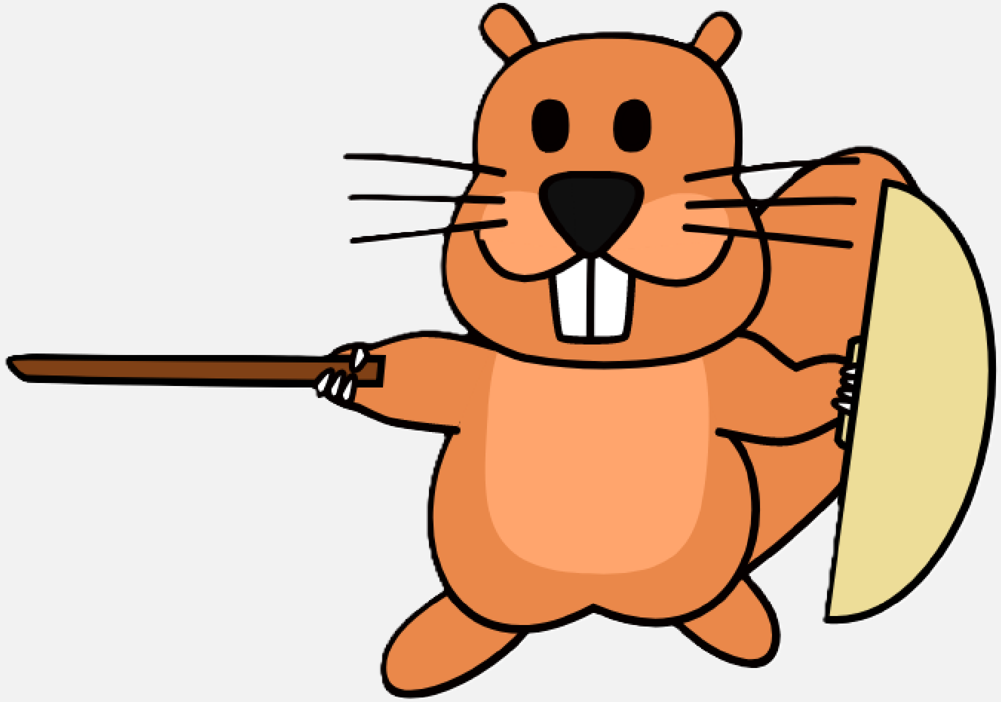
JOI2024/2025 本選 2 問目
勇者ビ太郎 2 (Bitaro the Brave 2) 解説

解説: ヘファナン色葉(iro_)



問題概要

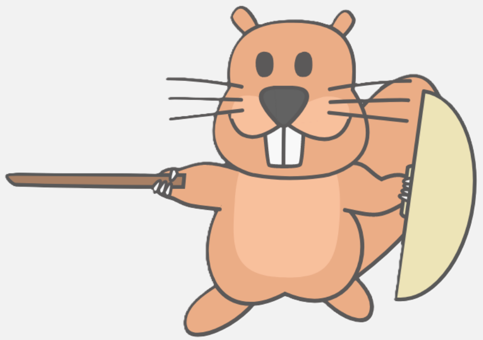
0　問題概要

x と i を決める

$i, i+1, i+2, \ldots, N, 1, \ldots, i-1$ の順番に下の条件を満たすか確認する

・$x \geq A_i$ であるか判定し、x に B_i 加算する

すべての地点において条件を満たすxの最小値を求める

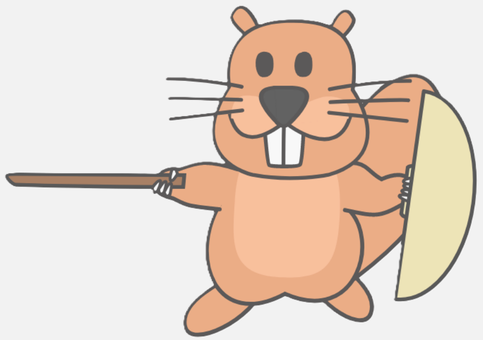


0　制約

$2 \leqq N \leqq 500\,000$

$0 \leqq A_i \leqq 10^9 \ (1 \leqq i \leqq N)$

$0 \leqq B_i \leqq 10^9 \ (1 \leqq i \leqq N)$



0　小課題

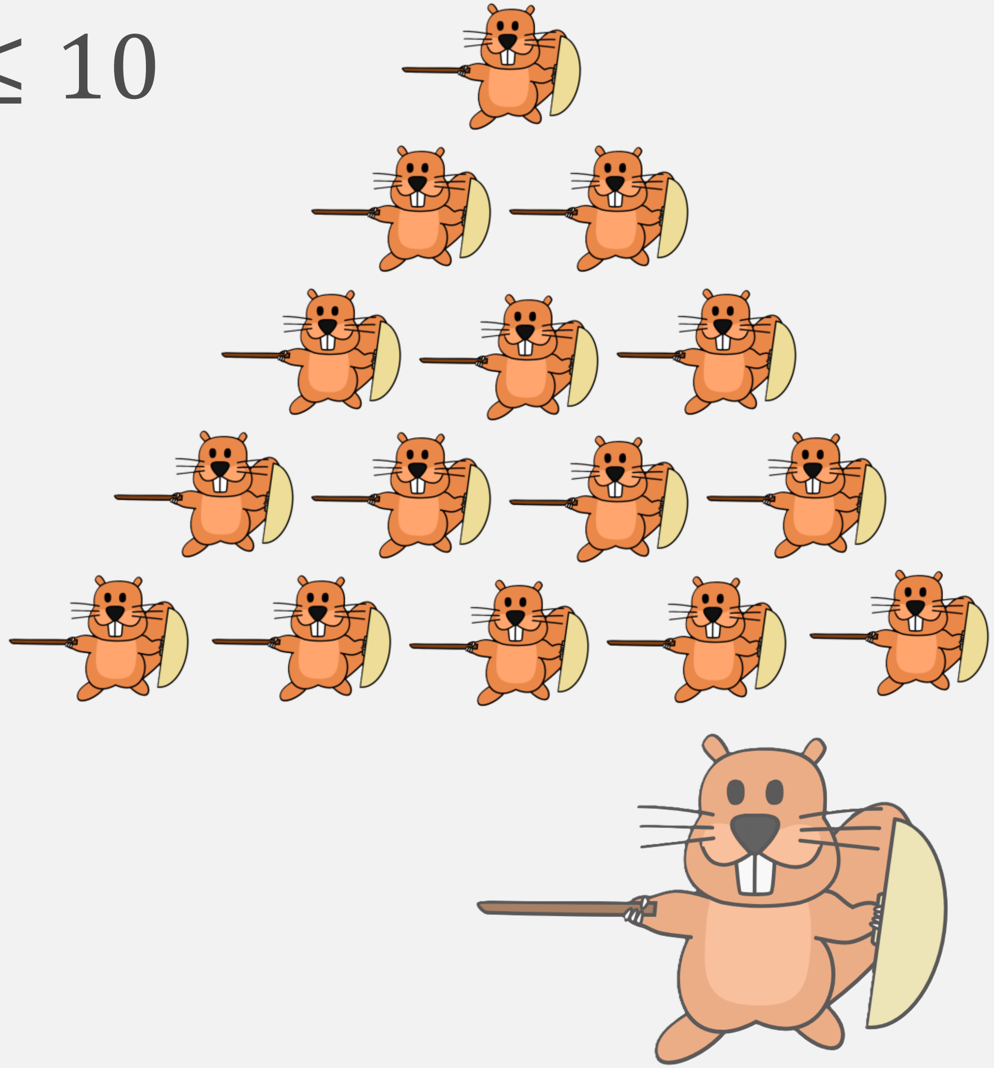
小課題1 10 点： $N \leqq 2\,000$， $x \leq 10$

小課題2 21 点： $N \leqq 2\,000$

小課題3 19 点： $x \leq 10$

小課題4 22 点：$B_i \leq 1$

小課題5 28 点：追加制約なし



その前に簡単な Tips

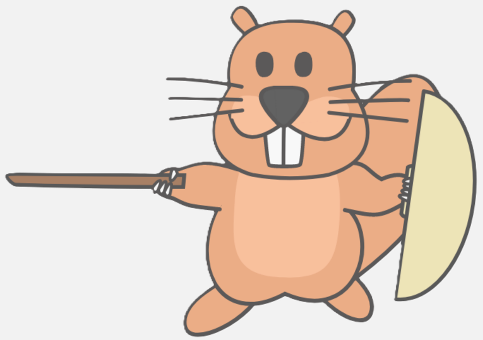
0　円環

円環になっている！

配列の長さを倍にして $i+N$ 番目に i 番目と同じ値

一番強いモンスターを倒せるようになったらよい

A の最大値が最後尾になるようローテーション



小課題 1

$N \leqq 2\,000, x \leq 10$

1　初期値 x と開始地点 i を固定

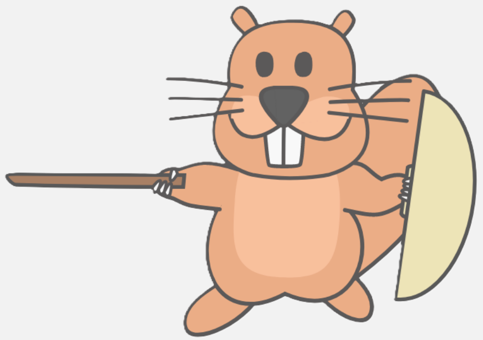
初期値 x 開始地点 i を全探索

y(現在の強さ) $= x, j = 0,1,2,\ldots,N-1$

- $y \geq A_{i+j}$ であるか判定 (true / false)
- $y = y + B_{i+j}$

$O(N)$ で判定

$O(ans \times N^2)$



小課題 2

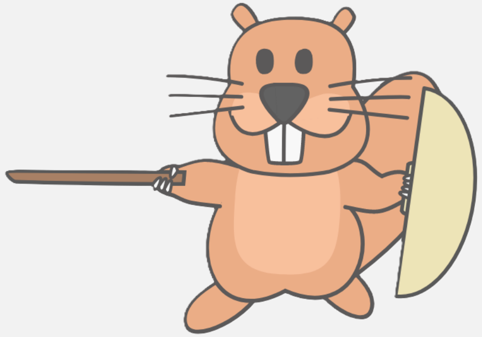
$N \leqq 2\,000$

2　初期値 x

初期値 x は初めに決めなくてもよい

判定するときに足りない分足せばよい

→ 開始地点 i のみ固定



2　開始地点 i のみ固定

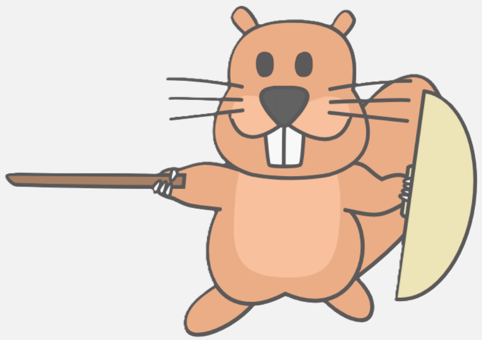
開始地点 i を全探索

$y = x = 0, j = 0,1,2,\ldots,N-1$

- $y < A_{i+j}$ のとき、$x = x + (A_{i+j} - y)\,,y = A_{i+j}$
- $y = y + B_{i+j}$

$O(N)$ で判定

$O(N^2)$



小課題 3

$$x \leqq 10$$

3　初期値 x のみ固定

初期値 x を全探索

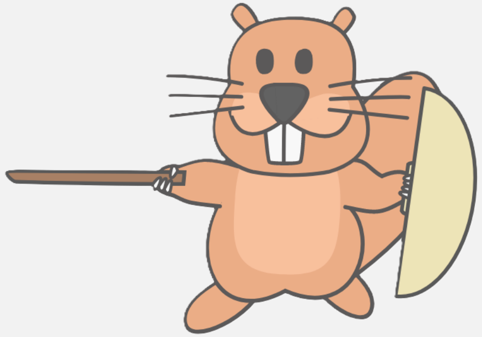
$y = x, j = 0,1,2,\ldots,2 \times N - 1$

N箇所連続で条件を満たすところがあればよい

- $Y \geq A_j$ であるか (true / false)
- $y = y + B_j$

$O(N)$ で判定

$O(ans \times N)$



小課題 4

$$B_i = 1$$

4　条件を整理しよう

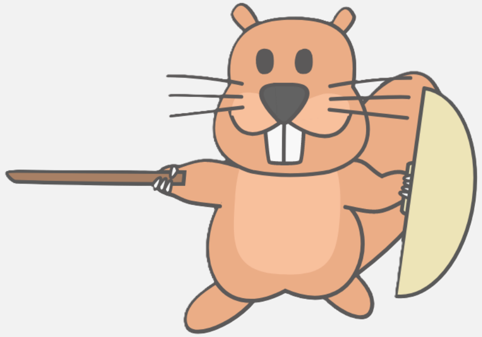
$B_i = 1$ なので

開始地点からの距離の分、ビ太郎の強さが増加する

開始地点 i でモンスター j を倒すときまでに強さは

- $j + N - i$ 　　(if $j < i$)
- $j - i$ 　　(if $j \geq i$)

増加する

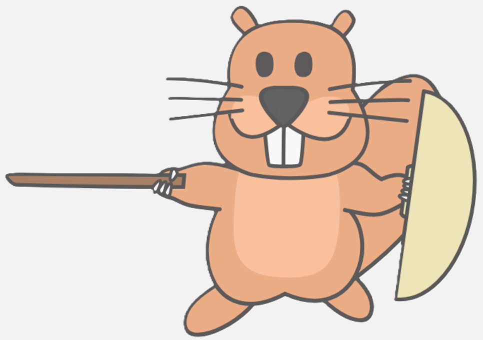


4　条件を整理しよう

i 番目のモンスターから始めたとき
各モンスター j を倒すのに必要な初期の強さ

- $A_j - (j + N - i)$ 　　(if $j < i$)
- $A_j - (j - i)$ 　　(if $j \geq i$)

これの最大値を求めればよい



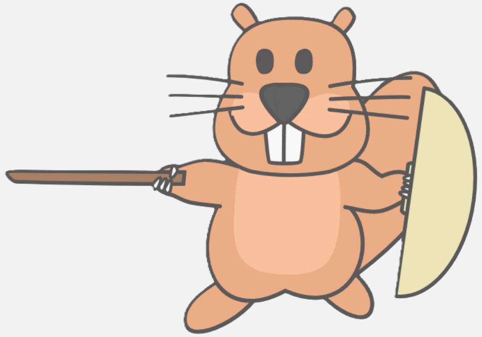
4　式を整理して

よって i を決めたとき

$$x = i + max\begin{cases} A_j - (j + N), & j < i \\ A_j - j, & j \geq i \end{cases}$$

左右からの累積 `max` を求めれば高速に求まる

$O(N)$



小課題 5

追加制約なし

5　条件を整理しよう

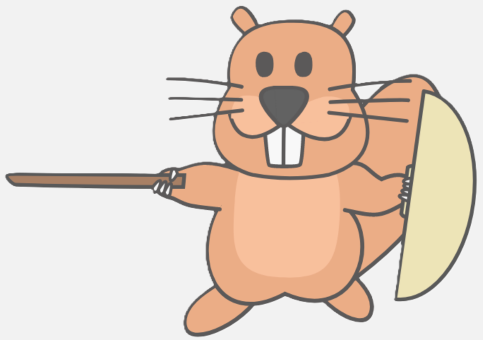
$C_i = B_1 + B_2 + \cdots + B_{i-1}$ とする

i 番目のモンスターから始めたとき

各モンスター j を倒すのに必要な初期の強さ

- $A_j - (C_j + C_{N+1} - C_i)$　　(if $j < i$)
- $A_j - (C_j - C_i)$　　(if $j \geq i$)

これの最大値を求めればよい



5　式を整理して

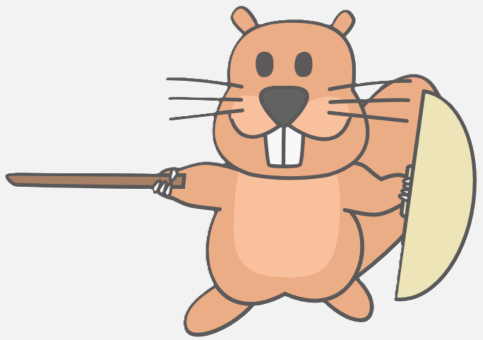
よって i を決めたとき

$$x = C_i + max\begin{cases} A_j - (C_j + C_{N+1}), & j < i \\ A_j - C_j, & j \geq i \end{cases}$$

左右からの累積 max を求めれば高速に求まる

セグメント木を使ってもよい

$O(N)$

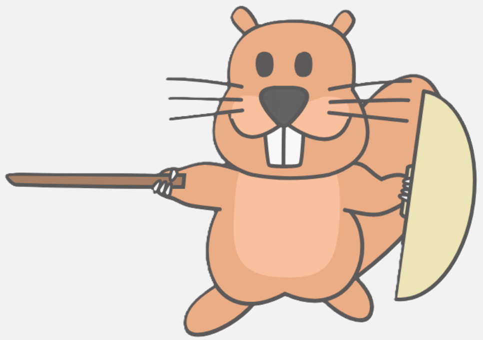


5　別解

小課題 3 より初期値 x を決めたら $O(N)$で条件を満たすか判定できる

答えを二分探索しても解ける！

$O(\log(\max A) \times N)$



得点分布

100点: 154 人
72点: 3 人
53点: 2 人
51点: 1 人
31点: 18 人
10点: 2 人
0点: 11 人