2 宝石商 (Jeweler)

Author : 増田 拓真

小課題 1

客 i が $S_j - 0.1$ から $T_j + 0.1$ の間に店を訪れることが**できない**条件を考えると，$R_i < S_j$ または $T_j < L_i$ である．つまり客 i が店 j を訪れることが**できる**条件は $S_j \leqq R_i$ かつ $L_i \leqq T_j$ となる．よって案 j についての答えは，$1 \leqq i \leqq N$ で $S_j \leqq R_i$ かつ $L_i \leqq T_j$ を満たす C_i の和として計算できる．時間計算量は $\Theta(NM)$ である．

小課題 2

$S_j = T_j$ であるので，問題は区間 $[L_i, T_i]$ に点 S_j が含まれるかどうかを判定する問題に帰着される．よって時刻 $1, 2, \ldots, \max_j T_j$ について，その点が含まれる区間の C_i の和を前計算しておき，その値を出力すればよい．具体的には，それぞれの客 i について $[L_i, R_i]$ に C_i を加えると解釈すると，これはいわゆる imos 法を用いて計算できる．時間計算量は $\Theta(N + M + \max_j T_j)$ である．

小課題 3

$1 = S_j \leqq R_i$ は常に成り立つため， $L_i \leqq T_j$ のみを考えればよい．これは単純に累積和を用いて，1 から $\max_j T_j$ までの各点について L_i がその点以下であるような C_i の和を前計算しておき，その値を出力すればよい．時間計算量は $\Theta(N + M + \max_j T_j)$ である．

小課題 4, 満点

条件 $S_j \leqq R_i$ かつ $L_i \leqq T_j$ は，$R_i < S_j$ ではないかつ $L_i \leqq T_j$ と同値である．ここで $R_i < S_j$ ならば，$L_i < R_i$，$S_j \leqq T_j$ より $L_i \leqq T_j$ も成り立つ．よって答えは「$L_i \leqq T_j$ を満たす C_i の和」から「$R_i < S_j$ を満たす C_i の和」を引いたものと一致する．

「$L_i \leqq T_j$ を満たす C_i の和」，「$R_i < S_j$ を満たす C_i の和」はそれぞれ小課題 3 と同様にして累積和を用いて前計算できる．時間計算量は $\Theta(N + M + \max_j T_j)$ である．