

# 5 - Post Office 解説

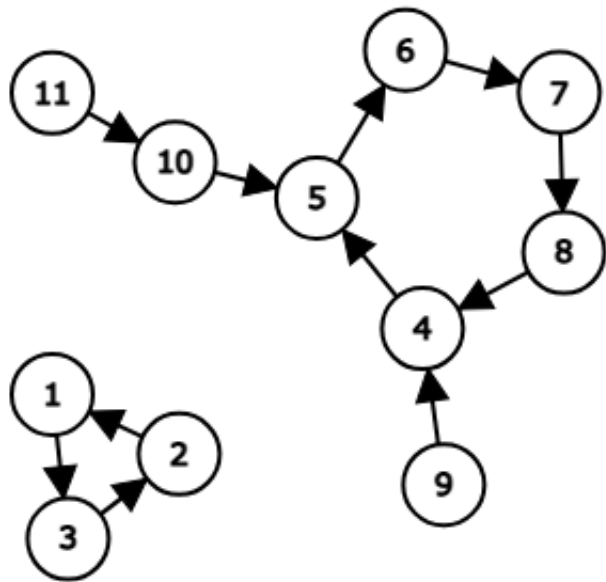
ynymxiaolongbao

# 問題概要

- $N$ 頂点のFunctional Graph（有向なもり）が与えられる。
- $M$ 個の荷物があり、頂点 $A[i]$ から頂点 $B[i]$ に、辺に沿って送っていく。
- 各時刻で、各頂点からは一つまで荷物を送れる。
- 最後に荷物の移動があった時刻の最小化（不可能ならそう主張）

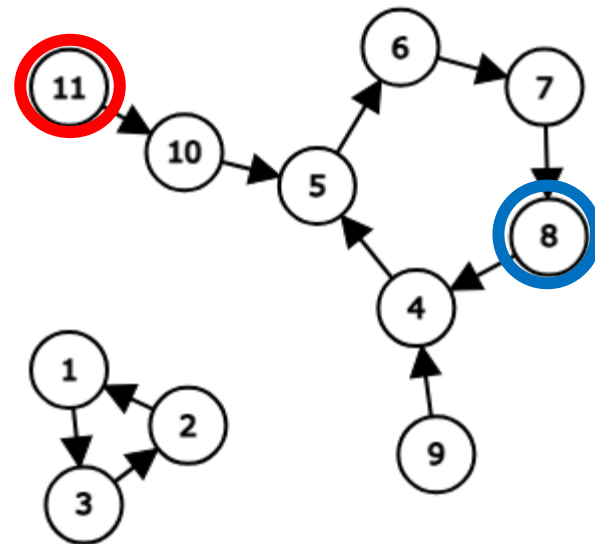
# 問題概要

- Functional Graph(有向なもり)
- なもりグラフの語源→
- sample 6 ↓



# 小課題 1 (3点)

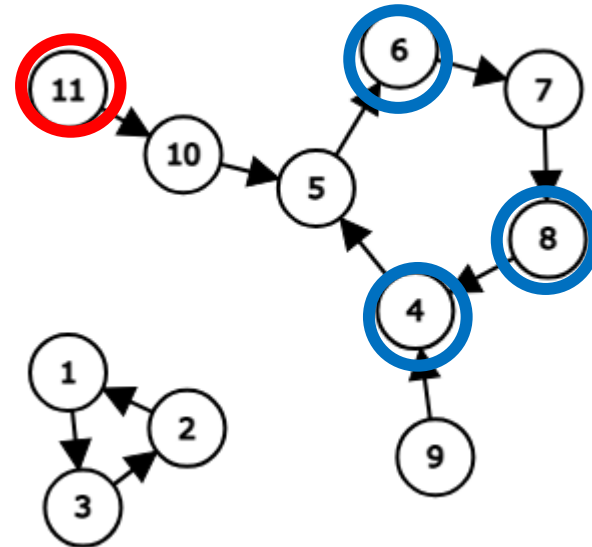
- $N = 3000, M = 1$
- $s$ から $t$ への距離を調べる
- 辺に沿って進んでいき、時刻 $N$ までに到着しなかったら不可能
- $O(N)$



## 小課題 2 (9点)

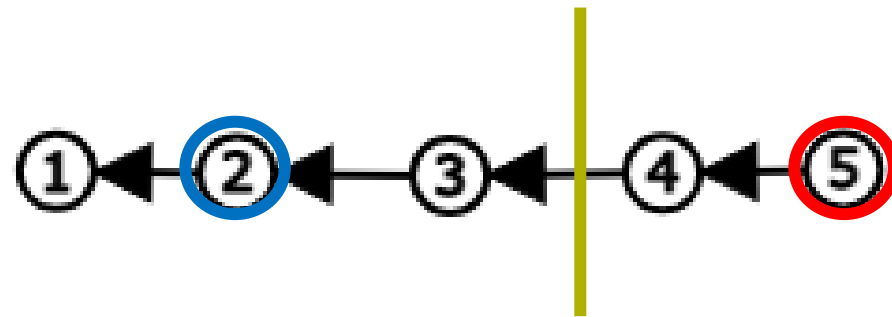
- $N = 3000, M = 3000$
- ある時刻、ある郵便局 に注目
- 荷物がいくつもあり、そのうちどれか一つを送る
- どれを送るか？ -> 最も送り先までの距離が遠いもの
- $O(NM)$

- 右の例では4,8,6の順に送る



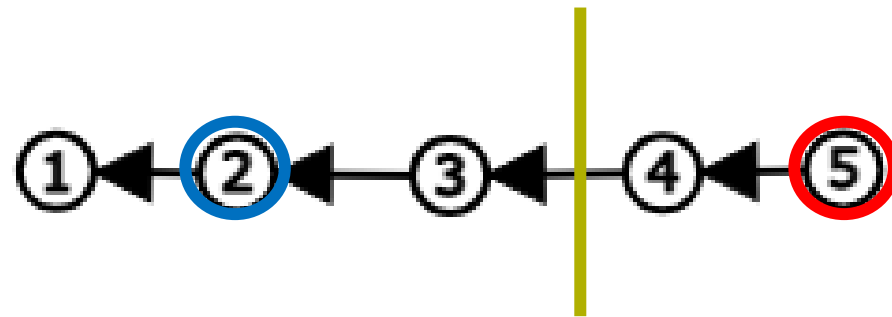
## 小課題 3 (13点)

- パス ある郵便局kをすべての荷物が通過する
- その郵便局kの気持ちになる
- 各荷物は以下の二つの情報で特徴付けられる
  - 郵便局kに到着する時刻
  - 郵便局kから目的地に到着するまでの時間



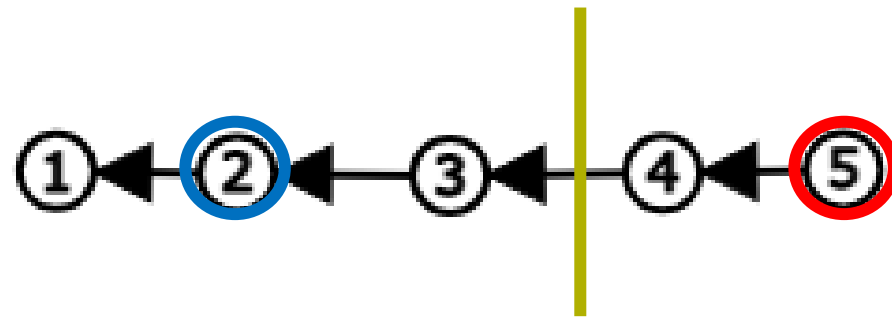
## 小課題 3 (13点)

- 郵便局kに到着する時刻 … すべての荷物が最短で到着する訳ではないが、最短で到着するとしてよい (最短で到着したとしても、結局郵便局kからは一つずつ発送するため)
- 郵便局kから目的地に到着するまでの時間 … 最短としてよい (郵便局kから一つずつ発送するため)



## 小課題 3 (13点)

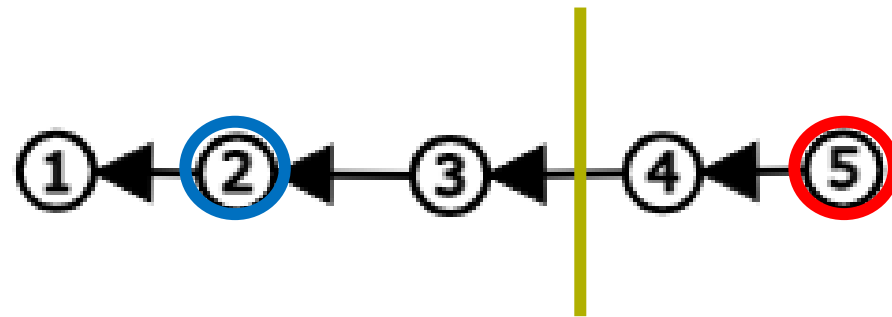
- 各時刻で、郵便局kにある荷物のうち、目的地までの距離が最大のものを発送する
- priority queue で  $O(N + M \log M)$





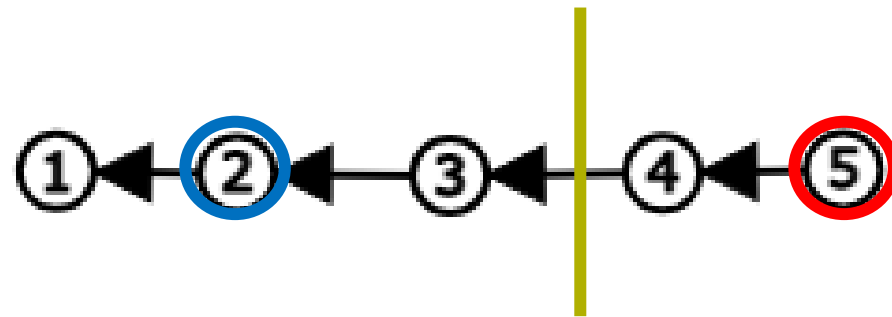
## 小課題 4 (25点)

- ある郵便局kに注目 ここから最後に発送する時刻を知りたい
- これに必要な情報は、各荷物について以下のみ
  - 郵便局kに到着する時刻
- 小課題 3 の考察より、最短で郵便局kに到着するとしてよい



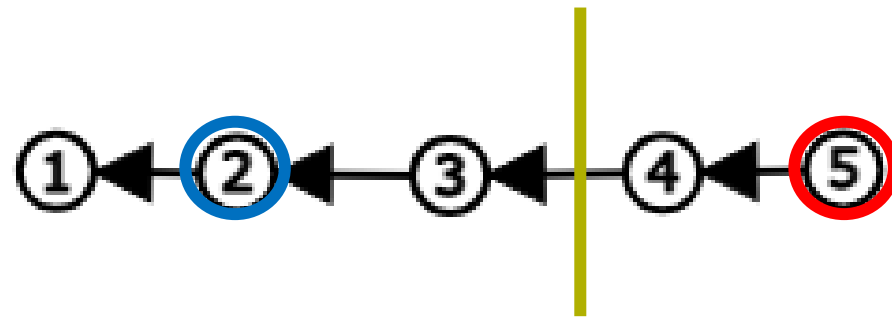
## 小課題 4 (25点)

- 郵便局  $k$  から最後に発送する時刻は？
- 郵便局  $k$  に最後に荷物が到着するまでのすべての時刻  $t$  について、郵便局  $k$  から最後に荷物を発送する時刻は、 $t$  以降に到着する荷物の個数  $+ t - 1$  以上
- 逆にこれをみたせばよい



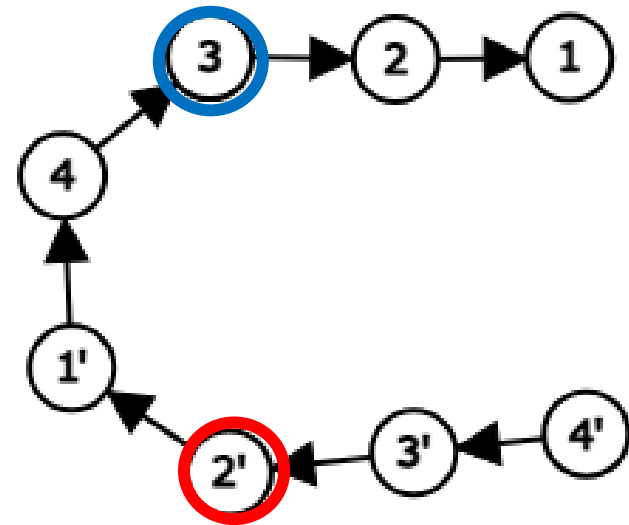
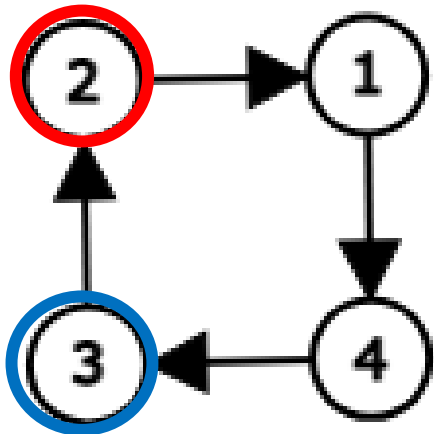
## 小課題 4 (25点)

- 区間加算区間maxのlazy segtree で管理しながらパスを辿る
- $O(N + M \log N)$



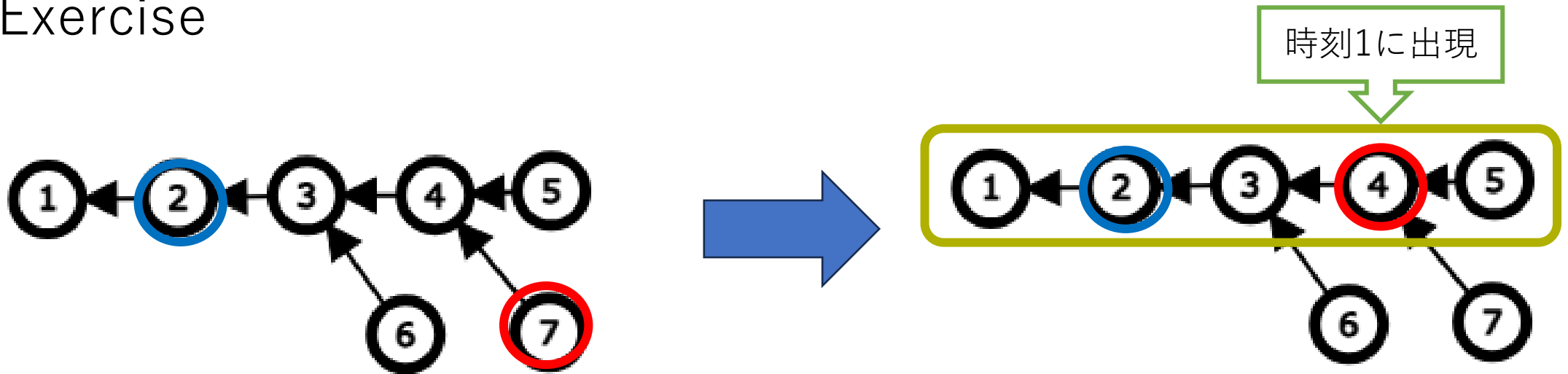
# 小課題 5 (11点)

- 円環
- 切り開いて長さ $2N$ のパスにすればOK
- Excercise



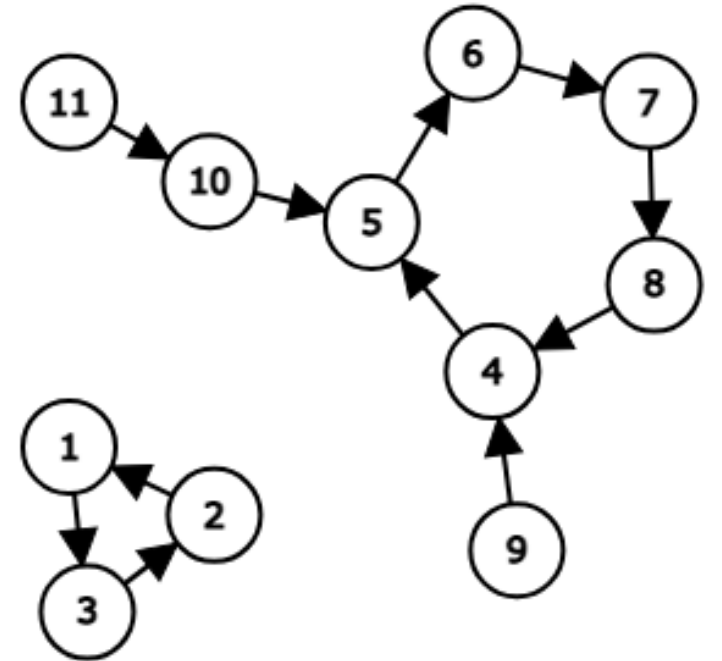
# 小課題 6 (25点)

- 木
- HLD(Heavy Light Decomposition)すると、パスの問題をいくつか解けば良くなる (荷物の個数の合計は $O(M \log N)$ になる)
- Exercise



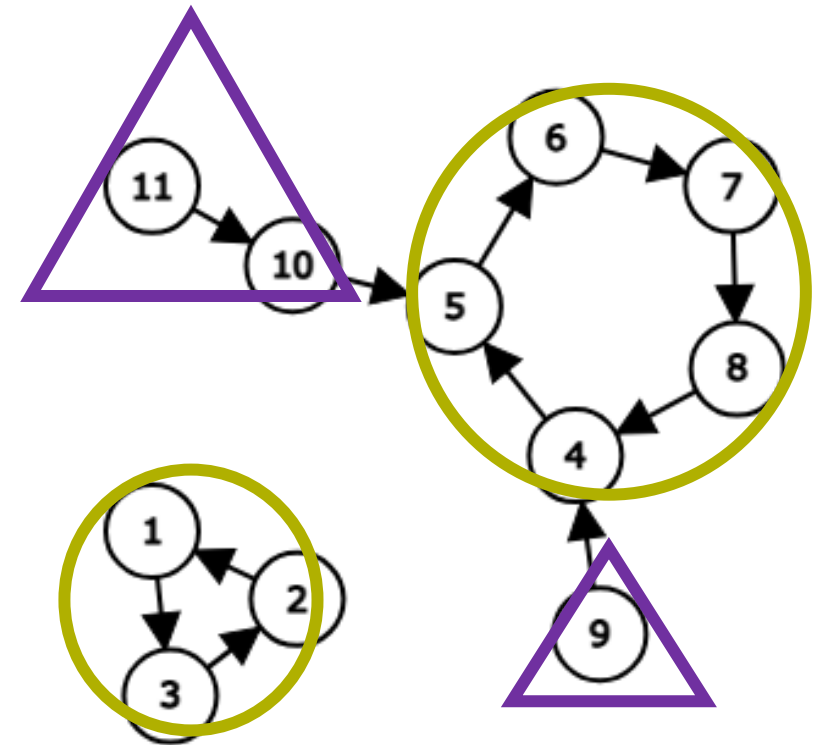
# 小課題7 (14点)

- Functional Graph (有向なもり)
- 二つの見方
- 円環 + 木の列 (円環に根付き木がいくつか生えている)
- 木 + 一辺 (根付き木の根から一本辺が出ている)
- どちらでも、これまでの小課題にある二つに分けて解ける



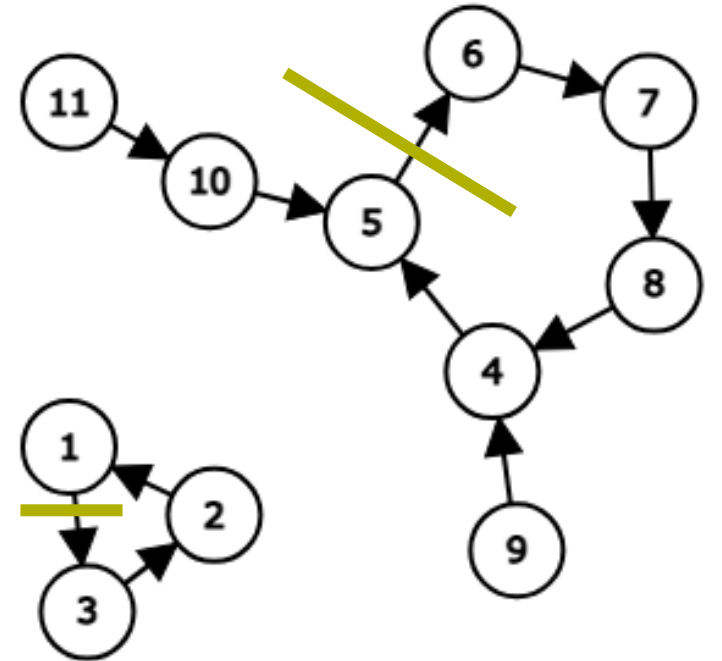
# 小課題7 (14点)

- Functional Graph (有向なもり)
- 二つの見方
- **円環 + 木の列** (円環に根付き木がいくつか生えている)
- 木 + 一辺 (根付き木の根から一本辺が出ている)
- どちらでも、これまでの小課題にある二つに分けて解ける



# 小課題7 (14点)

- Functional Graph (有向なもり)
- 二つの見方
- 円環 + 木の列 (円環に根付き木がいくつか生えている)
- **木 + 一辺 (根付き木の根から一本辺が出ている)**
- どちらでも、これまでの小課題にある二つに分けて解ける





# 得点分布

- 50pts: 3
- 25pts: 2
- 13pts: 1
- 12pts: 15
- 3pts: 57
- 0pts: 90