

JOI 2023/2024 本選

第1問「室温」解説

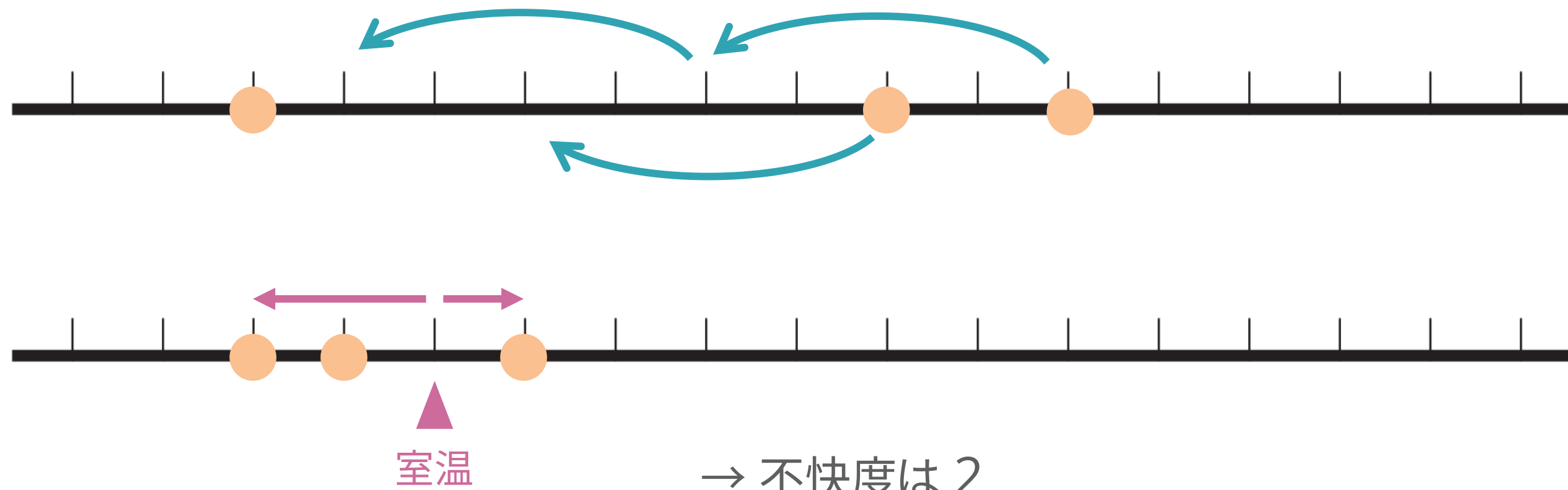
解説担当: 萩原 千晴 (Mendako)



問題概要

- 役員が N 人、適温は A_i
- 適温は上着で T 度ずつ下げられる
- 室温を適切に設定して、
室温と適温の差 (不快度) の最大値をできるだけ小さくしたい

$T = 4$



配点

小課題 1 (15点)

$$N = 2$$

小課題 2 (5点)

$$N \leq 3000, T = 1$$

小課題 3 (30点)

$$N \leq 3000, T = 1, 2$$

小課題 4 (35点)

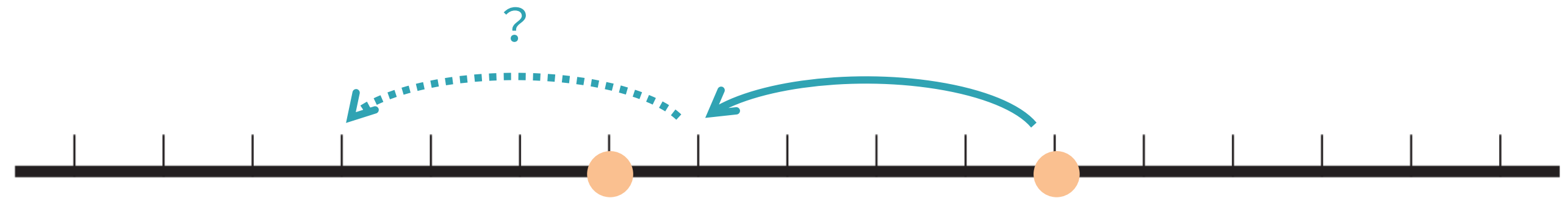
$$N \leq 3000, T \leq 3000$$

小課題 5 (15点)

追加制約なし

$$(2 \leq N \leq 500000, 1 \leq T \leq 10^9, 1 \leq A_i \leq 10^9)$$

小課題 1



$N = 2$

- 2 人の適温を近づけたい
- 2 人の適温の差を d として、
適温が高い方の役員が $\lfloor d / T \rfloor$ もしくは $\lceil d / T \rceil$ 枚の上着を着る
- 最終的な適温の差に 1 を足し 2 で割ったものが答え

小課題 2

T = 1

- 適温を 1 度刻みで調節できる
→ 全員の適温を一致させられる
- 室温をその温度にすれば不快値は 0
0 を出力すれば OK



小課題 3

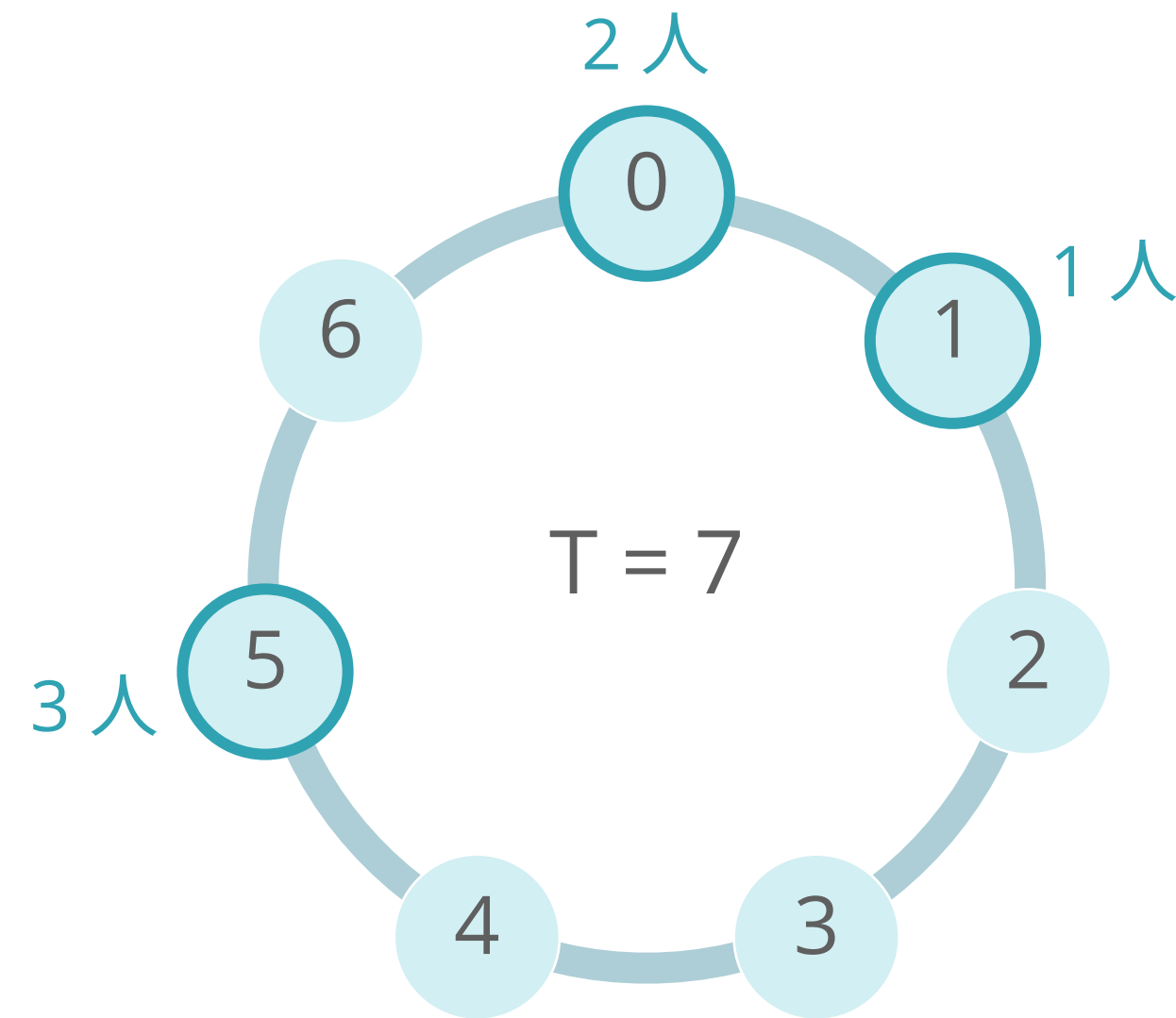
$N \leq 3000, T = 1, 2$

- $T = 1$ のときは小課題 2 の通り、 $T = 2$ について
 - 適温が奇数の役員どうし、偶数の役員どうしは適温を一致させられる
 - 全員の適温の偶奇が一致していれば適温を一致させられる
そうでなければ最後に 1 ずれる
- ➔ 全員の偶奇が一致していれば 0、していなければ 1

小課題 4

$N \leq 3000, T \leq 3000$

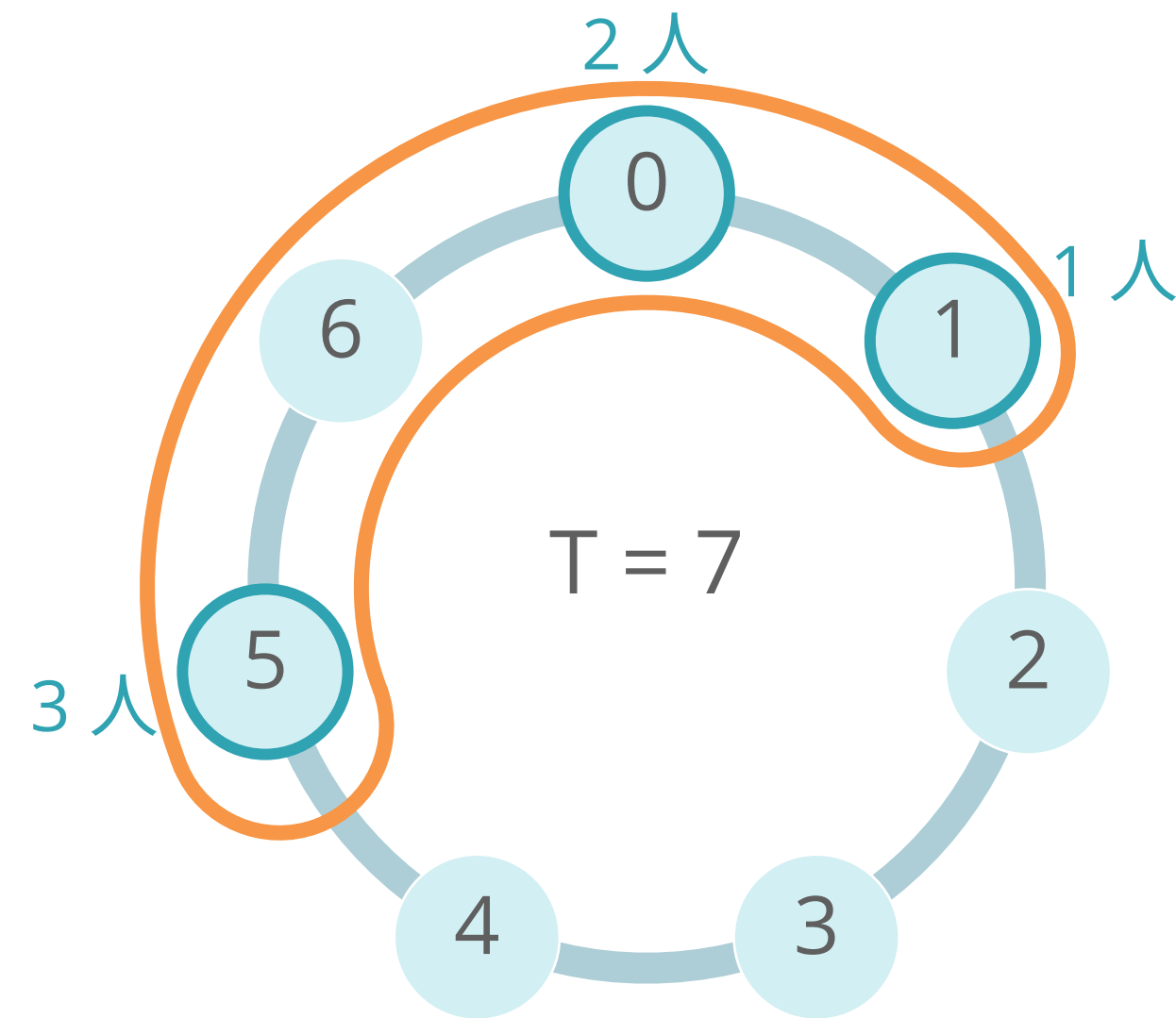
- 適温は T ずつ調節できる
→ $\text{mod } T$ に注目、円環状に考える
 - 例えば $T = 7$ として、 $\text{mod } T$ で
 - 0 の役員が 2 人
 - 1 の役員が 1 人
 - 5 の役員が 3 人
- 全員を覆うような円環上の区間のうち
長さが最小なものを知りたい
- 区間の端点を全探索 $O(T^2)$



小課題 4

$N \leq 3000, T \leq 3000$

- 適温は T ずつ調節できる
→ $\text{mod } T$ に注目、円環状に考える
 - 例えば $T = 7$ として、 $\text{mod } T$ で
 - 0 の役員が 2 人
 - 1 の役員が 1 人
 - 5 の役員が 3 人
- 全員を覆うような円環上の区間のうち
長さが最小なものを知りたい
- 区間の端点を全探索 $O(T^2)$

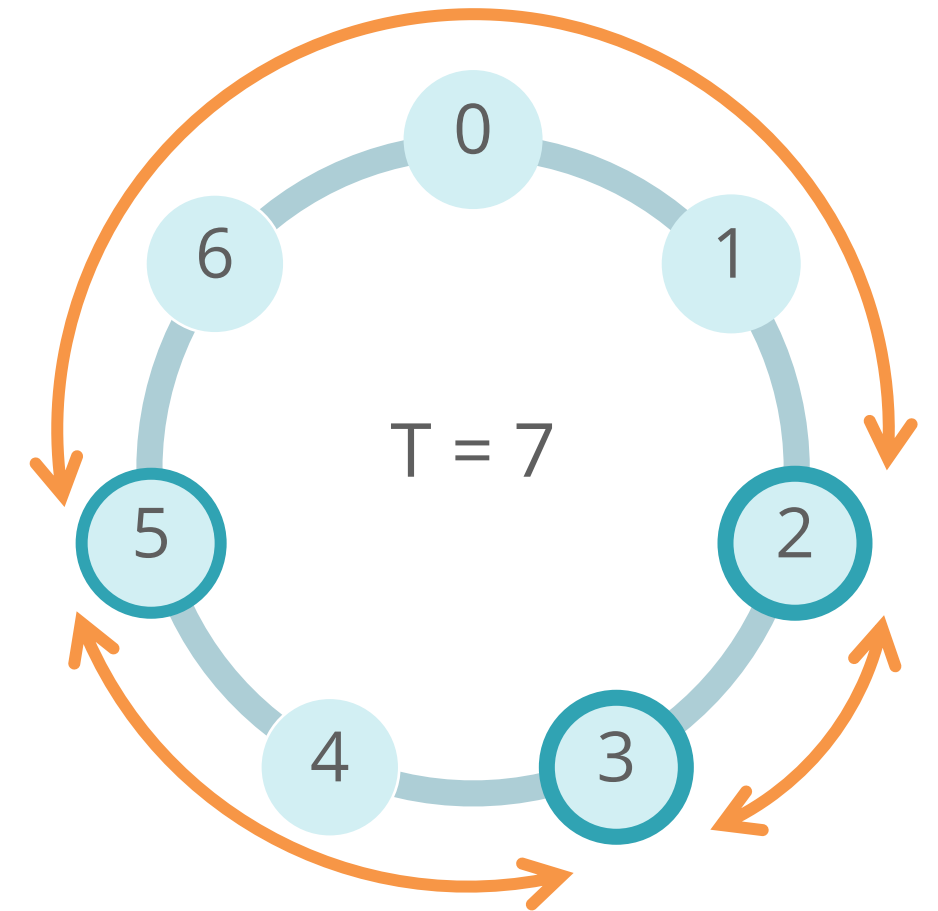


競プロ典型 90 問の
「円環を列にして 2 倍にする」が
実装に利用できる

小課題 5 (満点解法)

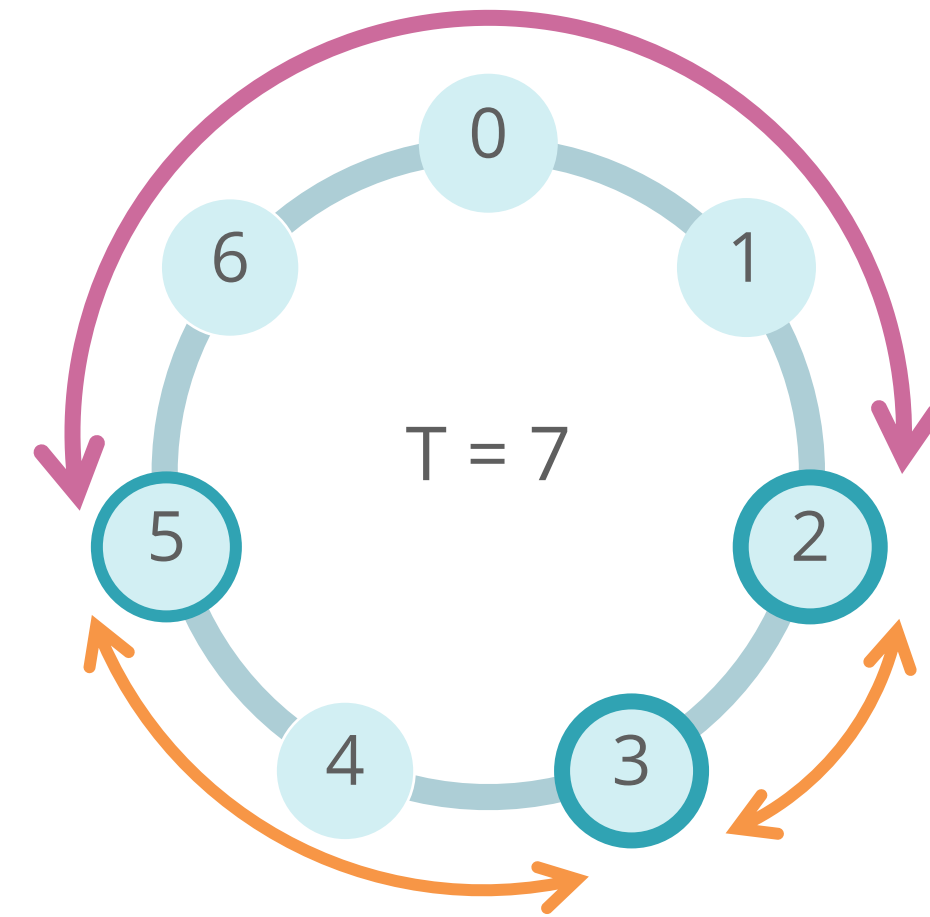
$2 \leq N \leq 500000, 1 \leq T \leq 10^9, 1 \leq A_i \leq 10^9$

- 全員を覆うような円環上の区間を効率良く求めたい
- この区間に **含まれない** のは隣り合う適温の間
→ 隣り合う適温の差を全探索し
円環長 T から引けば良い $O(N)$



小課題 5 (満点解法) - 実装

- 適温の $\text{mod } T$ を取った B_i をソート
- $T - (B_{i+1} - B_i)$ が区間長なので、その最小値を求める
- 上だけだと **太線** のような 0 をまたぐ分が考慮できていないので区間長として $\underline{B_N - B_1}$ も比較
- 最終的な区間長に 1 を足し 2 で割ったものが答え



得点分布

得点分布

