

JOIG 春 Contest2



魔法陣

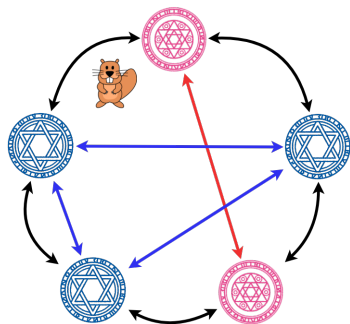


解説担当：坂部圭哉

2025/03/23

問題概要

- N 個の魔法陣が円形に並んでいる
- 各魔法陣は青色または赤色
- 以下の移動がどちらも 1 秒でできる：
 - 隣り合う魔法陣に移動する
 - 同じ色の魔法陣に移動する



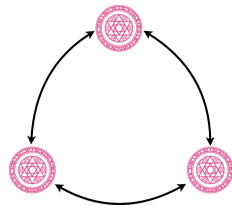
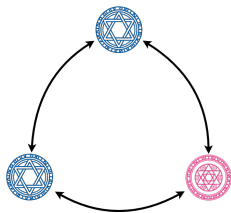
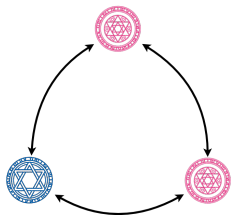
- スタートとゴールの組が Q 通り与えられる
- スタートからゴールへ何秒で移動できるか求めよ

制約：

- $3 \leq N \leq 500\,000$
- $1 \leq Q \leq 500\,000$

小課題 1 : $N = 3, Q \leq 100$

● $N = 3$



● $\implies$ すべての魔法陣が隣り合っている

● $\implies$ どの魔法陣からどの魔法陣へも 1 秒 で移動可能

時間計算量 : $O(Q)$

以降の小課題へ向けて

スタートとゴールの組を場合分けして考える

以下の場合には 1 秒で移動可能

- スタートとゴールの 色が同じ 場合
- スタートとゴールが 隣り合っている 場合

これらは $O(Q)$ で判定可能

以降では、これらが満たされない場合のみを解説．つまり
スタートとゴールは 色が異なる かつ 隣り合っていない
(このとき必ず 2 秒以上かかる)

場合分けのパターンを減らすポイント

「魔法陣 $j \rightarrow$ 魔法陣 k 」と「魔法陣 $j \leftarrow$ 魔法陣 k 」の秒数は同じ
 $\Rightarrow$ スタートとゴールの組が重要 (どちらがスタートかは関係ない)

小課題 2：魔法陣 1 のみが青色

1 秒では移動できない場合は下の場合のみ：

魔法陣 1 $\leftrightarrow$ 魔法陣 3, ..., $N - 1$

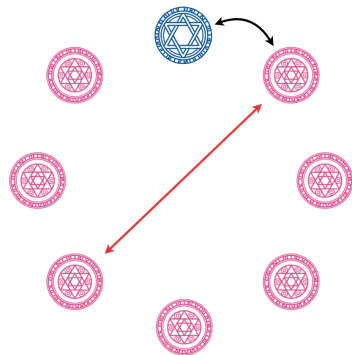
右図のように 2 秒 で移動可能！

移動時間の計算：

1 秒で移動できるかどうかを判定

→ 可能ならば 1, 不可能ならば 2 を出力

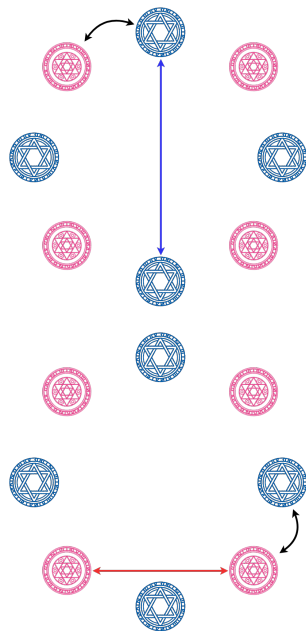
時間計算量： $O(Q)$



小課題 3 : N は偶数・色が交互

1 秒で移動できない場合 , 2 秒で移動可能 !
(「隣接移動」→「同色移動」が必ずできる)

移動時間の計算 (小課題 2 と同じ) :
1 秒で移動できるかどうかを判定
→ 可能ならば 1 , 不可能ならば 2 を出力
時間計算量 : $O(Q)$



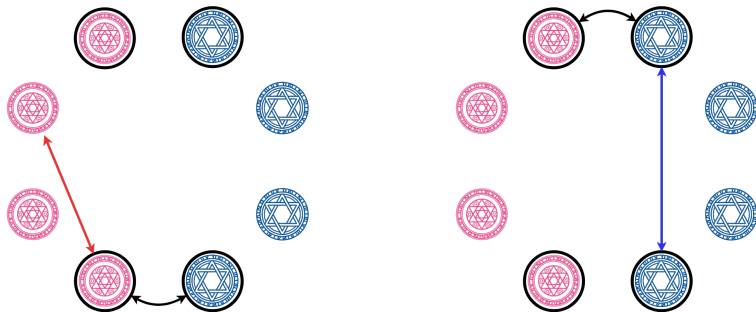
小課題 4 : N は偶数・それぞれの色が $N/2$ 個連続

小課題 4 では , 1 秒で移動できない場合を更に 2 通りに場合分け

1. スタートまたはゴールの隣に異なる色がある場合

(スタート or ゴールが魔法陣 1 , $N/2$, $N/2 + 1$, N (丸印))

→ 必ず 2 秒 で移動可能 ! (隣接移動 + 同色移動)



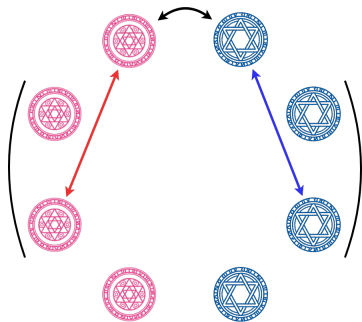
小課題 4 : N は偶数・それぞれの色が $N/2$ 個連続

小課題 4 では, 1 秒で移動できない場合を更に 2 通りに場合分け

2. スタートとゴール共に隣に異なる色が無い場合

(魔法陣 $2 \sim N/2 - 1 \leftrightarrow N/2 + 2 \sim N - 1$)

→ 必ず 3 秒 で移動可能! (魔法陣 $1 \leftrightarrow$ 魔法陣 N を経由)



2 秒では移動不可能 (スタート/ゴールから 1 秒で行ける色を考える)

小課題 4 : N は偶数・それぞれの色が $N/2$ 個連続

以上のまとめ :

移動時間の計算

1 秒で移動できるか？

YES → 1 を出力

NO ↓

スタート or ゴールの隣に異なる色があるか？

(つまり, スタート or ゴールは魔法陣 1, $N/2$, $N/2 + 1$, N か？)

YES → 2 を出力

NO → 3 を出力

Q 回これを実行 → 時間計算量 : $O(Q)$

小課題 4 の解法 (前スライド)

1 秒で移動できるか？

YES → 1 を出力

NO ↓

スタート or ゴールの隣に異なる色があるか？

YES → 2 を出力

NO → 3 を出力

実は、この解法でそのまま満点が取れる！！

- スタート or ゴールの隣に異なる色があるとき
→ 「隣接移動」 + 「同色移動」で 2 秒で移動可能
- スタートとゴール共に隣に異なる色が無いとき
→ 重要な考察： 青色 と 赤色 が隣接する箇所が必ず存在
→ (スタート) 青色 $\xleftrightarrow{\text{同色}}$ 青色 $\xleftrightarrow{\text{隣接}}$ 赤色 $\xleftrightarrow{\text{同色}}$ 赤色 (ゴール) とできる

小課題 5 : $N \leq 100$, $Q \leq 100$

「スタートからゴールへ何秒で移動できるか求めよ」

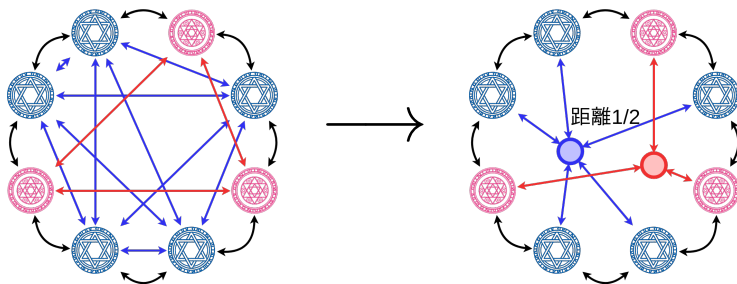
→ グラフ上の**最短路問題** (頂点数 N , 辺数 $\simeq N^2$)

● 愚直に幅優先探索 $\implies O(N^2Q)$

● 全頂点对間の距離を最初に求める $\implies O(N^3)$

小課題 1, 5 の合計 27 点 !

工夫をすると, 辺数を $O(N)$ に減らせる (得点は増えないが...)



得点分布

100点：

60点：

37点：

24点：

6点：