

デジタルアート 解説

日本情報オリンピック女性部門 (JOIG 2021) 問題 6
2021. 4. 25

解説：米田 寛峻

はじめに | 問題概要

はじめに

1

2

3

4

5

6

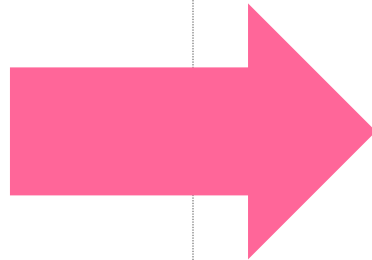
7

8

満点

Page 2 of 54

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1



1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	[Grayed out]				3
1	2	2	2	[Grayed out]				1
1	2	2	2	[Grayed out]				1
1	2	2	2	[Grayed out]				1
1	2	2	2	[Grayed out]				1

$H \times W$ ピクセルの **画像** がある

s ピクセル以下の **長方形領域**
を選んで隠す

はじめに | 問題概要

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 3 of 54

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3					3
1	2	2	2					1
1	2	2	2					1
1	2	2	2					1
1	2	2	2					1

隠されず見える色の種類を小さくしたい
「最小で何種類にできるか？」

$H \times W$ ピクセルの 画像 がある

S ピクセル以下の 長方形領域
を選んで隠す

はじめに | 制約

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 4 of 54

小課題ごとに「入力データの制約」が変わってくる

→ 解法の性能に応じて得点が決める！

小課題	配点	入力データの制約
#1	8点	$H = 1, W \leq 10$
#2	10点	$H \leq 10, W \leq 10$
#3	5点	$S = 1$
#4	6点	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$
#5	5点	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$
#6	13点	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$
#7	13点	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$
#8	15点	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$
#9	25点	追加の制約はない。

全体の制約

- ✂ $1 \leq H \leq 1000$
- ✂ $1 \leq W \leq 1000$
- ✂ $1 \leq S \leq HW$
- ✂ $1 \leq A_{i,j} \leq 256$

※ $A_{i,j}$ はピクセル (i,j) の色の番号を表す

はじめに | 制約

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 5 of 54

小課題ごとに「入力データの制約」が変わってくる

→ 解法の性能に応じて得点が決める！

小課題	配点	入力データの制約
#1	8 点	$H = 1, W \leq 10$
#2	10 点	$H \leq 10, W \leq 10$
#3	5 点	$S = 1$
#4	6 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$
#5	5 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$
#6	13 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$
#7	13 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$
#8	15 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$
#9	25 点	追加の制約はない。

1. H, W に関する制約

✖ 小課題 1, 2 が関係する

→ ここまで 8 点

→ ここまで 18 点

はじめに | 制約

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 6 of 54

小課題ごとに「入力データの制約」が変わってくる

→ 解法の性能に応じて得点が決める！

小課題	配点	入力データの制約
#1	8点	$H = 1, W \leq 10$
#2	10点	$H \leq 10, W \leq 10$
#3	5点	$S = 1$
#4	6点	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$
#5	5点	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$
#6	13点	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$
#7	13点	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$
#8	15点	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$
#9	25点	追加の制約はない。

2. S に関する制約

✘ 小課題 3 が関係する

✘ 小課題 2 と合わせて取ると
23点 が取れる

→ ここまで 5 点

はじめに | 制約

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 7 of 54

小課題ごとに「入力データの制約」が変わってくる

→ 解法の性能に応じて得点が決める！

小課題	配点	入力データの制約
#1	8 点	$H = 1, W \leq 10$
#2	10 点	$H \leq 10, W \leq 10$
#3	5 点	$S = 1$
#4	6 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$
#5	5 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$
#6	13 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$
#7	13 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$
#8	15 点	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$
#9	25 点	追加の制約はない。

3. $A_{i,j}$ に関する制約

- ✖ 小課題 4~8 が関係する
- ✖ 全体の制約も「 $1 \leq A_{i,j} \leq 256$ 」
小課題 8 の延長線になっている

→ ここまで 6 点

→ ここまで 11 点

→ ここまで 24 点

→ ここまで 37 点

→ ここまで 52 点

→ これが解ければ 100 点満点

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 8 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 1 | $H = 1, W \leq 10$

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

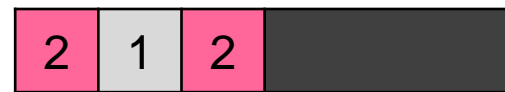
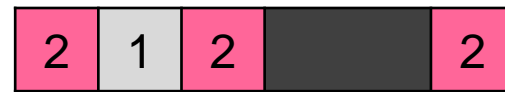
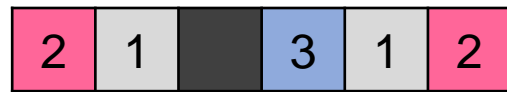
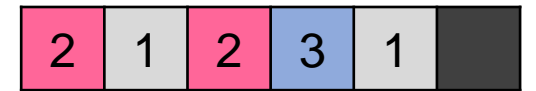
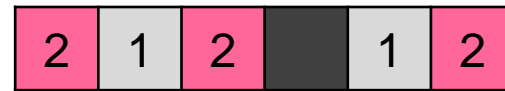
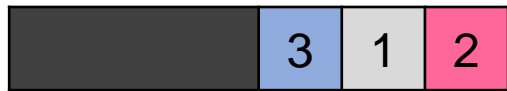
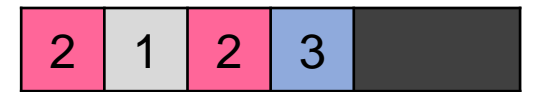
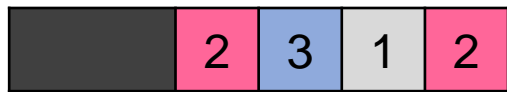
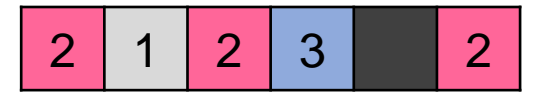
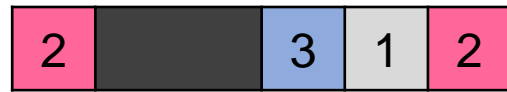
8

満点

Page 9 of 54

小課題 1 では、画像は $1 \times W$ の形になっている

画像の隠し方を全部試してみよう (例: $H = 1, W = 6, S = 4$ の場合)



最小で **1** 種類

小課題 1 | $H = 1, W \leq 10$

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 10 of 54

このように、全ての隠し方について試す「全探索」で解ける

色の種類数は、「出現が 1 回以上」である色の個数として求められる

- 番号 $1, 2, \dots, 256$ の色の出現回数 c_1, c_2, \dots, c_{256} をカウントすると実装しやすい

3 重ループを実装することで、答えを求めるプログラムができる

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 11 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 2 | $H \leq 10, W \leq 10$

はじめに

1

2

3

4

5

6

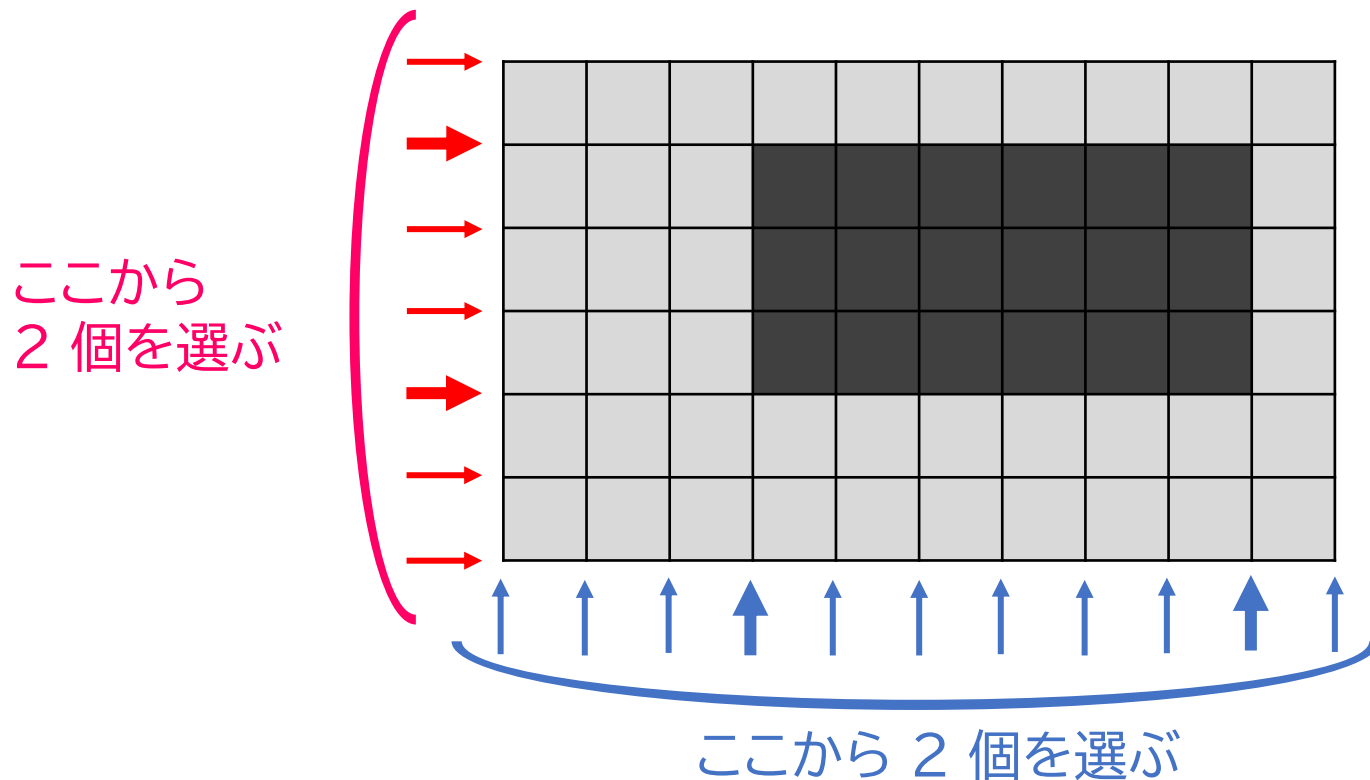
7

8

満点

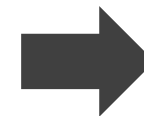
Page 12 of 54

小課題 2 は、画像のサイズが小さいため、**全探索** が使えそう
実際に、隠す長方形領域は何通りあるのか？



縦の選び方 $\cdots \frac{1}{2}H(H+1)$ 通り

横の選び方 $\cdots \frac{1}{2}W(W+1)$ 通り



全体の選び方は

$\frac{1}{4} \times H(H+1) \times W(W+1)$ 通り

小課題 2 | $H \leq 10, W \leq 10$

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 13 of 54

小課題 1 と同様に、全ての隠し方について試す「全探索」で解ける

- 1 つのの長方形領域に対して種類数を $HW + A$ 回程度の計算の手間をかけると…
- 計算時間 $O(H^2W^2 \times (HW + A))$ で解くことができる

※ A を色の番号の最大値、すなわち $A = 256$ とする

6 重ループを実装する必要があり、プログラム作成の難易度が比較的高い

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 14 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 3 | $s = 1$

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 15 of 54

小課題 3 では「1 ピクセルだけ隠すことになる」

■	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

1	1	■	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

1	1	3	3	■	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	■	1



1	■	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

1	1	3	■	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

1	1	3	3	3	■	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	■

小課題 3 | $S = 1$

小課題 3 では「1 ピクセルだけ隠すことになる」

全探索で種類数を判定すると
計算時間 $O(H^2 \times W^2)$ がかかってしまう！

※ 一般的には、実行時間制限 1 秒につき、数億回の計算回数が目安

小課題 3 | $S = 1$

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 17 of 54

1 ピクセル隠すことで種類数を減らせるか 考える

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	■	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	5	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

種類数が 5 のままの例

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	■	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

種類数が 5 → 4 になる例

小課題 3 | $S = 1$

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 18 of 54

1 ピクセル隠すことで種類数を減らせるか考える

右図の例で、種類数を減らせるのは

- 1 回しか登場しない色を消したから

種類数が 1 減らせる条件は…

条件 「出現が 1 回」の色があること

1	1	3	3	3	3	3	1	1
1	3	3	3	3	3	3	3	1
3	3	3	3	3	3	3	3	3
1	2	2	2	2	2	2	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1
1	2	2	2	4	4	■	2	1
1	2	2	2	4	4	4	2	1

種類数が 5 → 4 になる例

小課題 3 | $S = 1$

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 19 of 54

アルゴリズム

- 1 各色の出現回数 c_1, c_2, \dots, c_{256} を求める
- 2 隠さない場合の種類数 T は「 c_1, c_2, \dots, c_{256} の中で 0 以外の数の個数」で求まる
- 3 c_1, c_2, \dots, c_{256} の中に 1 が **あれば** 答えは $T - 1$ となる
 c_1, c_2, \dots, c_{256} の中に 1 が **なければ** 答えは T となる

計算時間 $O(HW + A)$ で高速に動作する

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 20 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 4 | 2色だけの場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

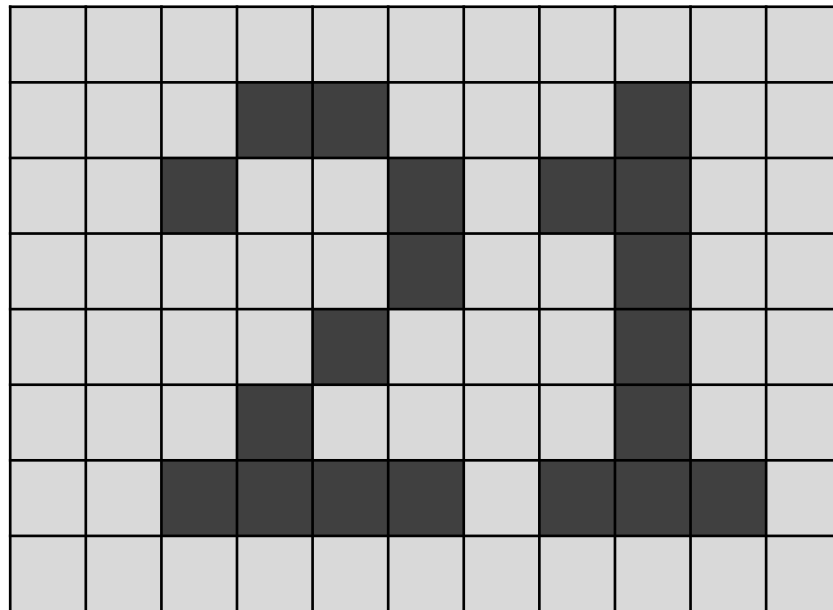
8

満点

Page 21 of 54

小課題 4 は、画像が 2 色以下となっている

イメージしやすいように、**白と黒だけの画像** について考えてみよう



小課題 4 | 2色だけの場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

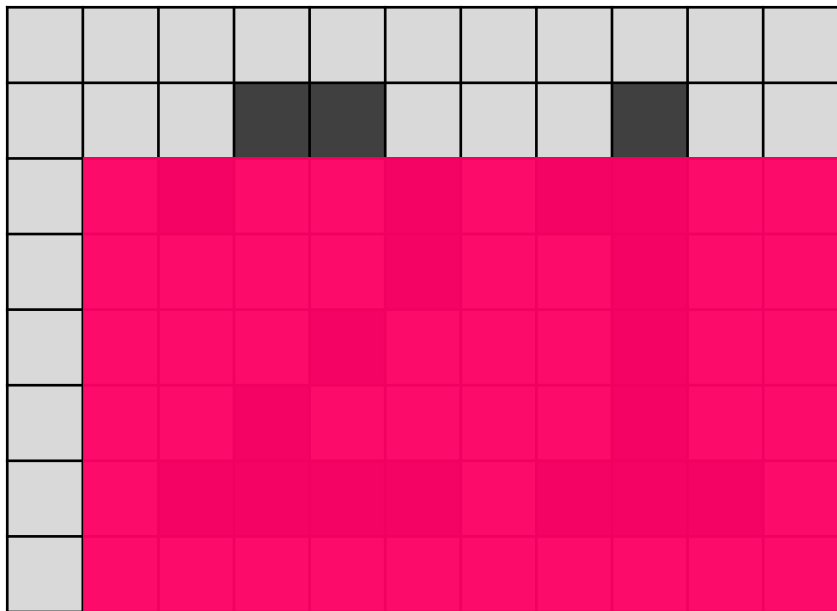
8

満点

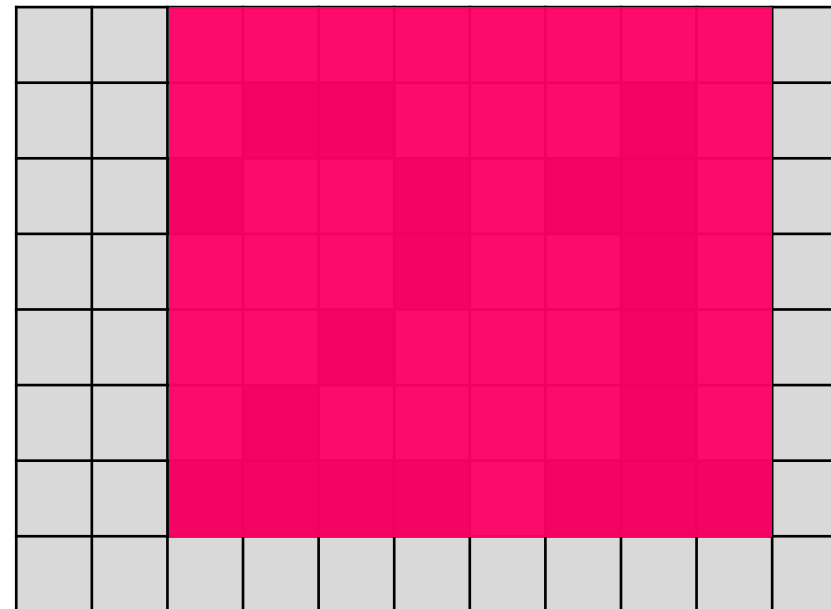
Page 22 of 54

Q. 黒のエリアを隠して見えなくすることはできるか？ ($s = 56$ の場合)

× 隠せていない場合



○ 隠せている場合



小課題 4 | 2色だけの場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

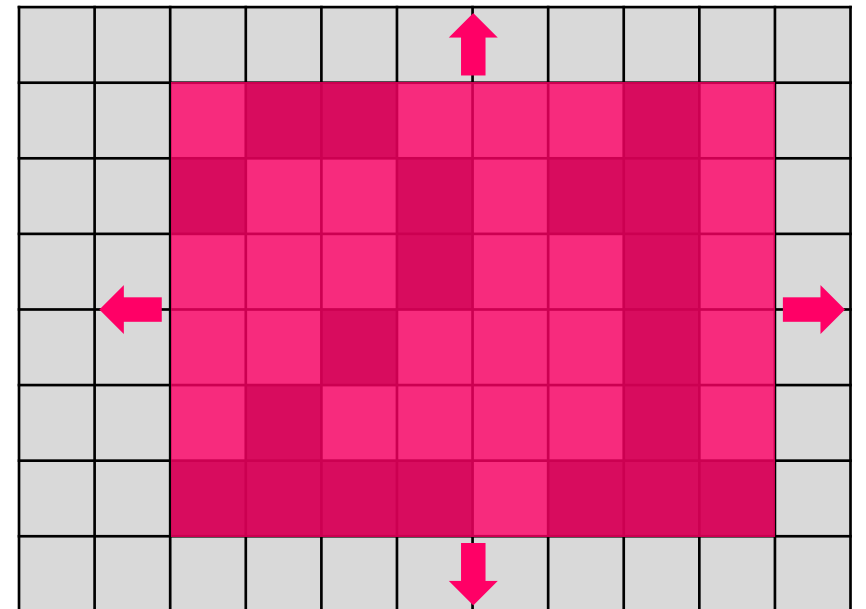
Page 23 of 54

すべて包み込む「ギリギリの長方形」が、隠せる限界となる

ギリギリの長方形 の計算

- 上端 : 黒マスの中で一番上の位置 ra
- 下端 : 黒マスの中で一番下の位置 rb
- 左端 : 黒マスの中で一番左の位置 ca
- 右端 : 黒マスの中で一番右の位置 cb

必要最小限の面積は $(rb - ra + 1) \times (cb - ca + 1)$



小課題 4 | 2色だけの場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 24 of 54

アルゴリズム：黒のエリアを全部隠せるか判定

- 1 黒マスの最も上の位置 ra 、最も下の位置 rb を求める
- 2 黒マスの最も左の位置 ca 、最も下の位置 cb を求める
- 3 $(rb - ra + 1) \times (cb - ca + 1) \leq S$ ならば「すべて隠せる」
そうでないなら「すべて隠すことはできない」

※ 黒マスが 1 個もない場合は、例外的に「全部隠せる」とする

計算時間 $O(HW)$ で高速に動作する

小課題 4 | 2 色だけの場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 25 of 54

アルゴリズム：全体の流れ

黒マスを全部隠せるか判定

白マスを全部隠せるか判定

どちらか一方でも可能だったら…

色の種類数を 1 にできる！

例外として、 $s = HW$ の場合「色の種類数を 0 にできる」

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 26 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 5 | 4 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 27 of 54

小課題 5 は、画像が 4 色以下となっている

2 色の場合の解法を振り返って見よう

- 1 黒マスを全部隠せるか判定
- 2 白マスを全部隠せるか判定
- 3 黒・白を両方全部隠せるか判定 ($S = HW$ であるか)

小課題 5 | 4 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 28 of 54

小課題 5 は、画像が 4 色以下となっている

2 色の場合の解法を振り返って見よう → **これを 3 色にも応用したい!**

1 色 1 を全部隠せるか判定

2 色 2 を全部隠せるか判定

3 色 3 を全部隠せるか判定

4 色 1, 2 を全部隠せるか判定

5 色 1, 3 を全部隠せるか判定

6 色 2, 3 を全部隠せるか判定

7 色 1, 2, 3 を全部隠せるか判定
($S = HW$ であるか)

小課題 5 | 4 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 29 of 54

小課題 5 は、画像が 4 色以下となっている

2 色の場合の解法を振り返って見よう → **これを 3 色にも応用したい!**

1 色 1 を全部隠せるか判定

2 色 2 を全部隠せるか判定

3 色 3 を全部隠せるか判定

4 色 1, 2 を全部隠せるか判定

5 色 1, 3 を全部隠せるか判定

6 色 2, 3 を全部隠せるか判定

7 色 1, 2, 3 を全部隠せるか判定
($S = HW$ であるか)

For example ...

1, 2, 3, 5 が可能なとき、色の種類数を 1 にできる

小課題 5 | 4 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 30 of 54

さらに 4 色の場合にも応用したい → 15 個の場合を判定すればよい

1 色 1 を全部隠せるか判定

2 色 2 を全部隠せるか判定

3 色 3 を全部隠せるか判定

4 色 4 を全部隠せるか判定

5 色 1, 2 を全部隠せるか判定

6 色 1, 3 を全部隠せるか判定

7 色 1, 4 を全部隠せるか判定

8 色 2, 3 を全部隠せるか判定

9 色 2, 4 を全部隠せるか判定

10 色 3, 4 を全部隠せるか判定

11 色 1, 2, 3 を全部隠せるか判定

12 色 1, 2, 4 を全部隠せるか判定

13 色 1, 3, 4 を全部隠せるか判定

14 色 2, 3, 4 を全部隠せるか判定

15 色 1, 2, 3, 4 を全部隠せるか判定
($S = HW$ であるか)

小課題 5 | 4 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

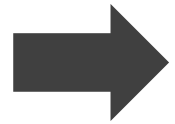
7

8

満点

Page 31 of 54

このように、「どの色を隠すか」を $2^A - 1$ 通り全部試す (A は色の種類数)



それぞれに対しては **ギリギリの長方形** を作って判定する
できる中で「残す色の種類数」が一番小さいものが答え

そうすると、計算時間 $O(2^A \times HW)$ で解くことができる

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 32 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 6 | 15 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 33 of 54

小課題 6 は、画像が 15 色になることまでありうる

現状の課題



改善？

「どの色を隠すか」それぞれの判定に $O(HW)$ もかけるから
全体で計算時間 $O(2^A \times HW)$ もかかっている

判定に $O(HW)$ もかけるのをやめて効率的な方法を考えよう
すると、全体の計算時間の短縮が望める

小課題 6 | 15 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

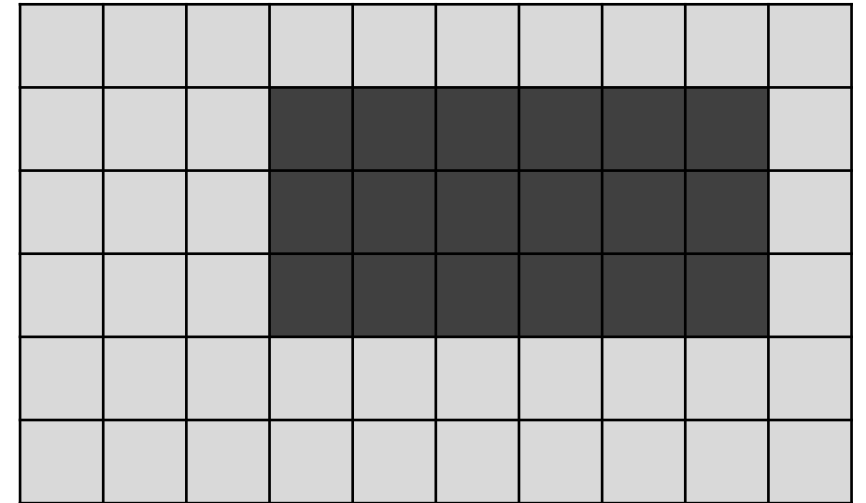
Page 34 of 54

ギリギリの長方形を求める方法を思い出してみよう

上端 : 黒マスの中で一番上の位置 ra
下端 : 黒マスの中で一番下の位置 rb
左端 : 黒マスの中で一番左の位置 ca
右端 : 黒マスの中で一番右の位置 cb

ra →

rb →



ra, rb, ca, cb をなんとかして高速に求めたい!

↑
 ca

↑
 cb

小課題 6 | 15 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

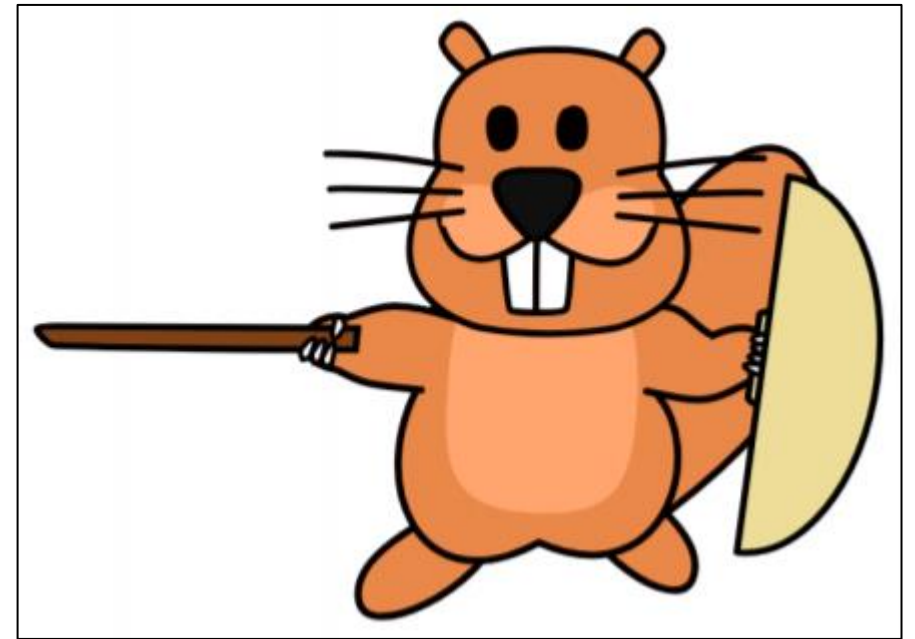
満点

Page 35 of 54

人間だとどうやって求めるか？

クイズ

右の画像で黄土色、薄茶色、濃茶色を隠すとき
 ra はどの位置になるか？



小課題 6 | 15 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 36 of 54

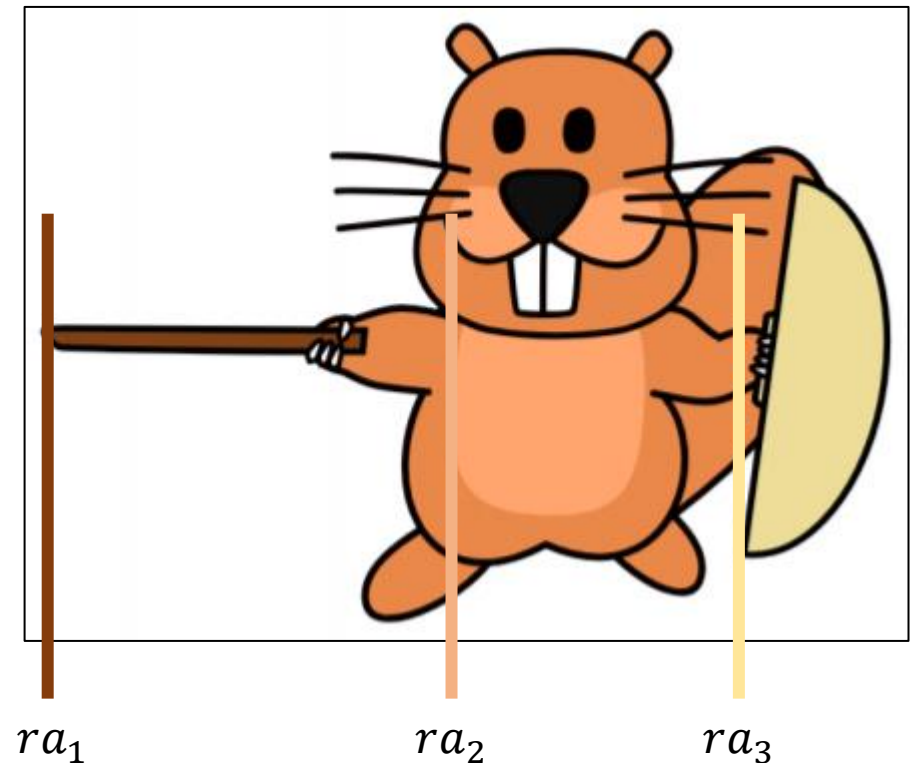
人間だとどうやって求めるか？

クイズ

右の画像で黄土色、薄茶色、濃茶色を隠すとき ra はどの位置になるか？

答え

各色に対する「最も左の位置」の中で一番左の ra_1 が答えとなる！



小課題 6 | 15 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 37 of 54

このように、各色に対して「最も左の位置」 $ra_1, ra_2, \dots, ra_{15}$ を前計算しておく

- そうすると、それぞれの隠し方に対して ra がすぐ求まる！

rb, ca, cb についても同様にやる

すると、全体で計算時間 $O(HW + 2^A \times A)$ で答えを求められる！

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 38 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 7 | 30 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 39 of 54

小課題 7 は、画像が 30 色になることまでありうる

現状の課題

「どの色を隠すか」 2^A 通りそれぞれ判定すると時間がかかる
これをなんとかしたい



改善？

実際に隠す長方形領域は $O(H^2 \times W^2)$ 通りなのでもっと少ない
同じ隠し方を無駄に探索するのをやめたい

小課題 7 | 30 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 40 of 54

ステップ 1

実は、選ばれる ra, rb, ca, cb について...

ra : ra_1, ra_2, \dots, ra_A の中から選ばれる

rb : rb_1, rb_2, \dots, rb_A の中から選ばれる

ca : ca_1, ca_2, \dots, ca_A の中から選ばれる

cb : cb_1, cb_2, \dots, cb_A の中から選ばれる

最大で A^4 通りの長方形領域しか調べなくてよい！

小課題 7 | 30 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 41 of 54

ステップ 2

ra, rb, ca, cb が決まったとき、種類数はどう判定すればいいか？

全て隠せる条件は $ra \leq ra_i, rb_i \leq rb, ca \leq ca_i, cb_i \leq cb$ だから…

- $ra \leq ra_i, rb_i \leq rb, ca \leq ca_i, cb_i \leq cb$ のとき色 i を隠せる
それ以外るとき隠せない

すると、1 つの長方形領域に対して、**残る色の種類数を計算時間 $O(A)$ で求められる!**

小課題 7 | 30 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 42 of 54

アルゴリズムの流れ

- 1 それぞれの色に対する ra_i, rb_i, ca_i, cb_i を **前計算** で求める
- 2 長方形領域 (ra, rb, ca, cb) を A^4 通り全探索する
- 3 それぞれの長方形領域に対して、残る色が何種類になるかを $O(A)$ で判定する

計算時間 $O(HW + A^5)$ で動作し、小課題 7 に正解する！

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 43 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

小課題 8 | 70 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 44 of 54

問題のおきかえ

小課題 7 では、次のような問題を解いていることになる

平面上に A 個の長方形領域がある

- i 個目の長方形領域は $ra_i \leq x \leq rb_i$ 、 $ca_i \leq y \leq cb_i$ の範囲

面積 s 以下のエリアは、最大で何個の長方形領域を包めるか？

小課題 8 | 70 色以下の場合

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 45 of 54

面積 S ギリギリになるほどよいので…

- ra, rb, ca が決まると、 $cb = ca + S/(rb - ra)$ とセットできる

そうすることで、計算時間を $O(HW + A^4)$ に短縮できる！

目次

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

8

満点

Page 46 of 54

小課題 1	$H = 1, W \leq 10$	8 ページ
小課題 2	$H \leq 10, W \leq 10$	11 ページ
小課題 3	$S = 1$	14 ページ
小課題 4	$1 \leq A_{i,j} \leq 2$	20 ページ
小課題 5	$1 \leq A_{i,j} \leq 4$	26 ページ
小課題 6	$1 \leq A_{i,j} \leq 15$	32 ページ
小課題 7	$1 \leq A_{i,j} \leq 30$	38 ページ
小課題 8	$1 \leq A_{i,j} \leq 70$	43 ページ
小課題 9	追加の制約はない。	46 ページ

満点解法

はじめに

1

2

3

4

5

6

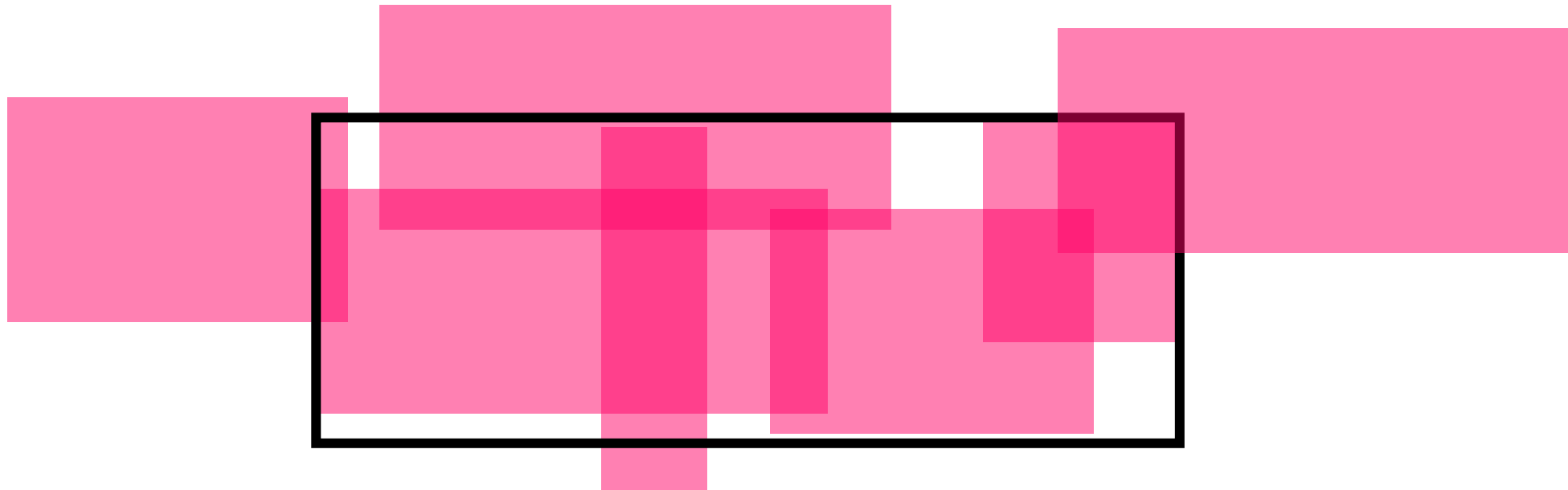
7

8

満点

Page 47 of 54

満点は、色が **最大 256 種類** ある
→ より効率的に計算する必要が出てくる！



満点解法

はじめに

1

2

3

4

5

6

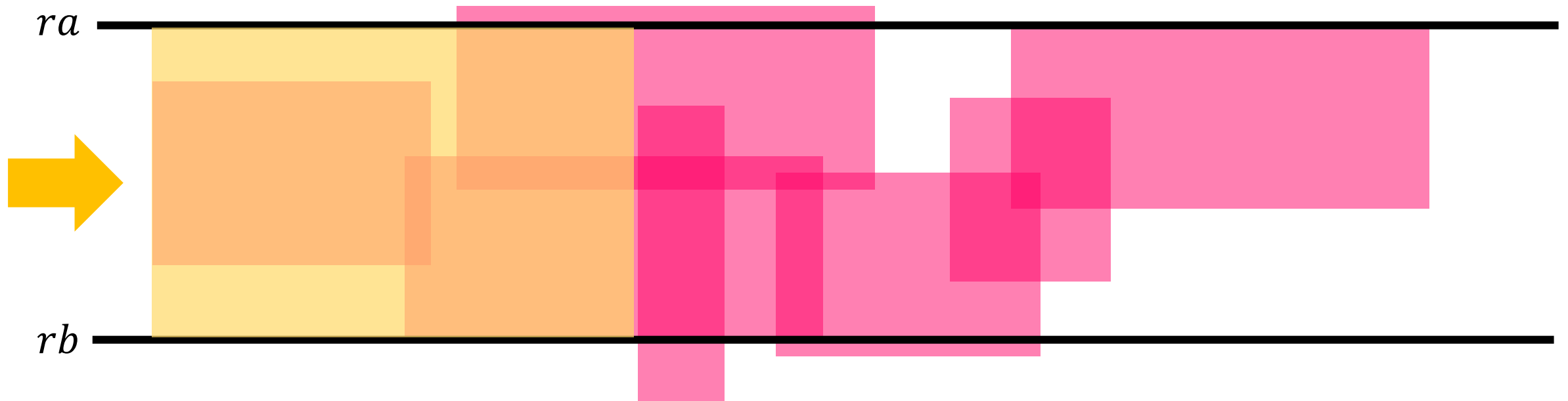
7

8

満点

Page 48 of 54

ここで、 ra と rb を固定して考えてみよう



満点解法

はじめに

1

2

3

4

5

6

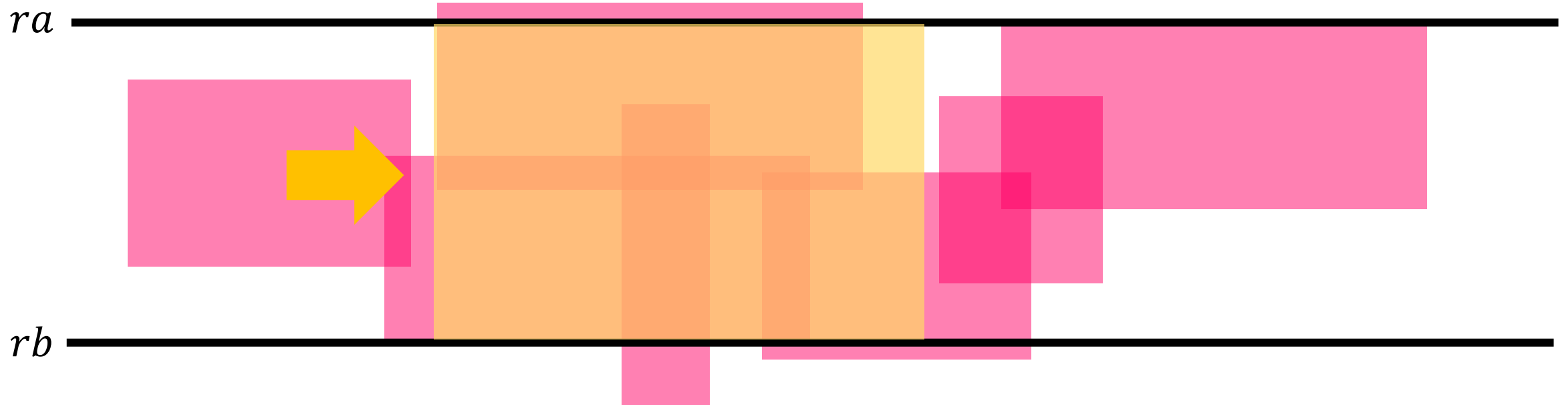
7

8

満点

Page 49 of 54

ここで、 ra と rb を固定して考えてみよう
ギリギリの長方形は、幅が決まっている！



満点解法

はじめに

1

2

3

4

5

6

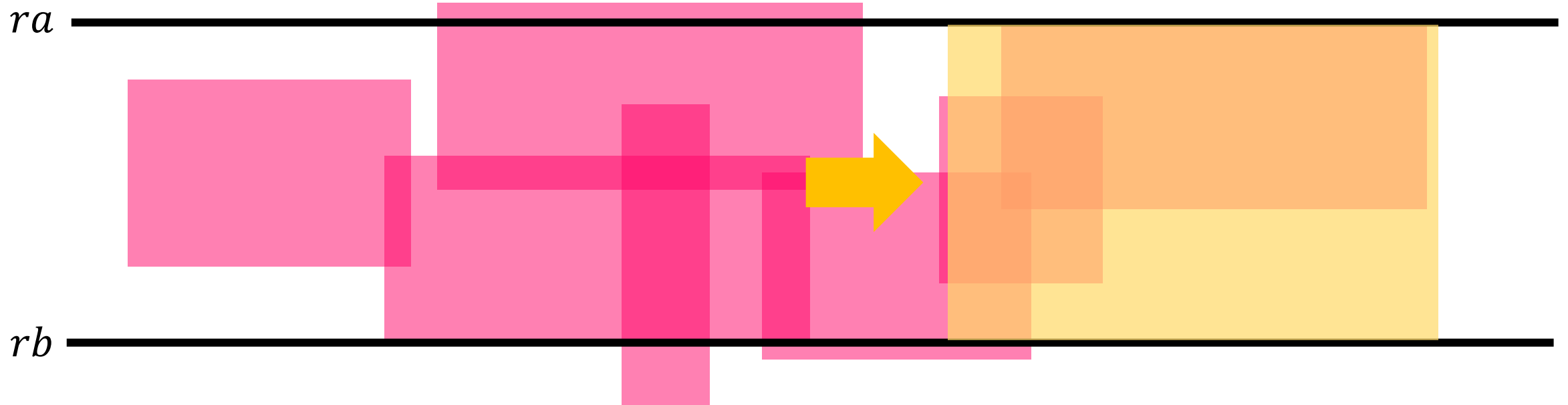
7

8

満点

Page 50 of 54

ここで、 ra と rb を固定して考えてみよう
ギリギリの長方形は、幅が決まっている！



満点解法

はじめに

1

2

3

4

5

6

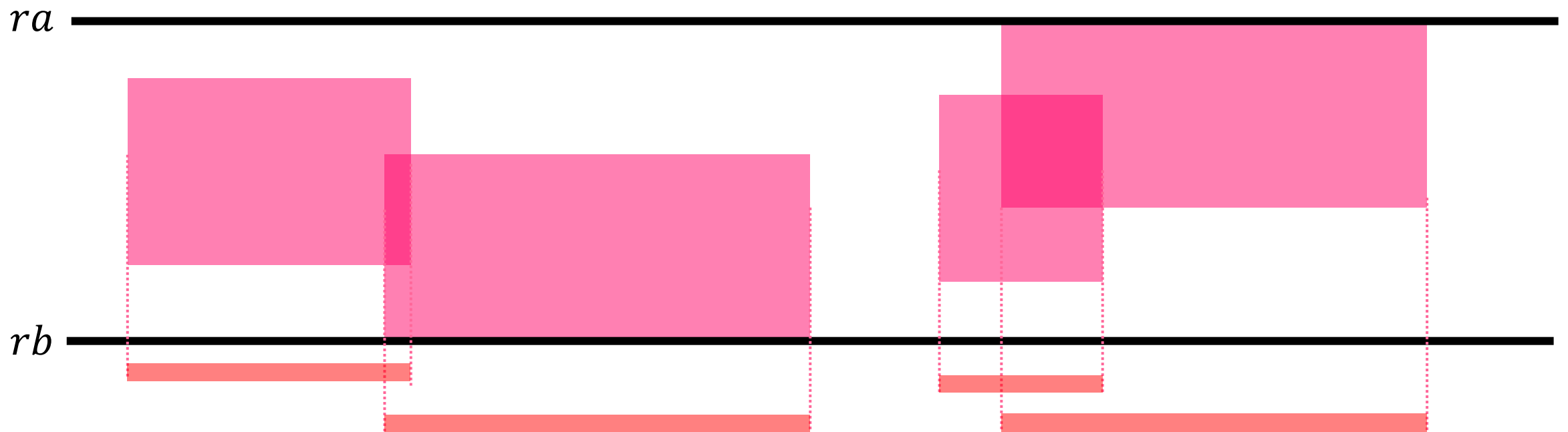
7

8

満点

Page 51 of 54

ra と rb の間に入っている長方形は、区間としてみなすことができる



満点解法

はじめに

1

2

3

4

5

6

7

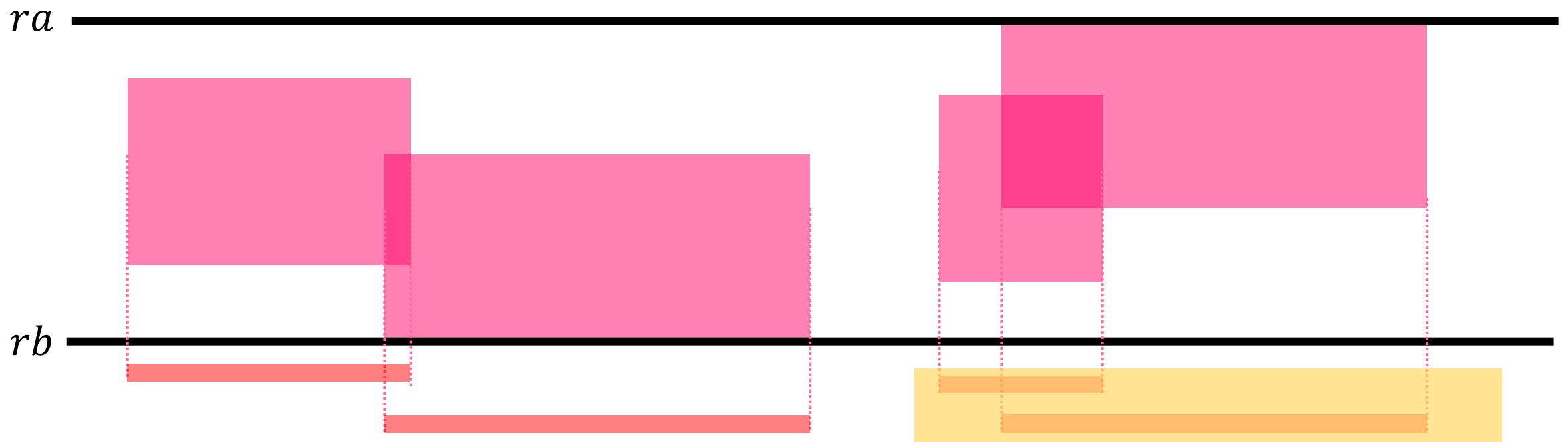
8

満点

Page 52 of 54

ra と rb の間に入っている長方形は、区間としてみなすことができる

→ 長さ $L = S/(rb - ra)$ の区間は、最大でいくつの区間を含むことができるか？



これは、尺取り法を使うことで、計算時間 $O(A)$ で求められるようになる

尺取り法のイメージ

- 区間の長さが L になるまで、区間の右端を右に移動していく
- 区間の長さが L 以上になったら、区間の左端を右に移動していく
- 見ている区間に応じて、区間が入る／出る、をシミュレートする

→ 全体計算量 $O(HW + A^3)$ で解くことができる！

得点分布

小課題別データ

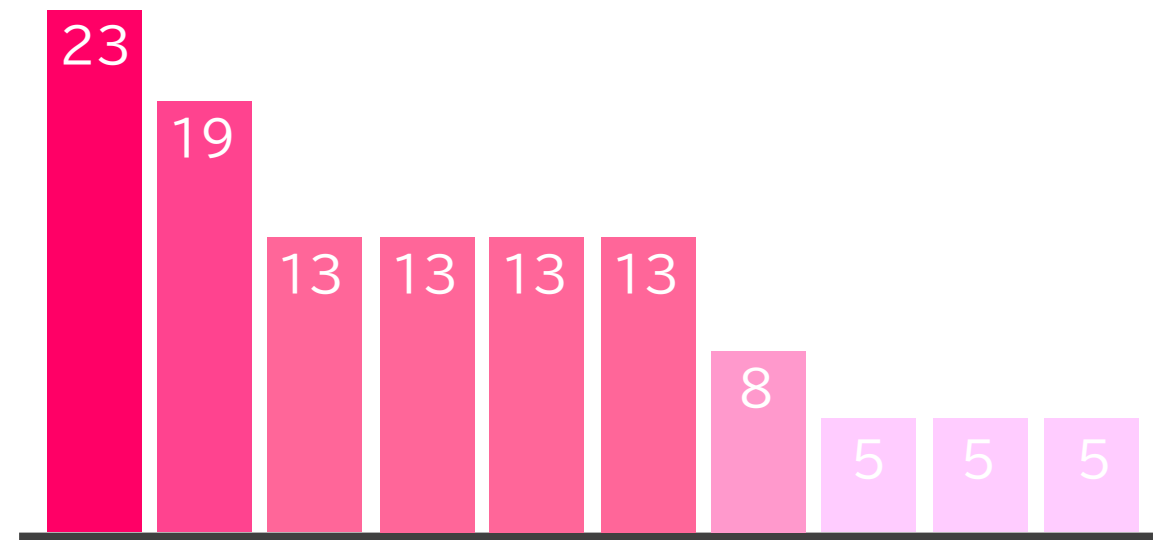
#	配点	正解者
1	8点	🏆🏆🏆🏆🏆🏆🏆
2	10点	🏆
3	5点	🏆🏆🏆🏆🏆🏆🏆🏆🏆
4	6点	🏆
5	5点	-
6	13点	-
7	13点	-
8	15点	-
9	25点	-

※ 有資格者のみを集計したデータです

得点データ

提出者 13 名 (そのうち得点獲得者が 10 名)

平均点 : 0.9 点前後



※ 有資格者のみを集計したデータです