1

座席 3 (Seats 3)

Author : 平木 康傑

小課題 1,2,3

2 人組に与える座席 N 組の位置を総当たりし，それぞれにおいて VIP 客が得る 2 個の座席の位置を得ることで，あり得る割り当てすべてに対応する答えの候補が得られる．それらの最大値が答えとなる．

この解法の時間計算量は $O((2N+2)^N)$ である．

小課題 4

VIP 客が座る 2 個の座席の番号を，左から x, y とおく．「座席 x よりも左」「座席 x, y のあいだ」「座席 y よりも右」の 3 つの区間の長さは，順に $x-1, y-x-1, 2N+2-y$ となる．各区間をいくつかの 2 人組に過不足なく与えることから，これらの長さはいずれも偶数である必要があり，逆にすべて偶数であれば割り当てを達成できる．

上の条件は，「$1 \leqq x < y \leqq 2N$」「x は奇数」「y は偶数」をすべて満たすこととして言い換えられる．

よって，上を満たす整数組 (x, y) を総当たりし，それらにおける $A_x + A_y$ の最大値を求めればよい．

この解法の時間計算量は $\Theta(N^2)$ である．

満点解法

小課題 4 の解法において，整数 $y = 2, 4, \ldots, 2N+2$ を昇順に見ることを考える．

y の値を固定したとき，y より小さい奇数 x に対する A_x の最大値 $m_y = \max\{A_1, A_3, \ldots, A_{y-1}\}$ をおく．このとき，すべての y における $m_y + A_y$ の最大値が答えになる．

$y = 2$ のとき $m_y = A_1$ である．$y \geqq 4$ において，m_y, m_{y-2} の定義を見比べると，$m_y = \max(m_{y-2}, A_{y-1})$ と簡潔に求まることがわかる．

したがって，整数 $y = 2, 4, \ldots, 2N+2$ を昇順に見て，上の式によって m_y を得ることで，$m_y + A_y$ の最大値によって答えが求まる．

この解法の時間計算量は $\Theta(N)$ である．