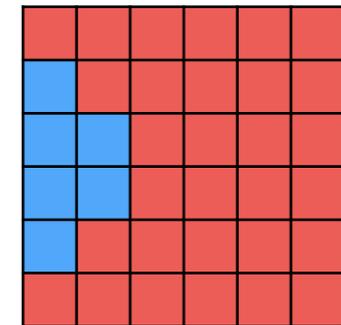
正しい分け方

- ・ 例えばこれはどうだろうか？



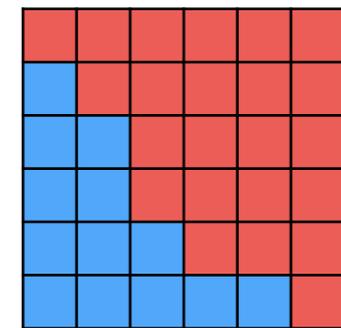
- ・ → NG (2行目の赤などが分断されてる)

- ・ これはどうか？



- ・ → NG (1列目の赤などが分断されてる)

- ・ じゃあ、これは？

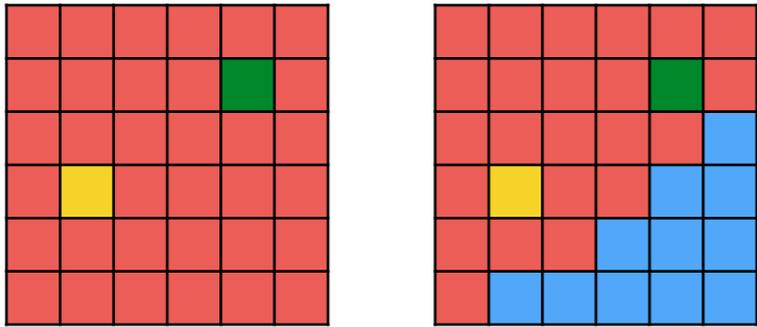


- ・ → OK

小課題1 (15点)

- ・ さっきのルールに従って、盤面を分割する方法を全部試す。
- ・ 分割した後、それぞれの領域で最大最小を計算
- ・ 全通り試すなら、DFSとかが使える
- ・ 組み合わせの数は $2^{(H+W)C_H}$ 通りなので、小課題1が解ける。

特徴

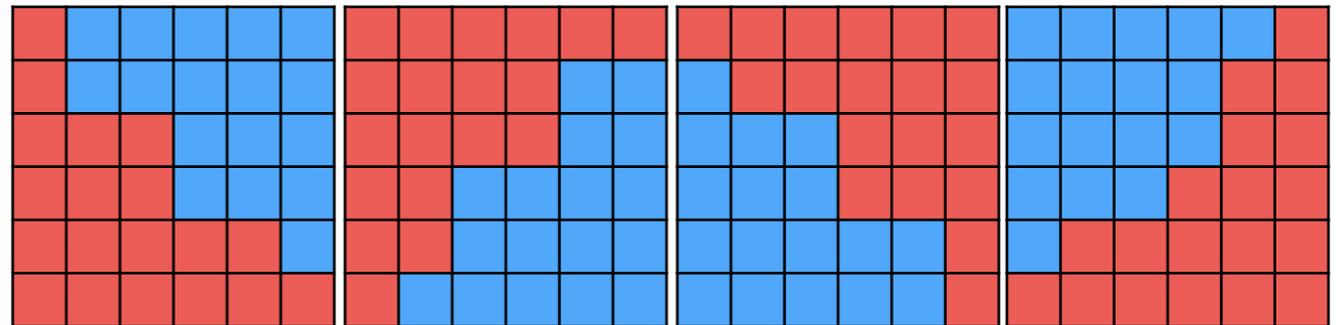


- ・ 黄色のマスが最小値、緑色のマスが最大値とする
- ・ 例えば右図のように、この2つのマスが同じ領域にあると、求める値は常に (緑色)-(黄色) となる
- ・ もっといい値にしたいなら、この2つのマスは別の領域に置く必要がある

実装の楽

- ・ 全てのマスの最大値を x 、最小値を y とする
最大値は赤、最小値は青にあることにする

- ・ 考えるパターンは4通り



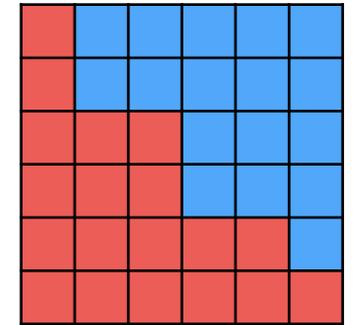
- ・ 進行方向(右下 or 左下)

- ・ $\max(x - \text{赤最小}, \text{青最大} - y)$

- ・ → 90°回転を4回させると場合分けが消えて楽

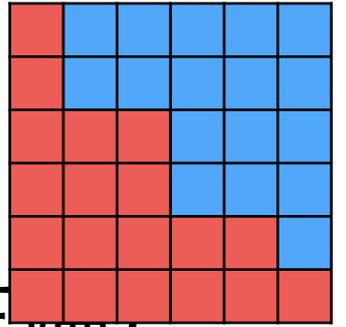
より速い解法

- ・ 答えをK以下にしたいときを考えよう



- ・ 青に属することが可能なマスは、(最小+K)以下
- ・ 赤に属することが可能なマスは、(最大-K)以上
- ・ これを満たすように分割できればOK
- ・ これを使うと二分探索で答えが求められる

Greedyなたどり方



- ・ 今どの列にいるかを変数に持っておく (最初は左端)
- ・ 各行ごとに、青には属せないマスで最も右の場所を探す。それが1つ上の行で求めた列より左だったらその列をその場所とする。
- ・ その場所よりも左に赤に属せないマスがあったらNG
- ・ このルールで完走できればOK!

計算量

- ・ 90° 回転は4回なので、 $O(1)$
- ・ 二分探索は $O(\log(\text{標高の最大値}))$ になる
- ・ Greedy は $O(HW)$ でできる
- ・ 全部あわせて $O(HW \log(\text{標高の最大値}))$ で100点

別解(DP)

- ・ 実は二分探索しなくてもよい
- ・ $dp[i][j] := i$ 行目 j 列目と $j+1$ 列目の間の仕切りを最後に使ったときの、 $\max(\text{左の最大}-x, y-\text{右の最小})$ の最小値
- ・ $dp[i][j]$ からは $dp[i+1][k]$ ($k \geq j$)に遷移できる。区間の \min や \max を事前に計算しておけば $O(HW^2)$
- ・ → 小課題1, 2 (計60点)がとれる

別解(DP)

- ・ DPの更新のときに丁寧に累積minとかを計算していけば、 $O(HW)$ にもできて、これでも満点がとれる
- ・ 計算量はこっちのほうが速い
- ・ 実装はこっちのほうが複雑

得点分布

