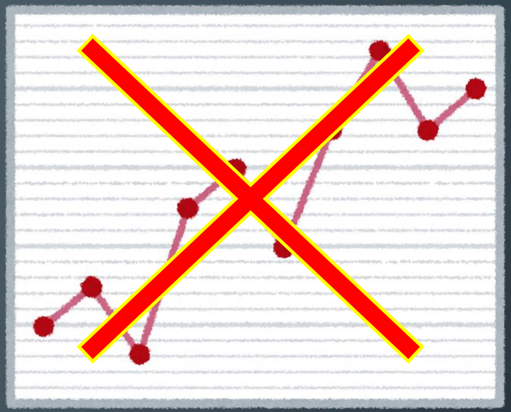
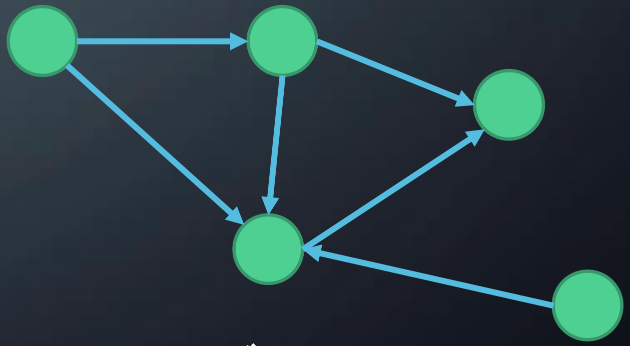
パレード 解説

JOIG2021 5問目

問題概要



- N 頂点 M 辺の重み付き有向グラフが与えられる
- 頂点 1 から頂点 N まで距離 L 以下で移動する
- 進行方向を反転しなければならない辺の本数の最小値は？
- 到達不可能な場合はそれを判定

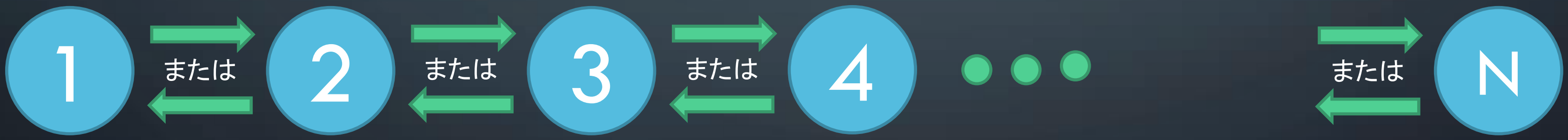


グラフ

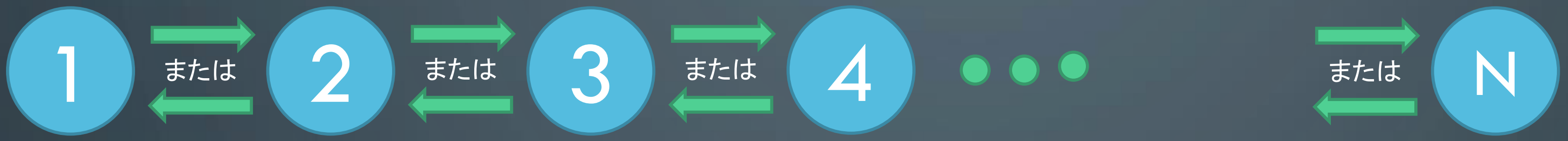
小課題 1（7点）

- $M = N-1$
- $(A_i, B_i) = (i, i+1)$ または $(A_i, B_i) = (i+1, i)$

この制約が意味するものは？



小課題 1（7点）



- 頂点 1 から頂点 N までの距離は 全ての辺の長さの合計
- 反転する辺の数は $(A_i, B_i) = (i+1, i)$ となっている辺の数

これらをfor文など，適切な繰り返し処理を用いて計算しましょう

小課題 2（14点）

- M は偶数
- $A_{2i-1} = B_{2i}$
- $A_{2i} = B_{2i-1}$
- $C_{2i-1} = C_{2i}$

この制約が意味するものとは？

→辺が(実質)双方向

小課題２（14点）

辺が双方向だと何が嬉しいか？

→反転を考えなくてよい，到達可能か不可能かを判定すればよい

→頂点１から頂点Ｎまでの最短路がＬ以下か？

小課題 2（14点）

グラフ上の最短路を求める方法の例

- Bellman–Ford algorithm（ベルマンフォード法）
- Dijkstra's algorithm（ダイクストラ法）
- Warshall–Floyd Algorithm（ワーシャルフロイド法）

問題設定に合った適切なアルゴリズムを使おう

この問題の場合，ワーシャルフロイド法だと実行時間制限超過(TLE)するかも

小課題 3（18点）

- N ≦ 15
- M ≦ 15

Mが非常に小さい

→各辺について，反転させるかさせないか試す（bit全探索）

小課題 3（18点）（別解）

- N ≦ 15
- M ≦ 15

Mが非常に小さい

→深さ優先探索（DFS）などで全経路を調べる

小課題 4（20点）

- $C_i = 1$
- L = 1000000000

この制約が意味するものは？

→辺の長さについて考えなくてよい

小課題 4（20点）

辺の長さについて考えなくてよい

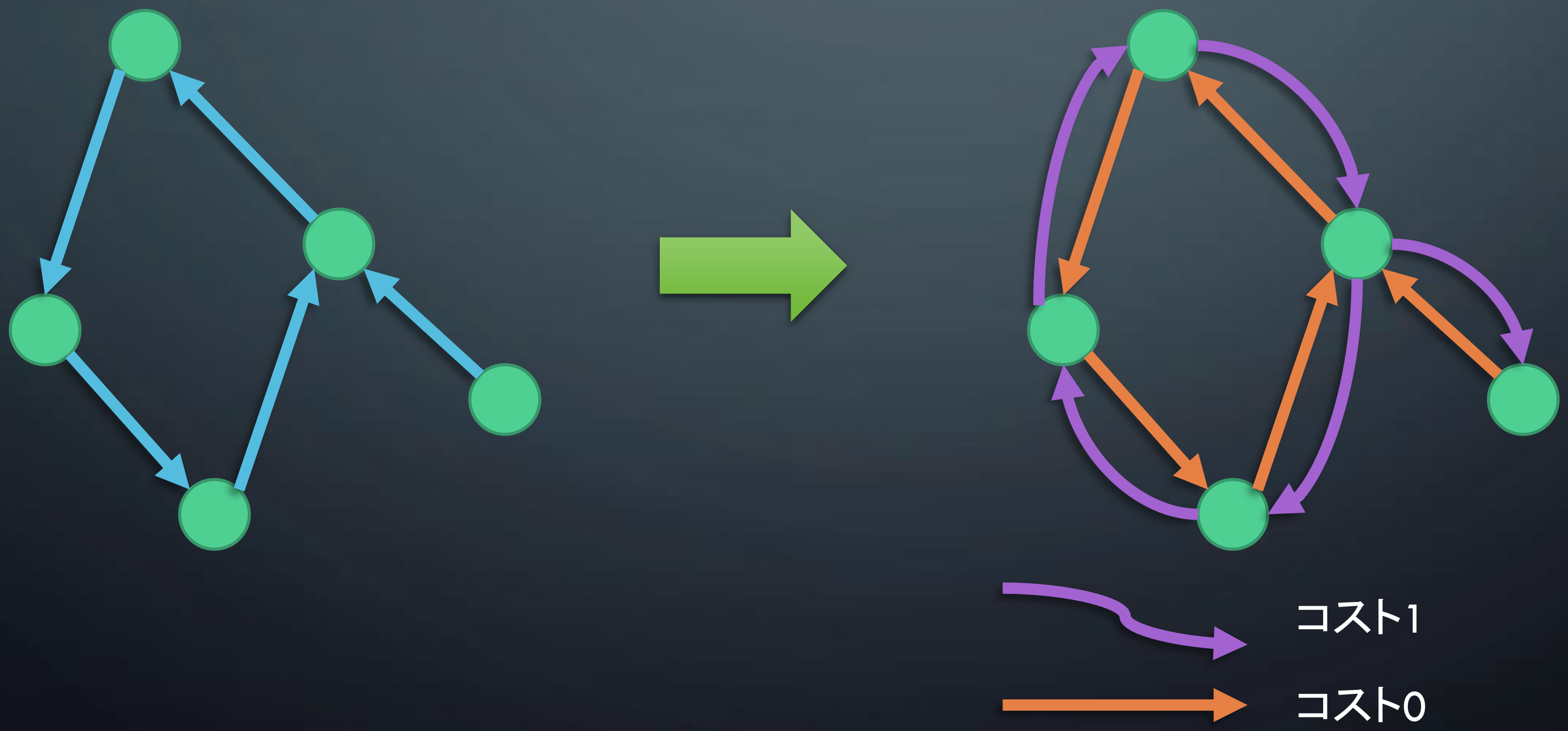
→反転の回数だけ考えればよい

→辺の進行方向にコスト0，反転方向にコスト1の辺を貼って最短路を求める

ダイクストラ法やベルマンフォード法でも正解できるが，01-BFSという手法も使える

小課題 4（20点）

辺の進行方向にコスト0，反転方向にコスト1の辺を貼って最短路を求める



小課題 5（20点）

- C_i = 1

小課題 4 と異なり, L の制約がない

→ちゃんと辺の長さ, 各頂点までの距離について考えないといけない

→距離の最大値は N-1（各頂点に2回以上訪れる経路は最善ではないため）

小課題 5（20点）

距離の最大値は N-1（各頂点に2回以上訪れる経路は最善ではないため）

→（頂点，この頂点に訪れるまでの距離）の組み合わせは N^2 通り

→ このN^2 頂点に適切に長さ 0 か 1 の辺を貼り，最短路問題を解く

距離の小さい順にみてやることで動的計画法（DP）みたいにも解ける

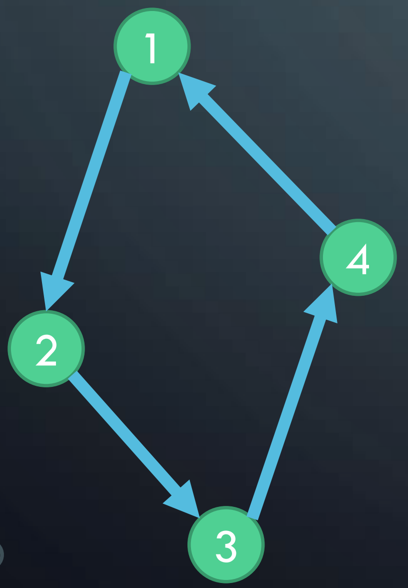
小課題 5（20点）

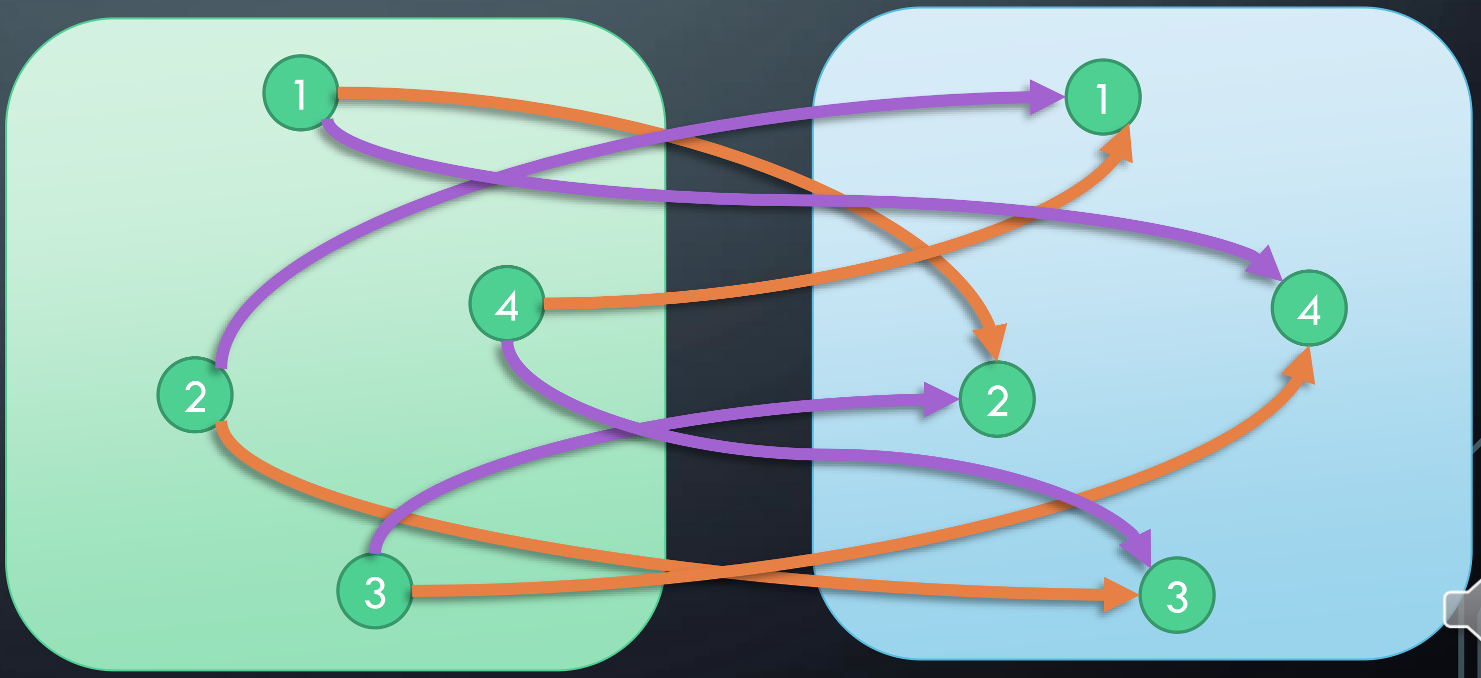
（頂点，この頂点に訪れるまでの距離）の組み合わせは N^2 通り

→ このN^2 頂点に適切に長さ 0 か 1 の辺を貼り，最短路問題を解く

コスト1

コスト0





満点解法

小課題 5 では(頂点, 距離)をindexとして扱った

ここで，反転させる道の個数を考えると最大で N-1 本

→ (頂点, この頂点にたどり着くために反転させた本数)をindexにする

→ 小課題 5 と同様にこの N^2 頂点に適切に辺を貼り，最短路問題を解く

遅い言語だとO(NM)本辺を貼ると実行時間制限超過するかもしれない

反転させた本数の小さい順に見てやると多少早くなる

得点分布

0点	117人
7点	4人
20点	1人
21点	2人
25点	1人